



Enseñanza de las unidades métricas en España en la segunda mitad del siglo XIX

The teaching of metric units in Spain in the second half of the Nineteenth Century

Miguel Picado Alfaro
Universidad Nacional de Costa Rica
miguepicado@hotmail.com

Luis Rico Romero
Universidad de Granada
lrico@ugr.es

Bernardo Gómez Alfonso
Universidad de Valencia
gomezba@uv.es

RESUMEN • Este artículo presenta una investigación en historia de la educación matemática basada en el análisis de textos escolares. Presta atención a las particularidades de la incorporación de las unidades métrico-decimales en libros de texto para primaria usados en España durante 1849-1892. Las fuentes se seleccionaron a partir de criterios definidos desde el propósito de la investigación. Para el análisis de los textos se consideraron las categorías de la metodología del análisis didáctico. En estas categorías se aprecian distintos enfoques que caracterizan la definición, presentación y utilidad de las unidades métrico-decimales. Se distingue también el significado de los términos científicos, las equivalencias metroológicas y la aplicación de reducciones y conversiones entre sistemas en actividades comunes; todo ello centrado en la memorización como método de aprendizaje.

PALABRAS CLAVE: análisis didáctico; enseñanza de las matemáticas; libros de texto históricos; educación primaria; unidades métrico-decimales.

ABSTRACT • In this article a historical research in mathematics education based on an analysis of ancient texts is described. The incorporation of metric-decimal units and its peculiarities in textbooks for primary used in Spain during the period 1849-1892 are highlighted. The sources were selected based on criteria defined through the purpose of the research. In their analysis, categories from the Didactic Analysis were considered. Through the study, different approaches that characterize the definition, presentation and usefulness of the metric-decimal units at this time were recognized. In the investigative process, the need to employ the scientific terms, and their development, an understanding of metrological equivalences, and the application of reductions in usual activities by memorization as a learning method are characterized.

KEYWORDS: didactic analysis; historical textbooks; mathematics teaching; decimal metric units; primary education.

Recepción: septiembre 2014 • Aceptación: junio 2015 • Publicación: octubre 2015

INTRODUCCIÓN

La implantación del sistema métrico decimal (SMD) en España en 1849 coincidió con un cambio significativo en las políticas educativas de mediados del siglo XIX en el país. El uso del SMD impulsó y se benefició de la modernización educativa en estos años. La incorporación en el sistema educativo español de las nuevas unidades de medida trajo consigo una serie de transformaciones curriculares. Entre ellas, la inclusión en los programas de matemáticas para las enseñanzas primaria y secundaria de una nueva estructura conceptual, expresada y transmitida mediante una nomenclatura métrico-decimal, desconocida hasta el momento por la mayoría de los españoles. Estos cambios propiciaron el diseño de tareas de aprendizaje y el planteamiento de estrategias para la instrucción sobre las nuevas unidades de medida e incentivaron la elaboración de nuevos materiales didácticos mediante la edición de libros de texto o la adaptación a la nueva temática de algunas ediciones anteriores. Su difusión tuvo lugar desde comienzos del siglo XIX y alcanzó en estos años a los estudiantes, maestros y la sociedad en general (Aznar, 1997; Picado, 2012).

El objetivo de este trabajo es presentar la introducción del SMD en el sistema educativo español durante la segunda mitad del siglo XIX, cambio curricular que afectó a las matemáticas escolares y se difundió mediante libros de texto. Para ello, se identifican las características didácticas de los libros de texto en lo que se refiere al tratamiento con que se introdujo el SMD en los inicios de esa reforma curricular.

El estudio considera las peculiaridades de la incorporación de las unidades métrico-decimales en los libros de texto de matemáticas para la instrucción primaria en España durante 1849-1892. Este periodo constituye una etapa en la historia de la metrología española delimitada por la promulgación de dos leyes de pesas y medidas: la Ley de 19 de julio de 1849, por medio de la cual se adopta el SMD en España, y la Ley de 8 de julio de 1892, que da carácter oficial al uso obligatorio de las unidades métrico-decimales en todas las actividades políticas, educativas, económicas, científicas, comerciales, técnicas y sociales de los españoles.

Este estudio se fundamenta en una indagación histórica. Mediante la metodología del análisis didáctico (Rico y Fernández-Cano, 2013) se identifican y describen los conocimientos matemáticos y los conocimientos didácticos que caracterizaron el tratamiento escolar de esta nueva estructura conceptual, a partir de los documentos recogidos y estudiados (Picado, Gómez y Rico, 2013).

La historia del currículo de matemáticas y el análisis de textos

Desde finales del pasado siglo, singularmente en sus dos últimas décadas, se ha incrementado el número de investigaciones y publicaciones sobre historia de la educación matemática. Entrelazar las matemáticas, su currículo y su historia constituye una base para estudiar las especificidades en la enseñanza y el aprendizaje de conceptos y estructuras matemáticas en determinados contextos y periodos históricos (Puig, 1998, 2008; Fauvel y van Maanen, 2000; Bjarnadottir, Furinghetti, Matos y Schubring, 2011).

Particularmente, indagar sobre el SMD en la historia de las matemáticas y de la educación matemática en España contribuye a distintos propósitos (Basas, 1962; Ten, 1989; Aznar, 1997), entre ellos:

- Reconstruir desde una perspectiva histórica el proceso de implementación curricular de los conceptos métrico-decimales en un periodo determinado.
- Identificar ideas y principios económicos, científicos y culturales que sostuvieron este proceso de implementación curricular en la educación española del siglo XIX.
- Conocer e interpretar la funcionalidad de los procedimientos métrico-decimales en la difusión del SMD en España.

Estudiar una reforma curricular requiere fuentes documentales primarias que aporten información sobre sus antecedentes, su planificación como propuesta formativa y su puesta en práctica. Estas fuentes se identifican en documentos institucionales tales como leyes o normativas para planes de estudio; también en libros de texto y otros manuales para la enseñanza, de lo cual dan prueba diversos trabajos e investigadores (Carrillo, 2005; Maz, 2005; Rico, Díez, Castro y Lupiáñez, 2011).

Los documentos de la época considerados en nuestro estudio fueron aprobados para la incorporación de las unidades métrico-decimales (leyes, reales decretos u órdenes y planes de estudio). No obstante, no describen explícitamente los cambios curriculares acaecidos y no cabría esperar que los expresaran mediante la actual terminología. Los documentos normativos encontrados proporcionan un marco general que establece la inclusión del SMD como parte de los contenidos de la aritmética escolar para la instrucción en educación primaria y secundaria (Picado, 2012).

Para conocer cómo fue la implementación curricular del SMD es necesario acudir a los registros disponibles de lo que ocurrió; una vía privilegiada son los libros de texto. Indiscutiblemente, los libros de texto –documentos de uso común en el salón de clase– muestran en detalle cómo se incluyó una nueva estructura matemática escolar mediante la integración del nuevo sistema de pesas y medidas. Este conjunto de conceptos y procedimientos que enlazan una unidad fundamental, las diversas unidades de medida, sus unidades de orden inferior y superior, las tablas de equivalencias y reducciones, las conversiones entre sistemas, el uso correcto de los nuevos vocablos y unidades, los ejemplos y ejercicios en los que se deberían aplicar las nuevas pesas y unidades de medida, todo ello integra, conjuntamente, una estructura conceptual.

De esta forma, este estudio sobre el SMD desde la historia del currículo se emprende a partir de la selección y análisis de libros de texto de matemáticas. Proceso que aborda un contexto educativo y proporciona información relevante sobre la incorporación de ese sistema en la sociedad española del siglo XIX, mediante su enseñanza en la escuela primaria.

FUNDAMENTO

El estudio que se describe en este artículo se basa en tres ideas centrales: las matemáticas, la educación y la historia. Su conjunción proporciona el fundamento y base teórica sobre los que construir este trabajo relativo a la investigación en historia de la educación matemática.

Desde las matemáticas, interesan las características formales y estructurales del conocimiento matemático. Desde la educación, interesan la selección de contenidos y los problemas de su enseñanza y aprendizaje. Desde la historia interesan la evolución de los conceptos y procedimientos matemáticos, los cambios metodológicos y escolares, sus antecedentes y su desarrollo. La historia se convierte así en guía para establecer una conexión entre las matemáticas y la educación y las circunstancias sociales en que tiene lugar este enlace. La figura 1 sintetiza el vínculo entre las matemáticas, la educación y la historia en el campo de nuestra investigación.

