INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS

Diego Campos Campos
Carlos Chanto Espinoza
Róger Valderrama González
Roberto Villalobos Paniagua

editorial JADE
Publicamos para el Mundo

INTRODUCCIÓN A LAS FINANZAS

Diego Campos Campos
Carlos Chanto Espinoza
Róger Valderrama González
Roberto Villalobos Paniagua

editorial JADE
Publicamos para el Mundo

658.15

C1984i Campos Campos, Diego

Introducción a las finanzas [recurso en línea] / Diego Campos Campos, Carlos Chanto Espinoza, Róger Valderrama González, Roberto Villalobos Paniagua. — 1 ed. – San José, C.R. : Jade, 2017.

1 recurso en línea (114 p.) : E-book ; pdf ; 70 MB

ISBN: 978-9930- 509-09- 8

1. Finanzas – Problemas, Ejercicios, etc. I. Chanto Espinoza, Carlos. II. Valderrama González, Roger. III. Villalobos Paniagua, Roberto. IV. Título.

Jade Diseños & Soluciones S.A, San José Costa Rica. CA.
Teléfono: 2273-1473 Correo electrónico: info@jadecr.com, www.editorialjade.com
Tres Ríos, Cartago, Costa Rica. América Central.

Consejo Editorial:

Claudio Alpízar Otoya
Lucrecia Tenorio Barrantes
Jania Umaña Figueroa
Dennis Cordero Alvarado

Primera edición: agosto del 2017

Revisión filológica: Lic. Miguel Fajardo Korea
Premio Nacional de Educación Mauro Fernández
Correo electrónico: minalusa-dra56@hotmail.com

Portada: fotografía (2017) propiedad de los autores

Hecho en Costa Rica.

Diseño y diagramación: Editorial Jade Diseños y Soluciones S. A.

Todos los derechos reservados. Se autoriza la reproducción y difusión de los contenidos de este libro, para fines educativos u otros no comerciales, siempre que se reconozca, correctamente, los créditos de la obra en las citas y referencias.

Se prohíbe la reproducción parcial o total de este libro para fines comerciales.

Jade Diseños y los autores no asumen responsabilidad por el uso que de esta obra realicen terceros.

CONTENIDO

Índice de Figuras

Índice de Gráficos

Índice de Tablas

REFLEXIÓN DE LOS AUTORES

Desde nuestra experiencia profesional, como académicos universitarios, en especial, en la Región Chorotega, en las áreas de turismo, administración, derecho, tecnologías de información, finanzas y evaluación de proyectos, hemos identificado la necesidad académica de un texto, que ofrezca un conocimiento integrado de las áreas descritas, las cuales resultan esenciales en la formación profesional de los estudiantes de las carreras de Gestión Empresarial del Turismo Sostenible y de Administración de Empresas.

De igual forma, el crecimiento de la actividad económica en Costa Rica y, en especial, en la Región Chorotega, acaecido en los últimos años, así como la proyección de nuevas inversiones en esta región, ha posicionado las actividades relacionadas con la administración y turismo, como las más importantes en cuanto a su impacto en la creación de nuevas fuentes de trabajo, otras actividades productivas para la región, y como áreas de necesidad académica, tanto presentes como futuras.

Lo anterior, evidencia la necesidad de contar con un libro que genere insumos académicos para la formación de estudiantes, y que también sirva como instrumento de capacitación en las áreas mencionadas, en los proyectos de investigación y de extensión que desarrollan las universidades, así como para otras instituciones públicas, asimismo, para la empresa privada.

El abordaje de este libro, sobre la temática financiera, posibilita el análisis del manejo de conceptos financieros y, en específico, con el estudio del dinero en el tiempo, pues fortalece la formación integral de los estudiantes en estas áreas, y ofrece instrumentos de análisis financieros al inversionista.

El libro realiza una propuesta novedosa en el desarrollo de sus ejercicios prácticos, como complemento del desarrollo conceptual de la teoría financiera, ya que contextualiza dichos conceptos a las realidades concretas del sector empresarial de la zona. Asimismo, se ejemplifica en el desarrollo práctico la utilización de herramientas tecnológicas, tales como el uso de la calculadora financiera y el programa Microsoft Excel, aplicado al desarrollo práctico de las finanzas empresariales.

Adicionalmente, el conocimiento del proceso de análisis financiero permitirá, tanto al estudiante como al sector empresarial, contar con las herramientas necesarias que le posibiliten tomar la mejor decisión de invertir, y así lograr la optimización de los recursos, para evitar la elección de proyectos no viables. Lo anterior es necesario en todo proyecto de inversión, desde el ejecutado por las grandes empresas, como los de las pequeñas y medianas empresas.

El libro describe el análisis de conceptos financieros y del valor del dinero en el tiempo. En el capítulo I, se explica conceptos, figuras financieras y las regulaciones legales aplicables a la utilización de ellas, según el ordenamiento jurídico costarricense.

El capítulo II, desarrolla la conformación del sistema financiero costarricense, sus diferentes funciones, mediante un recuento histórico de las diversas normas jurídicas que lo regulan, y que se encuentran vigentes.

El capítulo III, trata de la medición del valor del dinero, por medio del interés simple y el interés compuesto.

El capítulo IV, desarrolla los diferentes tipos de anualidades (ordinarias, anticipadas, diferidas y perpetuas), así como el efecto de la inflación en el cálculo del valor del dinero en el tiempo. Además, se desarrolla indicadores que permiten evaluar, financieramente, proyectos de inversión, tales como el valor actual neto (VAN) y la tasa interna de retorno (TIR).

El capítulo V, describe qué es y cómo se calcula los diferentes sistemas de amortización de créditos y los sistemas de capitalización.

Por último, el libro incorpora una serie de ejercicios prácticos, del análisis del valor del dinero en el tiempo, muchos de los cuales están referidos, tanto a la realidad como al contexto regional.

COMENTARIOS INTRODUCTORIOS

La universidad constituye un laboratorio de educación, a partir de esta realidad, requiere de textos de lectura y de ejercicios para la conducción del estudiante en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Esta educación debe recoger lo mejor de los conocimientos, para formar los comportamientos en cada educando.

La corriente actual de los tiempos, es denominada por algunos economistas con la etiqueta de Globalización; por los futurólogos, con el nombre de Sociedad Post Capitalista, y por quienes trabajamos en la enseñanza, la designamos Sociedad del Conocimiento.

Esta Sociedad del Conocimiento arrastra consigo una serie de atributos de la Edad Moderna, entre dichas características, se encuentra la aplicación del método científico, con base en experimentos, lo cual constituye, en el mundo de las finanzas, una tecnología de formación que, de seguro, se seguirá aplicando en los años venideros.

La enseñanza de las finanzas requiere de la utilización de la lógica inductiva. Para algunos científicos, la lógica inductiva es el abordaje del objeto de estudio desde lo individual, pasando por lo particular, para alcanzar lo general; para otros, la inducción, como lógica del pensamiento científico, constituye el arribo a una conclusión general, partiendo de premisas particulares.

Por medio de la lógica inductiva, el profesor -después de reunir mediante investigación los conocimientos que se están aplicando en el mundo real en materia de flujos de dinero- se aboca a la elaboración de ejercicios experimentales, para reflejar en el aula, la realidad que acontece cotidianamente en la vida de las organizaciones que utilizan dinero como recurso para la transferencia y adquisición de valor económico.