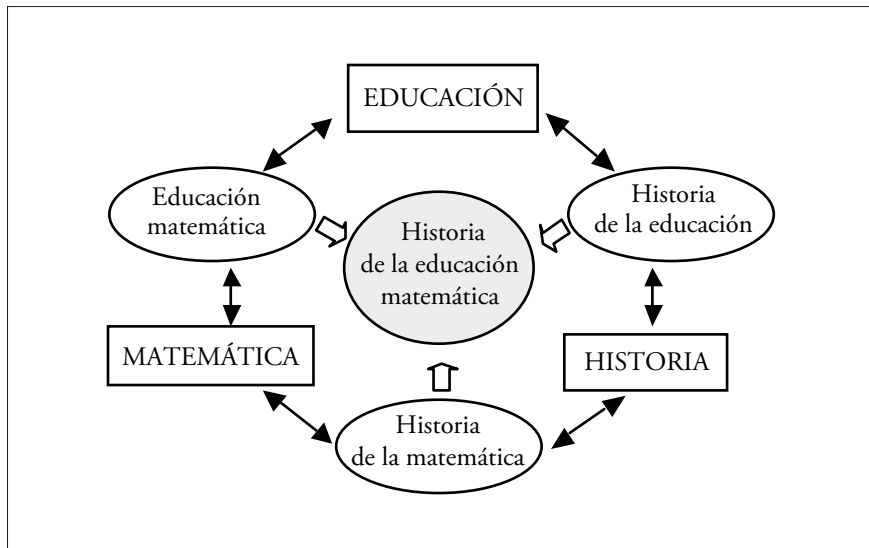


Fig. 1. Campo de investigación

El estudio se fundamenta en planteamientos vinculados con la matemática y considera el SMD como estructura matemática (Centeno, 1997; Escolano y Gairín, 2007; Gómez, 1999, 2010; Gordon-Childe, 1979; Høyrup, 1994; Rico, 1998). También el estudio incorpora ideas que lo aproximan a una perspectiva histórica, puntualizando la investigación histórica como técnica para el estudio del currículo de matemáticas (De Guzmán, 2007; Gómez, 2003; Gutiérrez, 1991; Furinghetti, 2002; Katz, 1997; Kragh, 1989; Ruíz, 2003; Sierra, 1997, 2000; Sierra, González y López, 1999). Igualmente, el estudio recoge planteamientos que lo ubican dentro de las investigaciones históricas en educación matemática en España, y se sirve del método histórico como metodología de investigación (Aróstegui, 2001; Cardoso, 2000; Cohen y Manion, 2002; González y Sierra, 2003; Grajales, 2002; Salkind, 1999).

METODOLOGÍA

El método seguido en el trabajo consiste en el análisis didáctico de textos en educación matemática, método que comparte con otras investigaciones de tipo histórico (Maz, 2005). La aplicación del método se organiza en cinco fases: (1) planteamiento, (2) selección de las fuentes, (3) análisis de las fuentes seleccionadas, (4) interpretación de los datos y (5) comunicación de los resultados. En este apartado se destacan las particularidades de las fases de selección y análisis de las fuentes.

Selección de las fuentes

La selección de los libros se realizó atendiendo a unos criterios determinados. Entre ellos destacan la representatividad de los textos en el periodo escogido, las etapas históricas definidas para la investigación, su finalidad como obras escritas, su vínculo con el SMD y su contenido. En Picado y Rico (2011b) se describen con detalle los criterios y las etapas históricas consideradas para la elección de los libros que se presentan.

Para llevar a cabo el estudio se seleccionaron un total de trece libros de texto: cuatro editados para la instrucción primaria en España, otros cuatro para la segunda enseñanza y cinco más para la formación de maestros en las escuelas normales. En este documento solo se estudian los resultados del análisis de los textos para la instrucción primaria.

Estos libros de texto se localizan en la Biblioteca Nacional de España. Desde el catálogo electrónico de este centro histórico y de documentación puede obtenerse una copia digital de cada uno de ellos (<www.bne.es>).

Análisis de las fuentes seleccionadas

El análisis se realizó mediante categorías procedentes del método del análisis didáctico. Como unidades de análisis seleccionamos aquellas definiciones, fórmulas, explicaciones, reglas, tablas, ilustraciones y otras informaciones que se presentan en los libros, relativas a los contenidos del SMD, a su aprendizaje y a su enseñanza (Picado y Rico, 2011a; Picado, 2012).

Para esta parte del estudio se hicieron tres tipos de análisis. Primero, el análisis de contenido con sus categorías propias, con las cuales se identifican en cada manual los conceptos, procedimientos, representaciones, situaciones en que aparece y modos de uso de la nueva estructura que se estudia. Segundo, el análisis cognitivo, con cuyas categorías se identifican las expectativas, oportunidades y limitaciones para el aprendizaje de los estudiantes (consideradas por el autor del texto). Tercero, el análisis de instrucción, por medio de cuyas categorías se abordan los tipos y secuencias de tareas, modos de gestión en el aula y recursos didácticos (Picado, Gómez y Rico, 2013).

Descripción de los manuales elegidos

A continuación se pasa a caracterizar la estructura conceptual, las representaciones y las situaciones elegidas para la enseñanza del SMD en cada uno de los libros seleccionados, y destacamos algunos datos localizados, vinculados con su aprendizaje.

El libro de texto de Lorenzo Trauque

Entre los contenidos de este manual se registran seis «especies de medida»: longitud, superficie, volumen, capacidad, peso y moneda. Las unidades de medida se definen como «denominaciones dadas á la cantidad» (Trauque, 1854: 27). Trauque considera el vínculo entre cada magnitud y su unidad de medida; él establece una ligazón entre los términos medida, unidad y magnitud. La figura 2 muestra la unidad definida para cada especie.

<i>metro.</i>	unidad de longitud.
<i>área.</i>	unidad de superficie.
<i>metro cúbico.</i>	unidad de volumen para sólidos.
<i>litro.</i>	unidad de volumen para líquidos y sólidos, dicha de capacidad.
<i>gramo.</i>	unidad de peso.
<i>real.</i>	unidad monetaria.

Fig. 2. Unidades de medida del SMD (ibíd., pp. 27-28)

El metro se introduce desde tres enfoques: etimológico, ya que metron es el término griego que significa medida; instrumental, cuando se introduce como unidad básica para las medidas de longitud, que reemplaza a la vara; científico, cuando se define como la diezmilionésima parte de la longitud del cuadrante del meridiano terrestre del Polo Norte al Ecuador.

Los múltiplos y submúltiplos del metro se presentan en el texto desde la aplicación de las operaciones multiplicación y división por/entre diez utilizando aspectos de la morfología lingüística para expresar sus nombres.

La presentación del metro, sus múltiplos y divisores, con explicaciones y ejemplos para cada uno, sienta la base para la introducción de las unidades de superficie, metro cuadrado, y de volumen, metro cúbico, que el autor presenta como ampliaciones de la dimensión lineal.

El área, el litro y el gramo reciben una presentación similar, profundizando en la singularidad de algunos múltiplos y divisores, la lectura de estas cantidades y la existencia de convenciones para la utilización de múltiplos y divisores no decimales (doble, mitad, quíntuplo, entre otros).

Desde las categorías del análisis de contenido, la riqueza de conceptos de este libro de texto se complementa con la variedad contemplada de procedimientos, representaciones y modos de uso.

La lectura y escritura de números métricos, la formación de unidades superiores e inferiores para las distintas especies de medidas (equivalencias), cómo efectuar operaciones aritméticas y cómo hacer reducciones entre unidades de medida de los sistemas, son procedimientos comunes en este libro. Las operaciones de suma y resta de unidades métricas siguen los algoritmos de la suma y resta con decimales y se vinculan con unidades de la misma especie. La multiplicación y la división se realizan para situaciones de costos, entre unidades métricas y unidades monetarias. A pesar del empleo de algunas unidades antiguas, sobresale la utilización de las unidades métricas como el metro, el litro, el real y las de tiempo que ilustran, entre otros, los procedimientos explicativos de las operaciones aritméticas. La figura 3 muestra una suma de unidades métricas de longitud y reducciones entre el metro y la vara de Zaragoza y Gerona.

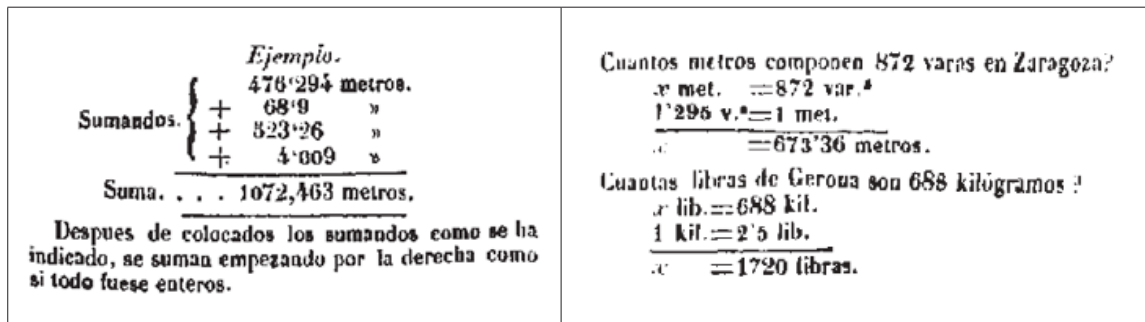


Fig. 3. Suma y reducciones entre unidades (ibíd., pp. 45,156)

Las representaciones simbólica, gráfica y tabular son, en este texto, complemento frecuente de la representación predominante: la verbal. Las expresiones verbales para representar conceptos y procedimientos se complementan con símbolos numéricos y operativos, estampas gráficas (figura 4), tablas y la descripción de instrumentos propios del SMD.

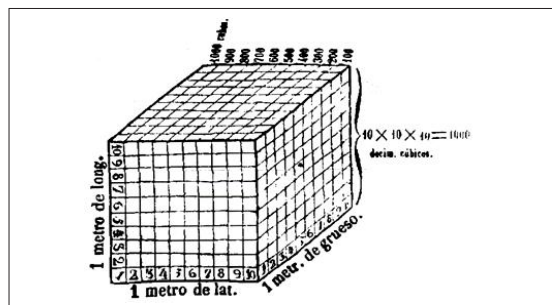


Fig. 4. Representación gráfica del metro cúbico (ibíd., p. 34)

La aplicabilidad de las unidades del SMD y sus modos de uso se muestran a partir de situaciones naturales, comerciales, matemáticas, sociales y técnicas. La descripción del gramo incluye elementos físico-naturales como la pureza de sustancias, la temperatura y un estado al vacío. El contexto comercial incluye situaciones como la compra y venta de vino, textiles y madera, el precio del producto. Matemáticamente, se realizan cálculos netamente aritméticos como el paso de unidades superiores a inferiores. Desde un contexto técnico se utilizan situaciones de construcción y agrimensura como el cálculo de distancias y superficies de terrenos (figura 5). También se identifican situaciones sociales, como el cálculo de edades, o relativas a grupos, como «los niños de la Beneficencia» (ibíd., p. 79).

XI. Un agrimensor midió el terreno siguiente: 345 hectáreas 27 áreas (345^h27 hectár.) de una parte; 845 hectár. 09 áreas de otra; 25 hectár. 12 áreas de otra; y 469 hectár. 27 de otra. Cuanto terreno midió? = 1684 hectár. 75 áreas.

Fig. 5. Medición de terrenos con la unidad métrica área (ibíd., p. 48)

El libro de texto de dos profesores

Para estos autores, la implantación del SMD en España se fundamenta en la diversidad existente de tipos para pesas y medidas, que tanto afectaban y entorpecían los tratos comerciales. Esto originó que se definiera en Francia el metro como unidad métrica fundamental, única e invariable que, junto al gramo, conformaron los prototipos básicos para el establecimiento de las demás.

El metro se presenta desde la perspectiva científica descrita; incluye también su definición como unidad básica para las medidas longitudinales, es decir, desde un enfoque instrumental. Estructuralmente, el SMD se compone de las unidades de longitud: metro; superficie: área; capacidad: litro; volumen: metro cúbico; y ponderales (de peso): kilogramo. Los múltiplos y submúltiplos se nombran a partir del significado de determinadas voces griegas y latinas (deca, hecto, kilo y miria; deci, centi y mili) y se definen mediante su equivalencia con cada una de las unidades básicas.

Los autores enfatizan diversos procedimientos para fortalecer la comprensión de los nuevos conceptos. Estos incluyen efectuar operaciones con números métricos, su lectura y escritura, equivalencias entre unidades de la misma especie que, al mismo tiempo, subrayan la relación con el sistema decimal de numeración (SDN). Las operaciones suma, resta y división se efectúan entre unidades de la misma especie, salvo la división, que también incluye unidades monetarias; la multiplicación, por un escalar se vincula al cálculo de costos. La figura 6 muestra procedimientos para la suma y las reducciones entre sistemas.

Modo de ejecutar las operaciones fundamentales de las nuevas medidas.

95. Sujetas las nuevas medidas á las subdivisiones decimales, les son aplicables los principios sentados para el cálculo de estos números.

96. La suma y la resta se ejecutarán según las reglas dadas para los números decimales, cuidando de que la coma se halle despues de una misma unidad en los sumandos, y en el minuendo y en el sustraendo en su caso.

Asi, para sumar ó restar, por ejemplo, 68 hectómetros, 679 milímetros y 49 metros 96 milímetros, será preciso reducir á metros los 68 hectómetros, lo que dará para primer término 6800, = 679, y ya no se presenta dificultad para ejecutar dichas operaciones por hallarse en ambas cantidades la coma despues de una misma unidad, según se vé en la resolución siguiente de dichos problemas.

<i>Adición.</i>	<i>Sustracción.</i>
$\begin{array}{r} \text{m} \\ 6800,679 \\ 49,096 \\ \hline \text{Suma } 6849,775 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6800 \text{ met.}, 678 \\ 49,096 \\ \hline \text{Diferencia } 6751,582 \end{array}$

Segundo ejemplo. Expresar en pesos de Castilla la equivalencia de 7 kilogramos.

La operación se reduce á multiplicar el número 7 por 2 libras 2 onzas 12'409 adarmes, equivalencia de un kilogramo, como aquí se vé:

$$\begin{array}{r} \times 2 \text{ libras, } 2 \text{ onzas } 12'409 \text{ adarmes.} \\ 44 \text{ libras.} \quad \quad \quad = 14 \text{ lib.} \\ 28 \text{ onzas.} \quad \quad \quad = \quad \quad 44 \text{ onz.} \\ 86'863 \text{ adar.} \quad \quad = \quad \quad 8 \text{ onz. } 6'863 \text{ adar.} \\ \hline \text{Resultado.} \quad \quad \quad = 44 \text{ lib. } 2 \text{ onz. } 6'863 \text{ adar.} \end{array}$$

Fig. 6. Medición de terrenos con la unidad métrica área (ibíd., p. 48)

En cuanto a los tipos de representación, predomina el modo verbal para los conceptos y procedimientos. Números, signos de operación y abreviaturas constituyen las representaciones simbólicas utilizadas.

Por otra parte, las representaciones gráficas, como el metro cuadrado, y el modo tabular para la exposición de múltiplos y submúltiplos, equivalencias o correspondencias entre pesas y medidas, complementan los modos de representación identificados. La figura 7 muestra una representación gráfica y otra tabular.

Es efecto, si suponemos que la figura A, B, C, D, tiene 1 metro por lado, toda ella representará 1 metro cuadrado.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	B
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	30
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	40
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	60
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	80
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	100
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	140
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	160
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	180
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200
	C	D									

TABLA

que indica las pesas en uso acomodadas al sistema métrico, y su relación con las de solides y capacidad.