Es en esta parte, donde se destaca la creación del presente texto de enseñanza, dado que los profesores **Roberto Villalobos, Diego Campos, Róger Valderrama y Carlos Chanto**, con la experiencia que dan los años, con el conocimiento adquirido en los diversos procesos de formación en los que han participado, y con la sensibilidad cognitiva que suministra el continuo monitoreo de la realidad del mundo financiero, nos presentan este libro con los últimos alcances de la ciencia de las finanzas, para favorecer la enseñanza de los flujos del dinero en las organizaciones.

La verificación empírica de un resultado financiero, mediante la aplicación del criterio de la verdad experimental, nos asegura que quienes están destinados a conducir las diversas organizaciones públicas y privadas de Costa Rica, y allende de nuestras fronteras, serán capaces de acertar en el apropiado uso del dinero y de los valores que se expresan en unidades monetarias.

Este libro está creado como un manual de texto y, por ende, está orientado a quienes se preparan profesionalmente para trabajar en las unidades de finanzas y contabilidad de las diversas organizaciones; está diseñado para quienes deben revisar las proyecciones de los resultados financieros, en la toma de decisiones del proceso financiero-contable.

El libro está dirigido para quienes deberán otorgar créditos, solicitar préstamos, definir inversiones, determinar valores de retorno, evaluar diferentes escenarios de comportamiento financiero, medir la capacidad de la empresa, para soportar una carga financiera, mientras genera los flujos de dinero.

El presente libro es un texto de enseñanza, un manual de consulta, una cantera de modelos de cálculos financieros, una guía metodológica para la aplicación científica del conocimiento de los flujos monetarios.

Con lo anterior, quiero hacer notar que uno de los principales atributos de este libro, reside en poner a pensar a sus lectores y usuarios, las diversas nociones epistemológicas, tanto generalizadas como reduccionistas; tanto mecánicas como dimensionales del mundo de las finanzas.

No hay que olvidar que tanto empresa como los profesionales tomadores de decisiones, entran en una dinámica interpretativa, explicativa, para definir las rutas de acceso a los recursos financieros que el mercado suministra. Es en este paraje de previa indeterminación, donde el libro arroja las luces requeridas, para conducir a la empresa y al profesional por el camino correcto.

Los autores de este libro son economistas, financistas, contadores y directores de empresas, lo cual nos asegura la calidad del aporte y de los conocimientos explicados a lo largo de sus diversos capítulos.

Entremos, sin más dilación, a explorar los alcances del libro: el conocimiento de las finanzas nos espera.

Róger Méndez, Ph.D.
Doctor en Ciencias de la Administración
Cartago, Costa Rica.

CAPÍTULO I

Introducción, Conceptos y Figuras Financieras

1.1 Introducción

El concepto de ´Finanzas´ significa la administración o gestión del dinero en todas sus manifestaciones (efectivo, valores negociables, cuentas por cobrar e inventario). Se relaciona con las transacciones y administración del dinero; estudia la forma de obtener capital para la inversión en bienes productivos y de las decisiones de inversión y la manera en que los recursos escasos se asignan durante el tiempo.

Gitman (2007), define las finanzas "como el arte y la ciencia de administrar el dinero" (p.3).

Al analizar un balance general de cualquier empresa, es posible apreciar que el dinero está ubicado de muchas formas, tal como lo muestra la siguiente tabla:

Tabla 1.1 Balance General

<table>
<tr><th colspan="4">BALANCE GENERAL</th></tr>
<tr><td rowspan="6">INVERSIONES</td><td>Efectivo y Valores</td><td rowspan="2">Pasivo a corto plazo</td><td rowspan="6">FINANCIAMIENTO</td></tr>
<tr><td>Cuentas por cobrar</td></tr>
<tr><td>Inventario</td><td rowspan="2">Pasivo a Largo Plazo</td></tr>
<tr><td>Otros activos circulantes</td></tr>
<tr><td>Activo Fijo</td><td rowspan="2">Patrimonio</td></tr>
<tr><td>Otros Activos</td></tr>
</table>

Fuente: Elaboración de los autores, 2017.

Dentro de los activos o inversiones, es posible observar que, en los activos circulantes, el dinero se transforma en valores negociables, cuentas por cobrar, inventario. Los valores negociables representan efectivo que está esperando ser utilizado en alguna actividad de la empresa, y mientras eso sucede, gana intereses en forma de valores.

Las cuentas por cobrar representan dinero, en forma de ventas a crédito, que se espera cobrar en un corto plazo. El inventario constituye dinero en forma de existencias (producto terminado, en proceso o materia prima), que se transformará en producción, la cual será vendida en un plazo corto.

Por otro lado, se tiene a los activos fijos, que representan dinero en forma de equipo, maquinaria, terrenos, edificios, entre otros. Por último, los otros activos, que constituyen patentes, marcas, franquicias y otros.

El dinero tiene varias manifestaciones en una empresa, y requiere de un manejo adecuado, siempre con el objetivo de incrementar el valor de la empresa. En el caso de las fuentes de financiamiento, se encuentra el pasivo de corto plazo, el de largo plazo y el patrimonio, los que, a su vez, representan la forma en que la empresa obtuvo el dinero.

La administración del dinero requiere tomar decisiones, tales como aquellas referentes al presupuesto de capital, estructura de capital y administración del capital de trabajo.

El presupuesto de capital se refiere a la gestión de las inversiones a largo plazo de la empresa, que busca la identificación de oportunidades de inversión que generen valor. La estructura de capital tiene que ver con la forma en que la empresa obtiene y gestiona el financiamiento de largo plazo. Se refiere a la combinación de deuda a largo plazo y patrimonio que logre incrementar su valor.

Por último, la administración del capital de trabajo se refiere a la gestión de los activos circulantes, para generar los recursos suficientes, y seguir adelante en sus operaciones.

1.2 Funciones de la administración financiera

Las funciones de la administración financiera, es posible centrarlas en tres actividades: planeación y análisis financiero, determinación de la estructura de activos de inversión, y manejo de la estructura financiera.

1.2.1 Planeación y análisis financiero

Se refiere, primero, a la conversión de información de la empresa (contable, producción, inversión y otras), de forma que permita el control de la posición financiera; segundo, a la determinación de aumento o reducción de financiamiento y; tercero, a la evaluación de la necesidad de incrementar la capacidad productiva.

Esta función abarca y se apoya en la totalidad del balance general, el estado de resultados, y pretende evaluar los flujos de efectivo de la empresa, de forma que se garantice niveles adecuados de estos flujos para la consecución de las metas de la empresa.

1.2.2 Determinación de la estructura de activos de inversión

En este punto, es necesario determinar la composición y el tipo de activo que sea necesario en la empresa. Es importante determinar la proporción de activo circulante y de activo fijo, y luego determinar la cantidad de cada tipo de activo circulante. Además, debe determinarse la calidad y la pertinencia de activos fijos, así como su vida útil.

1.2.3 Manejo de la estructura financiera

Se debe determinar la composición adecuada de financiamiento a corto y largo plazos. Así como cuáles son los mejores orígenes (fuentes) de fondos de corto y largo plazos.

1.3 Objetivo de la administración financiera

El objetivo de la administración financiera se encuentra relacionado con los accionistas. Según Gitman (2017), ´´la meta de la empresa, y por lo tanto de todos los administradores y empleados, es incrementar al máximo la riqueza de los propietarios para quienes se opera la empresa´´ (p.13).

Es posible medir la riqueza de los accionistas o dueños de la empresa, mediante el precio de las acciones, el que presenta una relación muy fuerte con los rendimientos y riesgos de la empresa.

Por tanto, la administración tiene como obligación ejecutar las acciones que incrementen el precio de las acciones. En el caso de las empresas que no cotizan en la bolsa de valores y, por ende, no tienen acciones, se debe maximizar el valor de mercado del capital de los propietarios.