NOMBRE de las pesas.	Valor.	Volúmen.	Capacidad.
Tonelada métrica.	1.000 kilóg.	1 metro cúbico de agua pura.	
Quintal métrico.	100 kilóg.	100 decim.	1 hectólitro.
Medio quintal.	50 kilóg.	50 decim.	1 medio hectólit.
Doble kilogramo.	2 kilóg.	2 decim.	1 doble litro.
Kilogramo.	1 kilóg.	1 decim.	1 litro.
Medio kilogramo.	500 gramos.	500 centim.	1 medio litro.
Doble hectogramo.	200 gramos.	200 centim.	1 doble centilitro.
Hectogramo.	100 gramos.	100 centim.	1 decilitro.
Medio hectogramo.	50 gramos.	50 centim.	1 medio decilitro.
Doble decígramo.	20 gramos.	20 centim.	1 doble centilitro.
Decígramo.	10 gramos.	10 centim.	1 centilitro.
Medio decígramo.	5 gramos.	5 centim.	1 medio centilitro.
Doble gramo.	2 gramos.	2 centim.	1 doble mililitro.
Gramo.	1 gramo.	1 centim.	1 mililitro.
Medio gramo.	5 decigr.	50 milim.	
Doble decígramo.	2 decigr.	200 milim.	
Decígramo.	1 decigr.	100 milim.	
Medio decígramo.	5 centigr.	50 milim.	
Doble centígramo.	2 centigr.	20 milim.	
Centígramo.	1 centigr.	10 milim.	
Medio centígramo.	5 miligr.	5 milim.	
Doble milígramo.	2 miligr.	2 milim.	
Milígramo.	1 miligr.	1 milim.	

Fig. 7. Representaciones gráfica y tabular (ibíd.: 80, 90)

Las situaciones que enmarcan las tareas presentadas enfatizan la relación de las nuevas unidades de medida con elementos físico-naturales; en actividades de compra y venta de productos o bienes; la aplicación de operaciones aritmética básicas, y la utilización de unidades métricas en actividades como la topografía, la construcción, la agricultura y la industria textil.

El libro de texto de Juan Posegut

El metro, expuesto desde sus perspectivas instrumental y científica, es la unidad principal de longitud. Junto al kilogramo, el litro, el área y el metro cúbico conforman las unidades principales de las colecciones de las nuevas pesas y medidas.

La multiplicidad y la divisibilidad de las unidades principales se introducen a partir de las equivalencias decimales con cada una de ellas. Sin hacer uso de los significados de los prefijos griegos y latinos, los múltiplos y divisores se explicitan en cada una de las especies de medida, señalando las particularidades para las de superficie, cúbicas y ponderales. Llama la atención la exposición tardía de la forma de escribir las unidades métricas y de los significados de palabras griegas y latinas en la formación de múltiplos y submúltiplos, con posterioridad a que ya hayan sido utilizados previamente, en la presentación de conceptos.

Propiamente sobre el SMD, el texto incluye procedimientos para la reducción entre unidades, la forma de «operar con números métricos» y el cálculo de costos. La suma y la resta se asocian a unidades de la misma especie; la multiplicación y la división se vinculan con situaciones de costos. La mayor parte de estos procedimientos se incluyen en situaciones concretas (figura 8).

Cómo se reducen varas cuadradas (*) á áreas?
Dividiéndolas por 143,115329 de varas cuadradas que tiene el área, lo cual dará de cociente áreas.

Fig. 8. Procedimiento para la reducción de unidades superficiales (Posegut, 1875: 47)

La figura 9 expone el procedimiento para realizar una multiplicación con unidades métricas. Al igual que en la división, se incluyen unidades métricas y monetarias para el cálculo de costos. Aunado al modo tabular para la representación de conceptos, se incluyen representaciones simbólicas (signos y números) y verbales, estas últimas con un marcado predominio sobre las otras. En las figuras 8 y 9 se identifican estos tipos de representaciones.

Cómo se multiplican las unidades métricas?
Escribiendo ambos factores lo mismo que en los decimales, y pfacticando la operacion como tales: en el producto se separan despues con un punto tantas cifras, —contando de derecha á izquierda, — como haya á la derecha de la especie en que se quiera expresar la cantidad, v. gr.: averiguar el valor de 2 kilólitos, 3 decálitros y 1 centilitro, á 5 doblones de Isabel, 2 escudos de vellon, 6 reales y 5 décimas el hectólitro. Ejemplo (1).

Fig. 9. Procedimiento para la multiplicación de unidades métricas (ibíd., p. 53)

Los modos de uso expuestos en los ejemplos corresponden a situaciones naturales, comerciales y matemáticas. La temperatura y la pureza del agua forman parte de la presentación del kilogramo; otras situaciones consideradas son el cálculo de costos en la adquisición de productos o bienes y la aplicación directa de operaciones aritméticas para reducir unidades.

El libro de texto de Dolores Montaner

Con un énfasis mayor, esta autora presenta las unidades metro, litro, gramo y peseta como componentes principales del SMD. Estas se complementan con el área y metro cúbico. Definidas como tipos de medidas para las magnitudes extensión, capacidad, peso y moneda, volumen y superficie, su presentación incluye su utilidad como unidades de medida.

En cuanto al metro, se especifica que «es una medida de extensión [...] [que] sirve para medir» (Montaner, 1889: 14), sin detallar el tipo de magnitud, la longitud. Esta afirmación podría permitir una generalización del metro como la unidad fundamental del sistema, a partir de la que se definen el resto de unidades.

Para las cuatro unidades principales se establecen múltiplos y divisores desde un proceso de construcción etimológica conforme las equivalencias decimales. Para el metro decámetro (10 metros), hectómetro (100 metros), kilómetro (1000 metros), decímetro (décima parte del metro), centímetro (centésima parte), milímetro (milésima parte); para el litro decalitro (10 litros), hectolitro (100 litros), kilolitro (1000 litros), decilitro, centilitro; para el gramo decagramo, hectogramo, kilogramo, decigramo, centigramo y miligramo. El metro cúbico y el área, como medidas de volumen y superficie, no incluyen una descripción de múltiplos y divisores.

Previamente a la presentación de las unidades de medida del SMD, se muestran nociones para las operaciones suma, resta, multiplicación y división. Estas indicaciones operativas excluyen la aplicación de las pesas y medidas en situaciones diversas.

En este libro de texto también sobresale el uso del modo verbal para representar las unidades de medida del SMD. El predominio de esta representación se refuerza con la omisión de ejemplos y ejercicios de aplicación que identifican fenómenos y situaciones para exponer las unidades métrico-decimales.

Los modos de uso considerados son el natural y el técnico, reconocibles únicamente en la presentación del gramo: «centilitro de agua destilada» (ibíd.: 15), y del área como una unidad de medida para la medición de terrenos (figura 10).

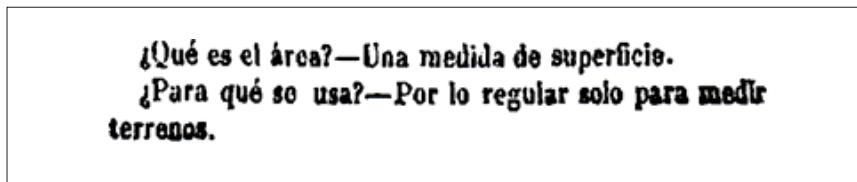


Fig. 10. Contexto técnico para la presentación del área (ibíd.: 15)

Se reconoce que la noción matriz de este libro de texto la constituye el concepto de número. A partir de esta, se articulan una gama de conceptos y procedimientos que dan cuerpo al texto de aritmética. Esta organización revela que el vínculo entre el contenido general del libro de texto y el SMD se establece a partir de la definición de número quebrado decimal que se incluye en la cuestión de la formación de múltiplos y divisores. De no haber hecho la autora esta inclusión, el apartado dedicado al SMD sería un anexo independiente en el texto, un agregado a un documento originalmente elaborado para la exposición de la aritmética.

SISTEMATIZACIÓN DE LOS DATOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Tres son los aspectos que se consideran en la discusión de resultados: el conocimiento conceptual, el conocimiento procedimental y el conocimiento didáctico considerado sobre el aprendizaje y la enseñanza de las unidades métrico-decimales. Estos aspectos corresponden a las categorías del análisis didáctico; los dos primeros se refieren al conocimiento del contenido y el tercero al conocimiento didáctico.

Conocimiento conceptual

Mediante las tablas 1, 2, 3 y 4 se sistematizan los datos identificados relativos a conceptos sobre magnitudes, unidades de medida, múltiplos y divisores, así como las relaciones entre estas consideradas en los libros analizados. Estos datos se organizan de acuerdo con cinco categorías: *a*) unidad fundamental del SMD y enfoque escogido; *b*) magnitudes estudiadas presentadas como especies de medida; *c*) unidades principales consideradas en cada caso; *d*) múltiplos de las unidades presentados para cada una de las magnitudes, y *e*) submúltiplos considerados de esas unidades de medida.

Tabla 1.
Conocimiento conceptual en el libro de texto de Lorenzo Trauque

<i>Unidad fundamental (enfoque de presentación)</i>	<i>Especies de medida (magnitudes)</i>	<i>Unidades principales</i>	<i>Múltiplos</i>	<i>Submúltiplos</i>
Metro (etimológico, instrumental, científico)	Seis especies	Seis unidades principales	Multiplicación por 10	División por 10
	Longitud	Metro	Deca, hecto, kilo, miria (10, 100, 1000, 10000 [decena, centena, millar, decena de millar])	Deci, centi, mili (décima, centésima, milésima parte)
	Superficie	Área	Hectárea	Centiárea
	Volumen o capacidad	Metro cúbico (sólidos) litro (líquidos)	n.i. Kilolitro, hectolitro, decalitro	n.i. Decilitro, centilitro
	Peso	Gramo	Tonelada, quintal métrico, medio quintal métrico, kilogramo, hectogramo, decagramo	Decigramo, centigramo, miligramo
	Moneda	Real	Doblón, escudo	Décima, centésima
	Tiempo	n.i.	n.i.	n.i.

Nota. n.i. = no indica.

Tabla 2.
Conocimiento conceptual en el libro de texto de dos profesores

<i>Unidad fundamental</i>	<i>Especies de medida</i>	<i>Unidades principales</i>	<i>Múltiplos</i>	<i>Submúltiplos</i>
Metro (científico, instrumental)	Seis especies	Siete unidades principales	Mediante voces griegas y equivalencia decimal a la unidad principal	Mediante voces latinas y equivalencia decimal a la unidad principal
	Longitud	Metro	Decámetro, hectómetro, kilómetro, miriámetro Otros usados: decámetro doble, medio decámetro, metro doble	Decímetro, centímetro, milímetro Otros usados: medio metro, decímetro doble
	Superficie	Metro cuadrado (superficie)	Miriámetro cuadrado (superficies geográficas), kilómetro cuadrado (superficies topográficas,	Decímetro cuadrado, centímetro cuadrado, milímetro cuadrado
		Área (agrarias)	Hectárea (hectómetro cuadrado)	Centiárea (metro cuadrado)
	Capacidad	Litro	Decalitro, hectolitro, kilolitro (tonelada de arqueo) Otras usadas: doble litro; medio decalitro y hectolitro	Decilitro, centilitro Otras usadas: medio litro, decilitro y centilitro; doble decilitro, centilitro y mililitro
	Volumen	Metro cúbico	n.i.	Decímetro cúbico, centímetro cúbico, milímetro cúbico
	Peso	Kilogramo (usual)	Del kilogramo: quintal métrico, tonelada n.i.	Del kilogramo: hectogramo, decagramo, gramo Del gramo: decigramo, centigramo, miligramo
		Gramo	Otros en uso: medio quintal; doble kilogramo, hectogramo y decagramo; medio kilogramo, hectogramo y decagramo; doble gramo	Otros en uso: medio gramo; doble decigramo, centigramo y miligramo; medio decigramo y centigramo
	Moneda	Real	Doblón, duro, medio duro (escudo), peseta, media peseta	Medio real, décima, doble décima, media décima

Nota. n.i. = no indica.

Tabla 3.
Conocimiento conceptual en el libro de texto de Juan Posegut

<i>Unidad fundamental</i>	<i>Especies de medida</i>	<i>Unidades principales</i>	<i>Múltiplos</i>	<i>Submúltiplos</i>
Metro (instrumental, científico)	Cinco especies	Cinco unidades principales	Mediante equivalencia decimal a la unidad principal	Mediante equivalencia decimal a la unidad principal
	Longitud	Metro	Decámetro, hectómetro, kilómetro, miriámetro	Decímetro, centímetro, milímetro
	Peso	Kilogramo	Miriagramo, quintal métrico, tonelada	Hectómetro, decámetro, gramo, decigramo, centigramo, miligramo
	Capacidad	Litro	Decalitro, hectolitro, kilolitro (tonelada de arqueo)	Decilitro, centilitro, mililitro
	Superficie	Área	Hectárea	Centiárea
	Volumen	Metro cúbico	n.i.	Decímetro cúbico, centímetro cúbico y milímetro cúbico

Nota. n.i. = no indica.

Tabla 4.
Conocimiento conceptual en el libro de texto de Dolores Montaner

<i>Unidad fundamental</i>	<i>Especies de medida</i>	<i>Unidades principales</i>	<i>Múltiplos</i>	<i>Submúltiplos</i>
Metro (instrumental)	Cuatro especies principales y dos subordinadas	Cuatro unidades principales	Mediante voces griegas y equivalencia decimal	Mediante voces latinas y equivalencia decimal
	Longitud	Metro	Decámetro, hectómetro, kilómetro, miriámetro	Decímetro, centímetro, milímetro
	Capacidad	Litro	Decalitro, hectolitro, kilolitro	Decilitro, centilitro
	Peso	Gramo	Kilogramo (usual)	Decigramo, centigramo, miligramo
	Moneda	Peseta	Doble peseta, duro y doblón	10, 5, 2 y 1 céntimo
	Superficie	Área	n.i.	n.i.
	Volumen	Metro cúbico	n.i.	n.i.

Nota. n.i. = no indica.

Estos datos muestran que todos los autores introducen los conceptos métricos tomando el metro como unidad fundamental con un mismo enfoque, el instrumental, si bien algunos incluyen además su definición técnica e, incluso, la etimología. Todos introducen las magnitudes básicas: longitud, peso y capacidad, de interés prioritario para la vida diaria, el comercio y la economía; los autores incluyen

también las unidades para las magnitudes superficie y volumen. Tres de ellos presentan las monedas y sus unidades principales; la magnitud tiempo la trata solo un autor. A su vez, los autores incluyen una diversidad de presentaciones para las principales unidades de medida que constituyen el SMD. Los libros analizados siguen dos orientaciones: *a)* presentar las unidades que científicamente componen el SMD, y *b)* destacar las unidades a partir de su uso. Así, vemos cómo se destacan el gramo y kilogramo como unidades principales para el peso. También, el metro cuadrado y el área en el caso de la superficie.

Los múltiplos y submúltiplos resaltan la relación entre las unidades, las potencias de diez y los números decimales mediante el vínculo entre las unidades y el SDN. Cabe destacar que la forma de mostrar esta ligazón entre SMD y SDN varió a lo largo del periodo. El estudio permite identificar que, en su inicio, las unidades métrico-decimales fueron incorporadas como anexo a las nuevas ediciones de libros de texto consolidados en la época, particularmente como complemento a la aritmética; luego, pasaron a formar parte de la organización del contenido y de la estructura conceptual presentados en cada caso. Esta inclusión se dio, en primera instancia, incluyendo su estudio directamente, después de la numeración, pues no se identificaba un vínculo entre el SMD y los números decimales. Posteriormente, se reconoce esta ligazón, y el nuevo sistema de pesas y medidas se introduce tras el estudio de los números decimales.

Por último, se recoge en los textos analizados la intención de preservar algunas de las medidas del sistema antiguo, como el doble y la media unidad.

Conocimiento procedimental, representaciones y modos de uso

Mediante la tabla 5 se sistematizan y resumen los datos identificados según tres variables relativas a los procedimientos que destacan en el trabajo con magnitudes, los modos de representación que predominan y las situaciones que concretan sus modos de uso. Esta tabla presenta una síntesis de esos datos, de acuerdo con dichos criterios.