1.4 Formas de organización empresarial

En este apartado, se hará referencia a las sociedades mercantiles y a las asociaciones cooperativas, como unas de las formas más utilizadas de organización empresarial.

1.4.1 Sociedades mercantiles

Se denomina sociedades comerciales o mercantiles a la unión de personas físicas o jurídicas, con la finalidad de realizar una actividad comercial lucrativa y de distribuir las ganancias, entre ellas. Chinchilla, F. (2000) define a la sociedad mercantil como:

> [...] una unión de personas, que deciden agruparse para formar un organismo con autonomía propia y personalidad jurídica independiente, para poder ejercer, de esta manera, el comercio y lograr, a través de la especulación y tráfico mercantil, la obtención del lucro o ganancia, al explotar todo tipo de actividad mercantil, agropecuaria, industrial o de servicios (p. 34).

Es importante destacar que la sociedad mercantil, al constituirse legalmente, adquiere la condición de sujeto de derecho, con personalidad jurídica propia, independiente de las personas que la forman. En tal condición, puede ejercer por sí, todos aquellos actos y contratos jurídicos, que posibilita el ordenamiento jurídico.

1.4.2 Clases de Sociedades

El Código de Comercio costarricense, reconoce cuatro tipos de sociedades mercantiles: sociedad en nombre colectivo, sociedad en comandita, sociedad de responsabilidad limitada y sociedad anónima. Las dos primeras clases de sociedades son llamadas sociedades de personas y, las dos últimas, son conocidas como sociedades de capital.

1.4.3 Asociaciones cooperativas

Otra forma de organización empresarial son las asociaciones cooperativas, conocidas comúnmente solo con el nombre de cooperativas. Estas organizaciones son de carácter privado, pero revisten especial interés para el Estado, según lo dispone el artículo 64 de la Constitución Política, siendo que el artículo 1° de la Ley de Asociaciones Cooperativas, las declara de conveniencia y utilidad pública y de interés social.

1.5 Algunos Instrumentos financieros

En este apartado, se hará referencia a los instrumentos financieros más importantes, debido a su utilización por las empresas en Costa Rica.

1.5.1 Leasing

Leasing es una palabra del idioma inglés, que se traduce como arriendo o alquiler. Constituye un contrato celebrado entre dos partes: el arrendador y el arrendatario, en virtud del cual el primero concede al segundo el derecho de uso y goce temporal de determinados bienes (maquinaria, vehículos o equipos electrónicos, entre otros), debiendo el arrendatario cancelar un pago periódico durante un plazo determinado.

Este contrato nace en los Estados Unidos en la década de 1950, se extiende, poco después, a Europa. En Costa Rica, no está sistemáticamente regulado, considerándose un contrato atípico (Jiménez, 2010).

El *leasing* permite que el arrendatario, -que puede ser persona física o jurídica-, pueda utilizar activos productivos, sin necesidad de adquirir la propiedad sobre ellos.

Entre los tipos de *leasing* más usados, está el financiero y el operativo. El *leasing* financiero, se distingue, porque el arrendador entrega en arrendamiento un activo, adquirido expresamente para el arrendatario, quien a cambio del uso y goce del bien, debe pagar un canon por un plazo fijado en el contrato.

El arrendatario se reserva la compra del bien, al término del contrato, por un precio determinado. Este contrato brinda la posibilidad al arrendatario de amortizar el valor del activo durante el período de arrendamiento.

Según Urrutia (2016), para que el *leasing* sea de tipo financiero, debe cumplir por lo menos, con uno de los siguientes criterios:

- Que se transfiera la propiedad del bien al arrendatario al final del contrato;
- Que contenga una opción de compra a precio nominal;
- Que el período de arrendamiento sea igual o mayor al 75 % de la vida económica del activo;
- Que para el arrendatario el valor presente de los pagos mínimos (sin costos de ejecución), sea igual o mayor al 90 % del valor del bien a la fecha del contrato (p. 189).

El *leasing* financiero permite al arrendante colocar su dinero, percibir el canon pactado, durante el plazo del contrato, y tener la posibilidad de vender el bien arrendado, al final de él. Para el arrendatario, le posibilita el uso del bien, sin ostentar su propiedad, lo que permite no invertir una suma de dinero para tener un activo, no elevar su endeudamiento, y tener la opción de adquirirlo, si así lo decide o pacta, al final del plazo de arriendo.

El *leasing* operativo se caracteriza, porque el arrendante cede el uso de activos que, son fabricados o distribuidos, generalmente, por él, al arrendatario, por un plazo determinado, a cambio de un pago periódico como contraprestación.

A diferencia del *leasing* financiero, en el operativo, no es usual que se pacte la adquisición del bien por parte del arrendatario, ya que los bienes utilizados en este contrato, se caracterizan por su gran obsolescencia y, más bien, es usual que se acuerde la posibilidad de que sean sustituidos por otros más modernos, a cargo del arrendante (Jiménez, 2010).

La Ley Orgánica del Sistema Bancario Nacional, en su artículo 61, autoriza a los bancos comerciales a adquirir los bienes muebles e inmuebles necesarios para las actividades de arrendamiento financiero u operativo, así como a realizar operaciones de factoraje.

Para ello, autoriza a los bancos públicos a constituir sociedades anónimas, conforme a las normas pertinentes del Código de Comercio, con el fin único de realizar estas actividades o llevar a cabo operaciones de arrendamiento financiero u operativo. La legislación costarricense permite a las empresas privadas, entre ellas, a los bancos privados, la utilización de este tipo de contratos.

1.5.2 Pagaré

El pagaré es un documento que contiene una promesa incondicional de pago de una cantidad de dinero, en un plazo determinado, realizadas por el emisor (deudor), a favor del acreedor. Jiménez (2010, p. 404) lo define como "título valor cambiario mediante el cual, el emisor promete pagar incondicionalmente una suma de dinero al acreedor".

Que sea título valor significa que comparte las características de literalidad, incorporación, autonomía y legitimación propias de dichos títulos, los cuales, no solo incorporan un derecho de crédito en el documento, sino que están concebidos para circular como instrumentos financieros. Pueden ser al portador o endosables (trasmisibles mediante endoso).

El artículo 800 del Código de Comercio de Costa Rica, establece los requisitos que debe contener el pagaré, los cuales se transcribe, seguidamente:

a) La mención de ser un pagaré, inserta en el texto del documento;
b) La promesa pura y simple de pagar una cantidad de dinero determinada;
c) Indicación del vencimiento;
d) Lugar en que el pago haya de efectuarse;
e) El nombre de la persona a quien haya de hacerse el pago o a cuya orden se haya de efectuar;
f) Lugar y fecha en que se haya firmado el pagaré; y
g) Los nombres y la firma de quienes hayan emitido el título, y del fiador, cuando lo hubiere.

El pagaré forma parte de las denominadas garantías personales (diferentes de las garantías reales, que son las respaldadas por bienes muebles o inmuebles), es decir, es un instrumento financiero utilizado para garantizar créditos, que se funda en la promesa simple, incondicional, que hace el deudor.

Es usual que la garantía del pagaré se refuerce con la incorporación de fiadores, que salvo pacto en contrario, serán fiadores solidarios, esto es, el acreedor puede exigir el cumplimiento total de la obligación, a cualquiera de ellos, sin que esté obligado a realizar, primeramente, dicho cobro al deudor.

El pagaré prescribe a los cuatro años, contados a partir de su vencimiento.