Tabla 5.
Procedimientos, modos de representación y situaciones

<i>Procedimientos</i>	<i>Modos de representación</i>	<i>Situaciones</i>
Lorenzo Trauque		
Leer y escribir números métricos. Formar múltiplos y submúltiplos. Operar con números métricos: suma y resta de unidades de la misma especie; multiplicación y división (por un escalar) entre unidades métricas y monetarias para el cálculo de costos. Efectuar reducciones entre las unidades del SMD y el sistema de Castilla y los patrones provinciales.	Verbal. Simbólica (símbolos numéricos y operaciones aritméticas). Gráfica (ilustraciones). Tabular (equivalencias, correspondencias).	Natural (fenómenos físico-naturales). Comercial (compra y venta, costos). Matemático (cálculos aritméticos). Técnico-científico (agrimensura y construcción).
Dos profesores		
Operar con números métricos (suma, resta y división de unidades de la misma especie); multiplicación y división (por un escalar) entre unidades métricas y monetarias para el cálculo de costos. Leer y escribir números métricos. Efectuar equivalencias entre unidades de la misma especie. Efectuar reducciones en unidades de los dos sistemas (de Castilla y SMD).	Verbal. Simbólica (símbolos numéricos y de operación) Gráficas (ilustraciones) . Tabular (equivalencias y correspondencias).	Natural (fenómenos físico-naturales). Comercial (compra y venta). Matemático (operaciones aritméticas). Técnico-científico (construcción, agrimensura, industria textil).

<i>Procedimientos</i>	<i>Modos de representación</i>	<i>Situaciones</i>
Juan Posegut		
Efectuar equivalencias entre unidades de la misma especie y entre las unidades del SMD y el sistema de Castilla. Efectuar operaciones aritméticas con números métricos (suma y resta de unidades de la misma especie); multiplicación y división (por un escalar) entre unidades métricas y monetarias para calcular costos. Expresar los múltiplos y submúltiplos a partir de palabras griegas y latinas.	Verbal. Simbólico (símbolos numéricos y de operación). Tabular (equivalencias).	Natural (fenómenos físico-naturales). Comercial (cálculo de costos). Matemático (operaciones aritméticas).
Dolores Montaner		
n.i.	Verbal.	Natural (fenómenos físico-naturales). Técnico-científico (agrimensura).

Nota. n.i. = no indica.

Los procedimientos incluidos en los textos familiarizan al lector con las unidades del sistema, especialmente con la nomenclatura con la cual se expresan y estructuran. Se adaptan las unidades a las relaciones aritméticas, fomentando su uso en prácticas cotidianas. Con un desarrollo más o menos técnico, los procedimientos vinculados a números métricos que coinciden en los libros son cuatro: leer y escribir números métricos; sumarlos y restarlos; multiplicarlos o dividirlos por un escalar, y, en su caso, hacer reducciones del SMD al sistema de Castilla.

Los cuatro libros comparten las expresiones verbales como sistema de representación para las unidades métrico-decimales. Tres de ellos también muestran representaciones simbólicas y tabulares. Estas últimas se utilizan para mostrar las equivalencias entre unidades. Representaciones gráficas se emplean en un solo texto.

A pesar de la diversidad de situaciones que dan sentido y presentan a las unidades de medida métrico-decimales, destacan dos modos de uso: el natural y el comercial. Estos usos muestran la utilidad del SMD en las actividades comunes de los españoles del siglo XIX, como son los cálculos de compra y venta en el comercio. Junto a estos, los métodos técnico-científicos y matemáticos resaltan el uso de las operaciones aritméticas en el sistema.

Conocimiento didáctico: estrategias de aprendizaje y enseñanza

Si bien de manera muy concisa, a veces solo implícitamente, se encuentran indicios que muestran un propósito didáctico de los autores, alguna mención sobre el aprendizaje y las estrategias instructivas que sustentan el texto redactado. La tabla 6 muestra los casos y particularidades sobre el aprendizaje y la enseñanza de las unidades métrico-decimales identificables en distintos libros de texto. Destacan las siguientes variables: los propósitos, las estrategias de aprendizaje y enseñanza descritas, los tipos de tareas y los recursos y materiales, en los cuatro manuales estudiados.

Tabla 6.
Aprendizaje y enseñanza de las unidades métrico-decimales

<i>Propósito</i>	<i>Estrategias</i>	<i>Tareas</i>	<i>Recursos y materiales</i>
Lorenzo Trauque			
Exponer el SMD como elemento necesario e integrador de la aritmética.	Desarrollo de actividades que combinen el uso de la memoria y el razonamiento, la exposición de los beneficios de las nuevas unidades de medida y erradiquen las dificultades de comprensión de la nomenclatura.	Presenta ejemplos resueltos y plantea ejercicios prácticos.	n.i.
Dos profesores			
Exponer el SMD como complemento de la aritmética, legal y útil en la realidad cotidiana.	Presentación de tareas que requieran de la comprensión y la memoria.	Presenta ejemplos resueltos para ilustrar las definiciones. Plantea ejercicios prácticos para evaluar la adquisición de conocimientos.	n.i.
Juan Posegut			
Contribuir al aprendizaje memorístico de los estudiantes mediante la separación de ideas teóricas y prácticas.	Aprendizaje memorístico mediante el estilo catecismo (pregunta-respuesta).	Presentación de ejemplos.	n.i.
Dolores Montaner			
Facilitar el estudio de la aritmética a través de la memorización de definiciones breves que actúen como base en la explicación de contenidos y la resolución de complicados ejercicios.	La repetición de contenidos.	n.i.	n.i.

Nota. n.i. = no indica.

El propósito general de los autores de los textos es integrar las unidades métrico-decimales con la enseñanza de la aritmética. Algunos autores subrayan la utilidad de estos conocimientos, otro menciona el carácter necesario e integrador del SMD. Como se puede apreciar en la tabla 6, todos los autores destacan la importancia de memorizar los contenidos como estrategia para suplir las carencias y cubrir las necesidades en la comprensión de la nueva estructura metrológica. Las estrategias empleadas facilitan la memorización de los contenidos que, en algún caso, presentan el texto en forma de catecismo. Las tareas más comunes incluidas en los libros son ejemplos resueltos. Estos ilustran la utilidad de las unidades de medida y, en algunos casos, sirven de antesala a la resolución de ejercicios prácticos. Uno de los autores destaca la necesidad de la comprensión y plantea ejercicios prácticos para evaluar el conocimiento de los alumnos.

CONCLUSIONES

En la búsqueda y selección de libros de texto editados en la segunda mitad del siglo XIX, se observa el papel destacado que desempeñaron estos documentos para introducir, transmitir y divulgar el SMD así como contribuir a su puesta en práctica. Los textos escogidos han sido documentos curriculares que contienen información relevante para interpretar, detallar y documentar rasgos relevantes del cambio curricular ocurrido en España con la implantación del SMD en el periodo señalado. Son también documentos escritos que transmitieron aquellos conceptos y procedimientos matemáticos que fueron parte indispensable de la formación de niños, jóvenes y adultos en la época, es decir, libros de texto de matemáticas para escolares. Estas razones se han puesto de manifiesto mediante un análisis didáctico, de interés para especialistas en educación matemática estudiosos de su historia.

Los documentos sometidos a estudio permiten caracterizar la presentación del metro, el litro, el área, el metro cúbico y el gramo, como unidades para las magnitudes básicas del SMD. La base del nuevo sistema metrológico está en el concepto de metro para el cual se emplean diversos enfoques que destacan su definición, presentación y utilidad. Al metro acompañan las unidades básicas de las restantes magnitudes, para las cuales se subraya su vínculo con el metro como unidad fundamental. Posteriormente, se introducen los múltiplos y submúltiplos decimales de tales unidades, junto con las equivalencias con las unidades del sistema de pesas y medidas de Castilla. También se incluyen los procedimientos aritméticos usados para la presentación y enseñanza de la conversión entre unidades. Aunado a esto, en los textos se identifican diversos tipos de representación utilizados para presentar estas unidades en los libros de texto y trabajar con ellas, junto con las situaciones y contextos empleados para mostrar sus modos de uso en las actividades comerciales y de la vida diaria de los españoles de la época.

La presentación de las unidades de medida se caracteriza por el número de «especies de medida» o magnitudes consideradas y sus unidades principales. Primero, el acento pudo darse desde un enfoque científico para las unidades de longitud, superficie, capacidad, volumen, peso y moneda, introducidas mediante la exposición del metro, el área, el litro, el metro cúbico, el gramo y el real. Segundo, este acento estuvo ligado a la utilidad de las unidades en las actividades más próximas a los estudiantes, destacando la longitud, capacidad, peso y moneda.

Particularmente, no existió uniformidad en la presentación de determinadas unidades principales. En algunos casos se identifica una disyuntiva en la presentación de una determinada unidad. Destaca la presentación del metro cuadrado y el área como unidades principales para la superficie a partir de la extensión de un área que se deseaba medir; es decir, a partir de su utilidad. El gramo y el kilogramo se muestran de manera distinta como unidad principal para el peso a partir del énfasis elegido por cada autor para su presentación: científica o uso común.

El SMD se incluyó en los libros de texto de matemáticas, junto con su fundamento estructural en el SDN, reconocido en la presentación de múltiplos y submúltiplos. Múltiplos y submúltiplos se introducen en los libros de texto desde dos tendencias: las equivalencias decimales y la morfología lingüística. Se reconoce una doble intención: formar a los estudiantes en la numeración decimal y en la nueva nomenclatura para las unidades de medida. En cuanto al número de múltiplos y submúltiplos se detecta una variación. Algunos se omiten por ser considerados poco útiles. Cabe destacar el uso de múltiplos y submúltiplos con equivalencias distintas a las decimales. Esto evidencia un predominio del enfoque instrumental sobre el científico a la hora de presentarlos y la permanencia de costumbres en el uso y trato con unidades superiores e inferiores no decimales.

Los procedimientos mostrados en los libros de texto enfatizan la lectura, escritura y las operaciones con números métricos. Destacan la suma y la resta para operar con unidades de la misma especie y la multiplicación y división por un escalar para situaciones de precios y costos. También sobresalen las

equivalencias entre unidades principales, superiores e inferiores (múltiplos y submúltiplos), de cada especie y las correspondencias entre las unidades de medida del sistema de Castilla y el SMD.

La representación de las unidades métrico-decimales se dio de manera relevante en modo verbal. Otros modos utilizados fueron el simbólico, tabular y gráfico, que destacan notaciones, relaciones y representaciones concretas. Las situaciones que incluían unidades de medida destacan la utilidad de estas en el comercio, las matemáticas y la técnica. Esto subraya la importancia de los contextos comercial, matemático y científico-técnico para mostrar aplicaciones del SMD.

En cuanto a las estrategias para la instrucción en las unidades métrico-decimales destaca la memorización de su nomenclatura. Los métodos de enseñanza propuestos subrayan la necesidad de un manejo y desenvolvimiento de los estudiantes con los términos científicos, para su uso fuera de la escuela; destacan la comprensión real de las equivalencias, e insisten en la aplicación de reducciones en actividades comunes como parte de la enseñanza primaria. Esto no concuerda con algunos de los procedimientos identificados que se vinculan con actividades prácticas. Es de notar la exclusión de propuestas sobre recursos y materiales en los textos trabajados.

El proceso de cambio curricular se ha podido apreciar en la comparación entre los manuales. El texto de Trauque es el más antiguo de los considerados para la educación primaria. De los cuatro manuales este es el más completo conceptualmente, con una sistematicidad en el uso de representaciones gráficas y empeño por justificar mediante ejercicios las reglas de conversión entre unidades y las operaciones entre cantidades.

El texto de dos profesores es seis años posterior al de Trauque. Estos autores introducen y trabajan las mismas magnitudes y unidades de medida que este. Si bien su planteamiento conceptual es menos ambicioso, pone mayor énfasis en vincular el SMD con los contextos natural, comercial, matemático y técnico, y los modos de uso que le dan origen.

El libro de Posegut corresponde a una etapa avanzada en la consolidación del SMD en la escuela primaria, posterior en casi 25 años a la promulgación de la ley para su adopción en España. El autor acota su estudio a cinco magnitudes y presta atención al dominio y automatización de procedimientos. Utiliza un formato de catecismo que refuerza la memorización de las reglas y definiciones. Es un manual auxiliar que discrimina la teoría de la práctica y da prioridad al aprendizaje mecánico.

El libro de Montaner corresponde ya a la etapa final de implantación del SMD. Se centra en las tres magnitudes básicas. Este texto tiene un carácter eminentemente práctico y aplicado, diseñado para ayudar a una población cada vez mayor de escolares en su aprendizaje de los rudimentos del sistema. La conexión entre la estructura del SDN y el SMD es una característica de este manual, en el que destacan los conocimientos procedimentales sobre los conceptuales.

Si bien la información obtenida con los cuatro manuales es, inevitablemente, parcial e incompleta, se percibe una evolución entre ellos que muestra una progresiva reducción de los contenidos conceptuales, así como la búsqueda de rutinas procedimentales con las cuales sistematizar las reglas. Conforme se avanza en la integración del SMD en la escuela primaria, se detecta en los textos publicados una progresiva disminución de la preocupación didáctica por una enseñanza reflexiva y un aprendizaje más allá de la memorización.

El análisis didáctico y sus categorías han permitido describir la introducción del sistema métrico como nueva estructura conceptual por medio de los libros, en el currículo de las matemáticas escolares de primaria. Asimismo, han ayudado a presentar un estudio comparativo de los diversos significados de estos contenidos matemáticos, según los documentos estudiados. También se han identificado algunos aspectos del conocimiento didáctico acerca de estos contenidos, según fueron expresados por los autores de los textos analizados, aspectos que incluyen los propósitos, las estrategias, las tareas y los recursos y materiales contemplados. Finalmente se ha constatado una evolución de los manuales conforme se consolida la implantación del SMD.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARÓSTEGUI, J. (2001). *La investigación histórica: teoría y método*. Barcelona: Crítica.
- AZNAR, J. V. (1997). *La unificación de los pesos y medidas en España durante el siglo XIX* (tesis doctoral no publicada). Universidad de Valencia, España.
- BASAS, M. (1962). *Introducción en España del Sistema Métrico Decimal*. Milán: Dott. A. Giuffrè.
- BJARNADOTTIR, K., FURINGHETTI, F., MATOS, J. M. y SCHUBRING, G. (eds.). (2011). «Dig where you stand» 2. *Proceedings of the Second International Conference on the History of Mathematics Education*. Lisboa, Portugal.
- CARDOSO, C. (2000). *Introducción al trabajo de la investigación histórica: conocimiento, método e historia*. Barcelona: Crítica.
- CARRILLO, D. (2005). *La metodología de la aritmética en los comienzos de las Escuelas Normales (1838-1868) y sus antecedentes*. Murcia: Universidad de Murcia.
- CENTENO, J. (1997). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Madrid: Síntesis.
- COHEN, L. y MANION, L. (2002). *Métodos de Investigación Educativa* (2.ª ed.). Madrid: La Muralla.
- DE GUZMÁN, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, pp. 19-58.
- DOS PROFESORES. (1860). *Tratado de aritmética teórico-práctica con la explicación del sistema métrico decimal para uso de las escuela de primera enseñanza elemental y superior*. Huesca: Imprenta y librería de Lucas Polo.
- ESCOLANO, R. y GAIRÍN, J. M. (2007). Enseñanza del número racional positivo en educación primaria: propuesta didáctica con modelos de medida. En E. Castro y J. L. Lupiáñez (eds.). *Investigación en educación matemática: pensamiento numérico. Libro homenaje a Jorge Cázares Solórzano*. Granada, España: Universidad de Granada, pp. 185-212.
- FAUVEL, J. y VAN MAANEN, J. (2000). *History in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- FURINGHETTI, F. (2002). On the role of the history of mathematics in mathematics education. En I. Vakalis, D. Hughes Hallett, C. Kourouniotis, D. Quinney y C. Tzanakis (eds.). *Proceedings of ICTM2* [CD-Rom]. Creta: J. Wiley e hijos, p. 51.
- GÓMEZ, B. (1999). *Cambios en las nociones de número, unidad, cantidad y magnitud*. 9.ª Jornadas para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas (JAEM), Lugo, España, pp. 91-95.
- (2003). La investigación histórica en didáctica de la matemática. En E. Castro (coord.). *Investigación en Educación Matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Granada, España: Universidad de Granada.
- (2010). Concepciones de los números decimales. *Revista de Investigación en Educación*, 8, pp. 97-107.
- GONZÁLEZ, M. T. y SIERRA, M. (2003). El método de investigación histórico en la didáctica del análisis matemático. En E. Castro (coord.). *Investigación en Educación Matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Granada: Universidad de Granada, pp. 109-130.
- GORDON-CHILDE, V. (1979). *Los orígenes de la civilización*. Madrid: Fondo de Cultura Económica.
- GRAJALES, T. (2002). La metodología de la investigación histórica: una crisis compartida. *Enfoques*, 14, pp. 5-21.
- GUTIÉRREZ, A. (1991). La investigación en didáctica de las matemáticas. En A. Gutiérrez (ed.). *Área de conocimiento didáctica de la matemática*. Madrid: Síntesis, pp. 149-194.
- HØYRUP, J. (1994). *In measure, number, and weight: studies in mathematics and culture*. Nueva York: SUNY Press.