1.5.3 Factoreo

El factoreo (*factoring*) es un contrato de naturaleza mercantil, por medio del cual una persona, natural o jurídica, vende o traspasa sus cuentas por cobrar a una compañía de *factoring*, que se encargará de cobrar esos créditos. El *factoring* en Costa Rica puede ser un banco comercial u otro intermediario financiero no impedido por ley especial, o una persona física, ya que no hay ley que disponga lo contrario (Jiménez, 2010).

Al haber traspaso de cuentas, el factor realiza el cobro a nombre propio y no en representación del vendedor, por lo tanto, asume el riesgo de no pago, esto es, el factor no puede cobrarle al vendedor, si no logra que pague el deudor.

La compañía de *factoring*, al adquirir las facturas, cobra a su cliente (el vendedor, llamado cliente adherente), una comisión por los servicios prestados, denominada gestión de cobro y, además, una tasa de descuento, consistente en un porcentaje sobre el monto de las facturas por cobrar, que variará, entre otros factores, por el plazo promedio de vencimiento de las facturas (entre más lejano el vencimiento, mayor la tasa).

El *factoring* también puede brindar a su cliente otros servicios financieros, administrativos o contables, para ello, se acuerda la retribución correspondiente.

La principal función económica del factoreo es que permite obtener liquidez a las empresas y transforma sus cuentas por cobrar en efectivo. Igualmente, disminuye el riesgo del crédito, el cual puede ser asumido por el factor.

1.5.4 Aceptaciones bancarias

Se define como aceptaciones bancarias, las letras de cambio emitidas por las empresas, que son respaldadas por los bancos comerciales, mediante su aceptación o aval, para su cancelación al vencimiento (Escoto, 2007; Urrutia, 2016).

Las aceptaciones bancarias son títulos valores, los cuales son vendidos a los inversionistas, y se acredita los fondos en la cuenta de la empresa emisora que, de esta manera, obtiene financiamiento de capital de trabajo, a corto plazo.

Para obtener el respaldo o la aceptación bancaria correspondiente, de acuerdo con Escoto (2007), la empresa emisora acude primero al banco elegido a abrir una línea de crédito, cuya aprobación se formaliza mediante un contrato, donde se establece plazos, comisiones, garantías, etc. Posteriormente, la empresa procede a la emisión de las letras de cambio avaladas por el banco, según los términos pactados.

La entidad financiera que otorga el aval, cuenta como garantía, el patrimonio de la empresa emisora, que se compromete al pago en la fecha de vencimiento. El inversionista cuenta con la garantía que representa el aval otorgado por la entidad financiera.

Las aceptaciones bancarias, como se indicó, permiten a las empresas obtener el financiamiento que requieren para su operación, de forma rápida y con bajos costos administrativos, pues funciona como sustituto del crédito directo. Pueden ser negociadas, mediante los puestos de bolsa de los bancos, para lo cual deben estar inscritas en la sección de valores del Registro Nacional de Valores e Intermediarios.

1.5.5 Acciones comunes y acciones preferentes

Los propietarios o dueños de una empresa que emite y vende acciones, por ejemplo, las corporaciones, son los accionistas. Los accionistas pueden ser poseedores de acciones comunes o preferentes (o de ambas). Los poseedores de acciones comunes son los que proveen a las empresas de capital propio.

Gitman (2007, p.277), define que:

> Los verdaderos propietarios de las empresas son los accionistas comunes. Los accionistas comunes se conocen en ocasiones como propietarios residuales, porque reciben lo que queda, después de haber satisfecho todos los demás derechos de los ingresos y activos de la empresa.

Por lo general, se considera que los poseedores de este tipo de acciones tienen derecho de voz y voto en la toma de decisiones, por ejemplo, en la elección de directores.

Los poseedores de acciones preferentes tienen derechos diferentes de los accionistas comunes. En este sentido, Gitman (2007, p.280) señala “Los accionistas preferentes tienen la promesa de recibir un dividendo periódico fijo, establecido como un porcentaje o un monto en dólares”. Sin embargo, normalmente, este tipo de accionistas no tiene un derecho de voto en la elección de directivos y otros asuntos relevantes de las empresas

Por otra parte, Gitman (2007, p.281) señala que “los accionistas preferentes tienen generalmente prioridad sobre los accionistas comunes en la liquidación de los activos de una empresa legalmente en quiebra, aunque deben esperar su turno después de los acreedores”.

El análisis de las acciones comunes y preferentes se puede profundizar, si consideran las diferentes subdivisiones y características en cada una de ellas. Sin embargo, no es objeto de estudio de este libro.

1.6 Tasas de interés

En la acepción que aquí interesa, el concepto de tasa es la expresión de la relación existente entre dos magnitudes. Las tasas de interés son el precio o costo del dinero. Hernández (2007, p. 235) las define como "Retorno, expresado en porcentaje, que se obtiene al invertir fondos o realizar préstamos".

1.6.1 Tasas activas

Las tasas de interés activas son las tasas que las entidades financieras aplican a las operaciones activas. Estas operaciones son aquellas en que la entidad financiera coloca el dinero captado en el mercado, es decir, es el destino que la entidad financiera da a los recursos obtenidos, producto de sus captaciones, una vez que ha realizado las reservas legales correspondientes.

1.6.2 Tasas pasivas

Las tasas de interés pasivas son aquellas tasas que las entidades financieras aplican a las operaciones pasivas. Se define como operaciones pasivas las transacciones, mediante las cuales las entidades financieras captan recursos de los usuarios, bajo cualquier modalidad contractual: sea ahorro a la vista, a plazo, cuentas corrientes, entre otros.

Por tanto, la tasa pasiva es la tasa de interés que las entidades financieras reconocen a los ahorrantes o inversionistas por el depósito que han hecho de sus recursos, en la entidad financiera.

1.6.3 Tasa nominal

La tasa de interés nominal puede ser pasiva o activa, es un valor que se usa en las operaciones financieras, y que expresa la tasa de interés que se gana por una inversión, o que se paga por un préstamo, expresada anualmente, asumiendo que la devolución del principal se hace todo junto. Por ejemplo, si se solicita un crédito de ₡10 000,00 a una tasa nominal del 15 % anual, la suma que corresponde al total de intereses en un año sería de ₡1 500,00

1.6.4 Tasa real

La tasa real de interés está conformada por la ecuación resultante de descontar de la tasa nominal, la pérdida del valor del dinero, a causa de la inflación, en un período determinado. Es, entonces, el rendimiento real (rendimiento nominal, descontando la inflación), que obtiene un inversionista al colocar su dinero o un deudor al pagar su deuda, al descontar la tasa de inflación. Por ejemplo, si A presta a B una suma de dinero a un interés nominal del 15 % anual y, al cabo del plazo, la tasa de inflación resultó ser del 7 %, la tasa de interés real sería del 8 %.

1.6.5 Tasa de política monetaria

Para definir la tasa de política monetaria, es preciso referirse, brevemente al concepto de política monetaria. Según el Banco Central de Costa Rica (2017), la política monetaria "es un área de la política económica, encargada a los bancos centrales, que tiene como propósito influenciar las variables monetarias y financieras, para lograr objetivos específicos que, en el caso costarricense, se circunscribe a una inflación baja y estable".

La tasa de política monetaria es un instrumento de la política monetaria, que expresa la tasa de interés que fija el Banco Central, como referencia del costo de las operaciones de crédito y de depósito a un día plazo, calculada anualmente.