- KATZ, V. (1997). Some ideas on the use of history in the teaching of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), pp. 62-63.
- KRAGH, H. (1989). *Introducción a la historia de la ciencia* (T. de Lazoya, trad.) Barcelona: Crítica.
- MAZ, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, España. Disponible en línea: <<http://0-hera.ugr.es/adraستا.ugr.es/tesisugr/15378184.pdf>>.
- MONTANER, D. (1889). *Aritmética para uso de los niños*. Ocaña, España: Imprenta de José Sánchez del Peral.
- PICADO, M. (2012). *El Sistema Métrico Decimal en libros de texto de matemática en España durante la segunda mitad del siglo XIX*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, España. Disponible en línea: <http://fqm193.ugr.es/produccion-cientifica/tesis/ver_detalle/7464/>.
- PICADO, M., GÓMEZ, B. y RICO, L. (2013). El análisis didáctico en el estudio del sistema métrico decimal en un libro de texto histórico de matemáticas. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (eds). *Análisis didáctico en educación matemática*. Granada, España: Comares, pp. 403-414.
- PICADO, M. y RICO, L. (2011a). Análisis de contenido en textos históricos de matemáticas. *PNA*, 6(1), pp. 11-27.
- (2011b). La selección de textos en una investigación histórica en Educación Matemática. *Épsilon*, 28(1), pp. 99-112.
- POSEGUT, J. (1875). *Compendio de aritmética, con el nuevo sistema de pesas, medidas y monedas* (5.ª ed.). Málaga: Lib. de A. Rubio.
- PUIG, L. (1998). Componentes de una historia del álgebra. El texto de al-Khwarizmi restaurado. En F. Hitt (ed.). *Investigaciones en Matemática Educativa II*. DF, México: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 109-131.
- (2008). Historias de al-Khwārizmī (2.ª entrega), *Suma*, 59, pp. 105-112.
- RICO, L. (1998). Conocimiento numérico y formación del profesorado. *Revista de educación de la Universidad de Granada*, 11, pp. 29-60.
- RICO, L., DÍEZ, A., CASTRO, E. y LUPIÁÑEZ, J. L. (2011). Currículo de matemáticas para la educación obligatoria en España durante el período 1945-2010. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), pp. 139-172.
- RICO, L. y FERNÁNDEZ-CANO, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (eds.). *Análisis didáctico en educación matemática*. Granada, España: Comares, pp. 1-22.
- RUIZ, A. (2003). *Historia y filosofía de las matemáticas*. San José: EUNED.
- SALKIND, N. J. (1999). *Métodos de investigación*. México: Prentice-Hall.
- SIERRA, M. (1997). Notas de historia de las matemáticas para el currículo de secundaria. En L. Rico (coord.). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona, España: Horsori, pp. 179-194.
- (2000). El papel de la historia de las matemáticas en la enseñanza. *Números*, 43-44, pp. 93-96.
- SIERRA, M., GONZÁLEZ, M. y LÓPEZ, C. (1999). Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de bachillerato y curso de orientación universitaria (COU): 1940-1995. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(3), pp. 463-476.
- TEN, A. (1989). El sistema métrico decimal y España. *Arbor*, 527/528, pp. 101-121.
- TRAUQUE, L. (1854). *Aritmética decimal y demostrada para uso de las escuelas primarias*. Gerona: Imprenta y Librería de Grases.

The teaching of metric units in Spain in the second half of the nineteenth century

Miguel Picado Alfaro
Universidad Nacional de Costa Rica
miguelpicado@hotmail.com

Luis Rico Romero
Universidad de Granada
lrico@ugr.es

Bernardo Gómez Alfonso
Universidad de Valencia
gomezba@uv.es

This article describes a historical research in mathematics education based on a content analysis of textbooks. Didactical characteristics on the treatment given to Metric System (MS) in ancient textbooks in the beginning of the curricular reform are identified.

The incorporation of metric-decimal units and its peculiarities in textbooks for primary education used in Spain during the period 1849-1892 are highlighted. This period is a stage in the Spanish metrology bounded by the enactment of two laws of weights and measures: the Law of July 19, 1849 (*Ley de 19 de Julio de 1849*) through which the MS is adopted in Spain, and the Law of July 8, 1892 (*Ley de 8 de Julio de 1892*) that establishes the mandatory use of metric-decimal units in all economic, social-political, educational, scientific, commercial and technical activities of the Spaniards.

The sources were selected through criteria defined for the purpose of the research. Among these criteria is the representativeness of the textbooks in the period, the defined historical stages, the aim –finality– of the documents, their connection with MS and their content.

Four textbooks were selected:

- «Tratado de aritmética teórico-práctica con la explicación del sistema métrico decimal para uso de las escuela de primera enseñanza elemental y superior» [Treaty of theoretical and practical arithmetic with the explanation of the metric system for first elementary school and higher education] (1860) from Dos profesores;
- «Aritmética para uso de los niños» [Arithmetic for children] (1889) from Dolores Montaner;
- «Compendio de aritmética, con el nuevo sistema de pesas, medidas y monedas (5ª ed.)» [Compendium of arithmetic, with the new system of weights, measures and currency] (1875) from Juan Posegut; and,
- «Aritmética decimal y demostrada para uso de las escuelas primarias» [Decimal arithmetic demonstrated for primary schools] (1854) from Lorenzo Trauque.

For analyzing these textbooks, categories from the Didactic Analysis were considered. As units of analysis definitions, formulas, explanations, rules, tables, illustrations and other information presented in books, on the contents of the MS, its learning and its teaching were selected. For this part of the study three types of analyses were performed. First, the content analysis with its own categories, which are identified in each manual as concepts, procedures, representations, situations and modes of use of the new mathematical structure studied. Second, cognitive analysis, whose categories include expectations, opportunities and limitations for student learning (considered by the author –or authors– of the text). Third, analysis of instruction; the categories in this analysis focus on the types and sequences of tasks, and modes of classroom management and teaching resources are discussed.

Through the study were recognized different approaches that characterize the definition, presentation and usefulness of the metric-decimal units at this time. In the investigative process, the need to employ the scientific terms, and their development, an understanding of metrological equivalences, and the application of reductions in usual activities by memorization as a learning method are characterized. Although the information obtained from the four textbooks (manuals) is inevitably partial and incomplete, an evolution is perceived that shows a progressive reduction of the conceptual contents and search of procedural routines to systematize the rules. According to the progress in the integration of MS in primary school, it is detected a progressive decline of the didactical concerns for a reflective teaching and learning beyond memorization in the published texts.

The didactic analysis and its categories have allowed describing through textbooks the introduction of the metric system as a new conceptual structure in the curriculum of elementary school mathematics. Also, the didactic analysis has helped to present a comparative study of several meanings of this mathematical content, according to the documents studied. Besides, some aspects of the didactical knowledge about these contents are identified, as they were expressed by the authors of the texts analyzed; these aspects including the scope, strategies, tasks, resources and referred materials. Finally, an evolution of the textbooks is observed, according to the consolidation of the implementation of MS.