El Banco Central de Costa Rica (2016), aduce textualmente:

> Se define la Tasa de Política Monetaria como la tasa de interés objetivo del Banco Central de Costa Rica. Este indicador corresponde a la tasa de interés que utiliza el Banco Central de Costa Rica como referencia para conducir el costo de las operaciones a un día plazo en el Mercado Integrado de Liquidez dentro de un corredor formado por las tasas de interés de sus facilidades permanentes de crédito y de depósito en este mercado, y será determinada por la Junta Directiva del Banco Central de Costa Rica… (p. 24).

A la tasa de política monetaria, se le conoce también como la "tasa directriz", ya que, en relación con ella, las demás entidades del sistema financiero deberían orientar las demás tasas de interés.

1.6.6 Tasa Libor

La tasa Libor (London Interbank Offered Rate), que puede traducirse como "tipo de interés interbancario del mercado de Londres", es una tasa de referencia que responde a la tasa de interés ofrecida en las transacciones de instrumentos financieros a corto plazo (de un día a un año), en el mercado de Londres. Es una tasa diaria, fijada por la Asociación de Banqueros Británicos.

La tasa Libor es usada como parámetro de referencia sobre el costo del dinero en las operaciones mundiales. Por ejemplo, en Costa Rica, es incorporada en la Ley Orgánica del Banco Central, para definir tipos de interés correspondientes a transacciones realizadas en moneda extranjera (artículos 52 y 80, entre otros).

1.6.7 Tasa Prime

Se define como la tasa de interés preferencial con que los bancos comerciales de Estados Unidos cobran por sus préstamos a los clientes más grandes o más solventes. Esta tasa sirve de parámetro o referencia para el establecimiento de tasas de interés en otros negocios como vivienda o crédito empresarial. Al igual que la tasa Libor, es usada mundialmente como tasa de referencia para la toma de decisiones financieras.

El movimiento, tanto de la tasa Libor como de la tasa Prime, tiene repercusiones en el nivel de las tasas de interés internas, principalmente, las realizadas en dólares de los diferentes países, en especial, de las economías emergentes, ya que si estas tasas internacionales suben, encarecen el acceso al financiamiento externo, pero si bajan, favorecen el efecto contrario.

CAPÍTULO II

El Sistema Financiero en Costa Rica

2.1 ¿Qué es el sistema financiero?

De acuerdo con Escoto (2007), Meoño y Escoto (2006) y Urrutia (2016), se define el sistema financiero como el conjunto de instituciones y participantes que generan, captan, administran y dirigen el ahorro, interrelacionándose bajo un marco jurídico en común, que regula las transacciones de activos financieros y los mecanismos e instrumentos que posibilitan la transferencia de dichos activos de las unidades superavitarias (ahorrantes), hacia la inversión. Se cumple, así, una importante función en toda la economía.

Pérez de Armiñan (1983), citado por Ramos y Rugama (2009), define al sistema financiero como:

> Un delicado equilibrio entre instituciones, mercados, instrumentos financieros y técnicas operativas, como una doble y esencial función:
> a) Garantizar el abastecimiento de medios de pago a la economía en las mejores condiciones de estabilidad, y
> b) Fortalecer la formación de ahorro y facilitar su canalización, en aras a la más eficaz asignación de ese recurso escaso (p. 144).

Dado el marcado interés público que conlleva la actividad financiera, representado por la función económica y social que cumple, en aras de la protección de los ahorrantes y de un eficiente empleo de los recursos, es determinante el papel del Estado, tanto en su función reguladora, como en la de dirección y coordinación del sistema financiero, función que, en Costa Rica, se ejerce mediante el Banco Central, como institución autónoma, sus órganos desconcentrados (Superintendencias) y el Consejo Nacional del Sistema Financiero (Conassif), de conformidad con las competencias otorgadas por el marco legal vigente.

2.2 Mercados Financieros

Los mercados financieros más importantes son el mercado de capitales, el mercado de dinero, el mercado primario y el mercado secundario. Seguidamente, se reseña cada uno de ellos.

2.2.1 Mercado de capitales

El mercado de capitales, se puede definir como el conjunto de mecanismos a disposición de una economía, con el objetivo de cumplir la función básica de asignación y distribución, en el tiempo y en el espacio, de los recursos de capital (aquellos de mediano y largo plazos, destinados a financiar la inversión, por oposición a los recursos de corto plazo, que constituyen el objeto del mercado monetario), los riesgos, el control y la información asociados con los procesos de transferencia del ahorro a la inversión.

El mercado de capitales tiene los siguientes objetivos:

- Facilita la transferencia de recursos de los ahorradores o agentes con exceso de liquidez, a inversiones en el sector productivo de la economía.
- Asigna, de forma eficiente, recursos a la financiación de empresas del sector productivo.
- Reduce los costos de selección y asignación de recursos a actividades productivas.
- Posibilita la diversificación del riesgo para los agentes participantes.
- Ofrece una amplia variedad de productos con diferentes características (plazo, riesgo, rendimiento), de acuerdo con las necesidades de inversión o financiación de los agentes participantes del mercado.

2.2.2 Mercado de dinero

Es un mercado donde se negocia activos financieros a corto plazo, de gran liquidez y alta seguridad, que pueden considerarse sustitutivos del dinero. Es un complemento del mercado de capitales. Es sinónimo de “mercado monetario”.

Los mercados de dinero comercian dinero e instrumentos financieros a corto plazo, con suficiente liquidez para ser considerados pseudomonedas. El vencimiento de estos instrumentos, rara vez, excede de un año.

2.2.3 Mercado Primario

Es el mercado en el cual las empresas venden las emisiones nuevas de activos financieros. La venta del título valor se constituye en una fuente de financiamiento para la empresa emisora y una alternativa para los inversionistas.

2.2.4 Mercado Secundario

Es el mercado en el cual se oferta y demanda títulos o valores que ya han sido emitidos, y cuyo objetivo consiste en dar liquidez a sus tenedores, mediante la cesión de dichos títulos o valores al comprador.

2.3 Funciones del Sistema Financiero

El sistema financiero utiliza recursos escasos que cuentan con otras alternativas para su uso, lo cual conlleva un costo de oportunidad, que se justifica, en la medida en que los servicios financieros impulsen el crecimiento de la economía y su productividad. Dichos servicios financieros se agrupan en cuatro tipos:

2.3.1 Proveer de medios de pago de aceptación general

Hace referencia a generalizar el uso del dinero como un medio de cambio universalmente aceptado (monetización de la economía). Esto genera una reducción de los altos costos de transacción generados por la economía de trueque, lo que permite el aumento del tamaño de los mercados y de la productividad de la economía, por medio de la especialización y el intercambio (Loría, M., 2013).

2.3.2 Intermediación financiera

El sistema financiero se constituye en intermediario, que pone en contacto los agentes económicos con excedentes de recursos (ahorrantes) con los deficitarios (inversionistas), para lograr que los recursos se dirijan hacia las inversiones más rentables. Estas transacciones financieras, realizadas con la intermediación entre los actores mencionados, producen ventajas para ambos, según anota Urrutia (2016):

- Trasladan recursos de unas unidades económicas a otras.
- Permiten a las unidades que ahorran y las que invierten, obtener ganancias adicionales (la que ahorra, al prestar sus recursos, obtiene más utilidades que si las empleara ella misma; la que invierte, ya que obtiene una rentabilidad superior a la tasa de interés que paga por el préstamo), y
- Se aprovecha las mejores oportunidades de inversión y se desarrolla los proyectos más rentables (p. 332).

2.3.3 Administración de riesgos

Los intermediarios financieros, al captar recursos a nombre de los ahorrantes, asumen el riesgo de no pago por parte de los que reciben y utilizan esos recursos (inversionistas). De igual forma "… el sistema financiero ayuda a diversificar el riesgo asignando mayores rentabilidades a los proyectos más rentables y viceversa, de conformidad con el apetito de riesgo de cada inversionista" (Loría, 2013, p.3).

2.3.4 Apoyo a las finanzas públicas

El sistema financiero posibilita la obtención de recursos, tanto a las empresas privadas como al sector público, facilitando una fuente de financiamiento para los gastos del gobierno y de sus instituciones, mediante el endeudamiento interno.

2.4 Componentes del Sistema Financiero

Además de las instituciones de regulación y supervisión del sistema financiero (Banco Central, Conassif y Superintendencias) mencionadas en el punto 2.1, componen el sistema financiero las siguientes entidades, según clasificación realizada por Urrutia (2016):

1. Intermediarios financieros: Se incluye, en este apartado, los bancos comerciales del Estado (Banco Nacional, Banco de Costa Rica y Banco Crédito Agrícola de Cartago (este último dejó de realizar intermediación financiera); los bancos creados por leyes especiales (Banco Popular y Banco Hipotecario de la Vivienda); los bancos privados (constituidos como sociedades anónimas); las empresas financieras no bancarias (reguladas por la ley 5044); las cooperativas de ahorro y crédito, las asociaciones mutualistas de ahorro y préstamo (mutuales), entre otras.
2. Subsistemas financieros: Conformado por el Sistema Financiero Nacional para la Vivienda, cuya rectoría la ejerce el Banco Hipotecario de la Vivienda (BANHVI), y el Sistema de Banca para el Desarrollo, creado para apoyar a personas físicas y jurídicas constituidas en micro y pequeñas empresas.

Igualmente, integran el sistema financiero, las asociaciones solidaristas, las operadoras de pensiones, las comercializadoras de seguros y las entidades que realizan intermediación bursátil.

2.5 Marco jurídico

La normativa jurídica reguladora del sistema financiero costarricense se encuentra contenida en diversas leyes y reglamentos. Seguidamente, se muestra tabla con síntesis de las leyes más importantes en esta materia, ubicadas en orden cronológico, indicando los aspectos más relevantes de cada una, para el sistema financiero:

Tabla 2.1: Principales leyes reguladoras vigentes del sistema financiero costarricense

Año	Datos de la ley	Aspectos Relevantes
1953	Ley número 1644, del 26 de setiembre de 1953, denominada Ley Orgánica del Sistema Bancario Nacional.	Establece a los bancos del Estado como instituciones autónomas de derecho público, con personería jurídica propia y autonomía administrativa y funcional. Los bancos del sistema bancario nacional serán responsables de: 1) colaborar en la ejecución de la política monetaria, crediticia y bancaria 2) procurar la liquidez, solvencia y buen funcionamiento del Sistema Bancario Nacional, 3) custodiar y administrar los depósitos bancarios; 4) Evitar la existencia de medios de producción inactivos. Además, establece la garantía del Estado para los bancos comerciales estatales y regula la organización de los bancos privados, estableciendo que no podrán operar sin autorización previa de la Sugef.
1964	Ley número 3284, del 30 de abril de 1964, denominada Código de Comercio.	Establece que los actos y contratos determinados en este Código serán comerciales, aunque no sean comerciantes quienes los realicen. Regula las sociedades comerciales y los títulos valores.
1972	Ley número 5044, del 13 de setiembre de 1972, denominada Ley de Regulación de Empresas Financieras no Bancarias.	Define a la empresa financiera no bancaria como la persona jurídica distinta de los bancos u otras entidades públicas o privadas reguladas por ley especial, que realicen intermediación financiera. Establece que para poder operar, dichas empresas deben constituirse como sociedades anónimas, estar autorizadas por la Superintendencia General de Entidades Financieras y cumplir con las condiciones establecidas en esta ley y en la Ley Orgánica del Banco Central de Costa Rica.
1988	Ley número 7107, de 04 de noviembre de 1988, denominada Ley de Modernización del Sistema Financiero de la República.	Reforma la Ley del BCCR y del SBN para mejorar la eficiencia e independencia de los bancos. Transforma la Auditoría General de Bancos (AGB), creada en los años cincuenta como un departamento del Banco Central, en la Auditoría General de Entidades Financieras (AGEF), como un órgano de desconcentración máxima, con mayores potestades para supervisar a todas las entidades financieras, públicas o privadas, independientemente de su naturaleza jurídica.
1994	Ley número 7391 del 27 de abril de 1994, denominada Ley de Regulación de Intermediación de las Organizaciones Cooperativas.	Dispone que las cooperativas de ahorro y crédito que realizan intermediación financiera, deben ser fiscalizadas por la Sugef, entidad que, además, debe autorizar su funcionamiento.
1995	Ley número 7523 del 07 de julio de 1995, denominada Régimen Privado de Pensiones complementarias.	Regula los sistemas privados de pensiones complementarias, y crea la Superintendencia de Pensiones (SUPEN) como órgano regulador y supervisor, que funcionará bajo la dirección del Conassif.

1995	Nueva Ley Orgánica del Banco Central, No. 7558, del 03 de noviembre de 1995.	Fortalece la independencia del BCCR del poder político, procurando menor injerencia del Estado. Establece como primer objetivo de la institución, velar por la estabilidad interna y externa de la moneda. Dispone varias reformas financieras, entre ellas: amplía el universo de redescontatarios y de sujetos de crédito de última instancia, permite el acceso de los bancos privados a los depósitos en cuenta corriente. Crea la Superintendencia General de Entidades Financieras (Sugef).
1997	Ley número 7732, del 17 de diciembre de 1997, denominada Ley Reguladora del Mercado de Valores.	Derogó la Ley Reguladora del Mercado de Valores, No. 7201, de 18 de setiembre de 1990. Tiene por objeto regular los mercados de valores. Reguló los contratos de bolsa, las bolsas de valores, los puestos y los agentes de bolsa, los fondos de inversión, entre otros. Creó la Superintendencia General de Valores (Sugeval) con funciones de regulación, supervisión y fiscalización. Creó el Consejo Nacional de Supervisión del Sistema Financiero (Conassif), órgano encargado de dirigir las tres superintendencias existentes hasta ese momento: Sugeval, Supén y Sugef. Este tiene la potestad de nombrar a los superintendentes e intendentes y de establecer el marco regulatorio aplicable.
2000	Ley número 7983, del 16 de febrero del 2000, denominada Ley de Protección al Trabajador.	Tiene por objeto: regular los fondos de capitalización laboral de los trabajadores; universalizar las pensiones para las personas de tercera edad en condición de pobreza; establecer los mecanismos para fortalecer el régimen de Invalidez, Vejez y Muerte de la CCSS como principal sistema de protección de los trabajadores; y supervisar el funcionamiento de los regímenes de pensiones complementarias públicos y privados. Establece los mecanismos de supervisión para los entes participantes en la recaudación y administración de los diferentes programas de pensiones.
2001	Ley número 8204 de 26 de diciembre de 2001, denominada Ley sobre estupefacientes, sustancias psicotrópicas, drogas de uso no autorizado, actividades conexas, legitimación de capitales y financiamiento al terrorismo, reformada por la ley 8719 del 04 de marzo del 2009, denominada Fortalecimiento de la legislación contra el terrorismo.	Regula la prevención, el suministro, la prescripción, la administración, la manipulación, el uso, la tenencia, el tráfico y la comercialización de estupefacientes, psicotrópicos, sustancias inhalables y demás drogas y fármacos susceptibles de producir dependencias físicas o psíquicas, incluidos en la Convención Única sobre Estupefacientes de las Naciones Unidas, de 30 de mayo de 1961, aprobada por Costa Rica. Además, se regula y sanciona las actividades financieras, con el fin de evitar la legitimación de capitales y las acciones que puedan servir para financiar actividades terroristas, tal como se establece en esta Ley. Dispone la obligación de toda entidad financiera de registrar las transacciones iguales o superiores a los diez mil dólares de los Estados Unidos de América o su equivalente en colones.
2008	Ley número 8653, del 22 de julio del 2008, denominada Ley Reguladora del Mercado de Seguros.	De conformidad con el artículo 1, esta ley: Crea el marco para la autorización, la regulación, la supervisión y el funcionamiento de la actividad aseguradora, reaseguradora, intermediación de seguros y servicios auxiliares. Establece condiciones para el desarrollo del mercado asegurador y la competencia efectiva de las entidades participantes. Crea la Superintendencia General de Seguros para velar por la estabilidad y el eficiente funcionamiento del mercado de seguros. Flexibiliza y amplia los mecanismos y procedimientos de contratación administrativa que tiene el INS.

Fuente: Elaboración de los autores, 2017.

2.6 La supervisión del Sistema Financiero

En Costa Rica, el control financiero es ejercido por cuatro superintendencias, a saber: La Superintendencia General del Sistema Financiero (Sugef), la Superintendencia General de Valores (Sugeval), la Superintendencia

General de Pensiones (Supén) y la Superintendencia de Seguros (Sugese), las cuales son creadas mediante ley, como órganos de desconcentración máxima, y coordinadas por el Consejo Nacional de Supervisión del Sistema Financiero (Conassif).

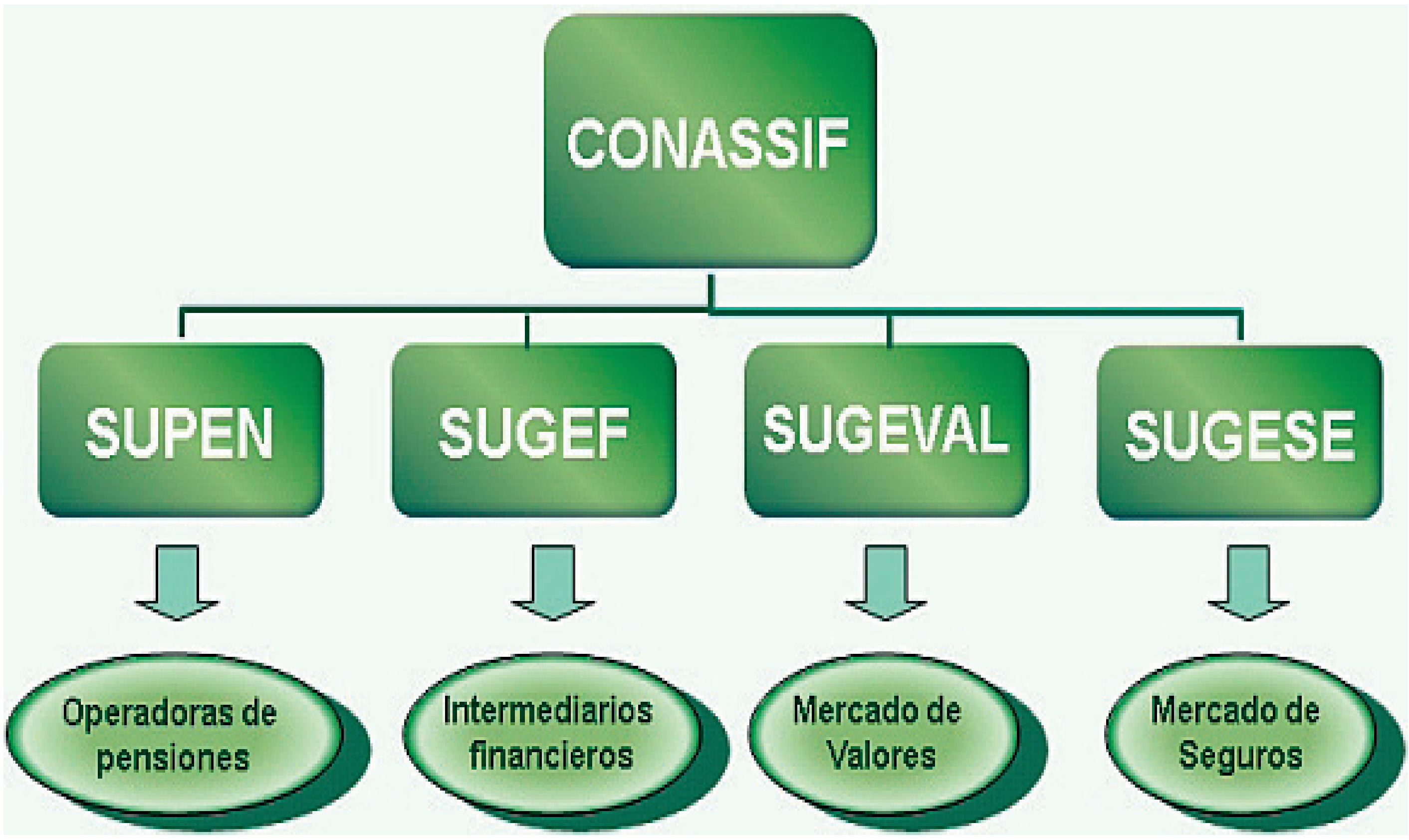
2.6.1 El Consejo Nacional de Supervisión del Sistema Financiero

Este Consejo fue creado por la Ley Reguladora del Mercado de Valores, número 7732 del 17 de diciembre de 1997, con la facultad de dirigir a las Superintendencias de Entidades Financieras, de Valores y de Pensiones.

Posteriormente, mediante la Ley Reguladora del Mercado de Seguros, número 8653 del 22 de julio del 2008, se incorporó la Superintendencia General de Seguros, siempre bajo la dirección del Conassif.

En la siguiente figura, se muestra la estructura del sistema de supervisión financiera que incluye el Conassif y las cuatro superintendencias supervisadas por dicho Consejo, así como la materia que supervisan.

Figura 2.1: Estructura del Sistema de Supervisión Financiera



Fuente: Sugeval (2017).

La Junta Directiva del Conassif está integrada por un total de siete miembros, cinco designados por la Junta Directiva del Banco Central, quienes no deben ser funcionarios públicos, el Ministro de Hacienda y el Presidente del Banco Central o el Gerente.

2.7 El Mercado de Valores

El mercado de valores se define como "el mecanismo que permite la emisión, colocación y distribución de los títulos valores" (Matarrita y Ledezma, p. 31). En este mercado convergen las unidades de financiamiento y las de inversión.

La oferta de valores está constituida por los valores de las instituciones públicas y las empresas privadas que ofrecen a los inversionistas sus títulos valores (acciones, obligaciones), por medio de la intermediación bursátil, constituyendo una forma de financiamiento alternativo al crédito bancario. Los demandantes de valores son instituciones y empresas públicas, privadas y personas físicas que adquieren los valores para obtener una rentabilidad.

En Costa Rica, el marco legal está definido por la ley 7732 (Ley Reguladora del Mercado de Valores), vigente desde el 27 de enero de 1998, que tiene como objetivos esenciales desarrollar el mercado bursátil y brindar los instrumentos necesarios para preservar la estabilidad del sistema y proteger el ahorro público, para lo cual, en el artículo 3, ordena la creación de la Superintendencia General de Valores.

CAPÍTULO III

Interés Simple
e Interés Compuesto

En este capítulo, se explicará los procedimientos que se deben seguir para realizar el cálculo del valor futuro, del valor presente de una unidad monetaria, a interés simple y a interés compuesto.

Objetivo: Explicar la aplicabilidad del interés simple e interés compuesto en la solución de problemas frecuentes en el área de las finanzas, mediante el cálculo de valor futuro (monto), valor actual, tasas de interés, tiempos, ecuaciones de valor equivalente, diagramas de tiempo – valor, y equivalencias entre tasas de interés.

3.1 El Concepto de Interés

El interés se puede conceptualizar como el premio que reciben los ahorrantes financieros (prestamistas) por diferir su consumo presente hacia el futuro. Desde otro punto de vista, es el costo que tienen los inversionistas reales (prestatarios), por consumir en el presente más de lo que pueden pagar con su propio ingreso.

Asimismo, se puede considerar que el interés es el costo del dinero (capital) y, por lo tanto, dependerá de las condiciones del mercado de capitales. Así, cuando existen recursos (capital) en exceso, su precio tiende a disminuir, y cuando hay escasez, su precio (interés) tiende aumentar.

En este sentido, se dice “toda persona que obtiene un préstamo queda obligada a pagar un rédito (renta de un capital) o interés, por el uso del dinero tomado en préstamo” (Portus, 1997, p.15).

A interés simple, el cálculo se debe realizar sobre el principal original por todo el tiempo que se halla establecido en la operación financiera pactada.

3.2 Valor del dinero en el tiempo

El valor del dinero en el tiempo es una de las principales teorías en el campo financiero, la que reconoce que las unidades monetarias tienen diferente valor en el tiempo. Esto es que una unidad monetaria de hoy no vale lo mismo que una unidad monetaria de hace un año, ni tendrá el mismo valor de una unidad monetaria dentro de un año. Esto por cuanto el dinero es capaz de generar dinero mediante la tasa de interés. Además, el poder adquisitivo de las unidades monetarias cambia, durante el tiempo, sobre todo, a causa de la inflación.

Para poder estandarizar las unidades monetarias, la teoría del valor del dinero indica que deben llevarse todas a un mismo momento (fecha focal) en el tiempo, con el fin de poder compararlas. Para lograr la estandarización, se utiliza la tasa de interés (tasa de descuento), o sea, el interés será el elemento que se utilizará para llevar durante el tiempo las unidades monetarias y estandarizarlas.

En este sentido, se va a utilizar en el proceso de estandarización de las unidades monetarias, el interés simple exacto y el interés simple ordinario.

El interés simple exacto es el tipo de interés que se calcula utilizando años de 365 días (366 días en año bisiesto), y con los días de cada mes, sea 28, 30 o 31 días, según corresponda.

El interés simple ordinario, es el tipo de interés que se calcula al utilizar años de 360 días y meses de treinta días.

3.2.1 Cálculo de Interés Simple

El interés simple es aquel que reconoce intereses únicamente sobre el capital, durante el tiempo que dure la transacción. Es posible calcular el valor futuro o valor presente de cierta cantidad monetaria, al aplicar el interés simple. Su fórmula es:

$$I = C * i * t$$

En donde:
I= interés simple monetario es la cantidad de dinero que se recibe o se paga por concepto de interés.
C = capital inicial o efectivo que se invierte en la fecha 0 (hoy).
i = tasa de interés anual (de rendimiento).
t = tiempo en términos de año (expresado como decimales de año, si los períodos son diferentes de un año completo).

Ejemplo 3.1. Un capital de ₡10 000 es invertido a tres años, a un interés anual del 25 %. Determine el monto a interés simple en la transacción. Los intereses se pagan al final del plazo.

I= C * i * t = ₡10 000 * 0,25 * 3 = ₡ 7 500

Cuando el tiempo (t) de la transacción no está definido en años completos, y la tasa de interés es referida anualmente, se debe expresar el tiempo en decimales del año.

Ejemplo 3.2. Don Diego invierte $3 850 por 10 meses en una institución financiera que le paga una tasa de interés nominal anual del 9 %. ¿Cuánto gana don Diego por concepto de intereses?

C= 3 850
I = 9% = 0,09
t = 10 meses = 10/12 meses = 0,83333333 años
I= C * i * t
I = 3 850. * 0,09 * 0,83333333
I = $ 288,75 intereses ganados durante 10 meses

En el caso que el plazo de inversión o del préstamo esté dado en días y la tasa de interés es anual. El tiempo de la operación financiera se obtiene de la siguiente manera:

$$t = \frac{\textit{días de la inversión o préstamo}}{\textit{días año}}$$

Recuérdese que el tiempo en días se puede medir de dos maneras:

- Tiempo aproximado (año comercial): año de 360 días y meses de 30 días.
- Tiempo exacto (año calendario): año de 365 días (366 bisiesto) meses con días calendario (28, 30, 31, 29 días, según corresponda).

Ejemplo 3.3. Don Carlos invierte en una cooperativa de ahorro y crédito de la provincia de Guanacaste $2 200 el 15 de agosto del 2016 por 90 días plazo. La cooperativa le paga una tasa de interés nominal anual del 7 %. ¿Cuánto obtiene don Carlos por concepto de intereses al final del período? (Utilice año comercial):
C=2 200
i = 7% = 0,07
t = 90/360 = 0,25
I= C * i * t
I = 2 200 * 0,07 * 0,25
I = $ 38,5 intereses ganado.
De la fórmula I =C * i * t se puede despegar las otras variables, si se conoce tres de ellas.

La tasa de interés (i) se obtiene: $i = \dfrac{I}{C^*t}$

Ejemplo 3.4. Un padre de familia depositó durante un año $6 000. Al final del año el banco le devolvió la suma de $6 550. ¿Cuál es la tasa de rendimiento que obtuvo el padre de familia?
C= 6 000
I = 550
t= 1 año
i = ?

$$i = \frac{I}{C^*t} = \frac{550}{6000 * 1} = 0{,}0917 = 9{,}17\ \%$$

Tasa de interés anual

El tiempo (t) se obtiene: $t = \dfrac{I}{C^*i}$

Ejemplo 3.5. Un inversionista desea saber en cuánto tiempo una inversión de $50 000 se convertirá en una cantidad de $62 000, si la tasa nominal anual que le ofrece el banco es del 8 %.

C= 50 000
I = 12 000 (62 000 – 50 000)
i = 8% = 0,08
t = ?

$$t = \frac{I}{C * i} = \frac{12\,000}{5\,000 * 0{,}08} = 3 \text{ años}$$

El capital (inicial) se obtiene: $C = \frac{I}{i * t}$

Ejemplo 3.6. Un pequeño empresario está interesado en saber qué capital inicial necesita invertir en un banco que ofrece una tasa de interés nominal anual del 12 %. El empresario quiere obtener al final de dos años un monto de intereses de ₡ 600 000.

t= 2 años
i = 12%
I= 600 000

C= ?

$$C = \frac{I}{i * t} = \frac{600\,000}{0{,}12\, x\, 2} = ¢2\,500\,000$$ Cantidad de la inversión inicial

3.3 Valor Futuro

El valor futuro de una unidad monetaria es el valor que va a tener esa unidad monetaria en determinado tiempo, calculado a una tasa de interés.

Para obtener el valor futuro, debe sumársele al capital inicial, el monto de interés simple ganado, de la siguiente forma:

S= VF = C + I
S= C+ C * i * t
S= C (1 + i * t)

Ejemplo 3.7. Para el ejemplo 3.1 encontrar el valor futuro de la transacción:

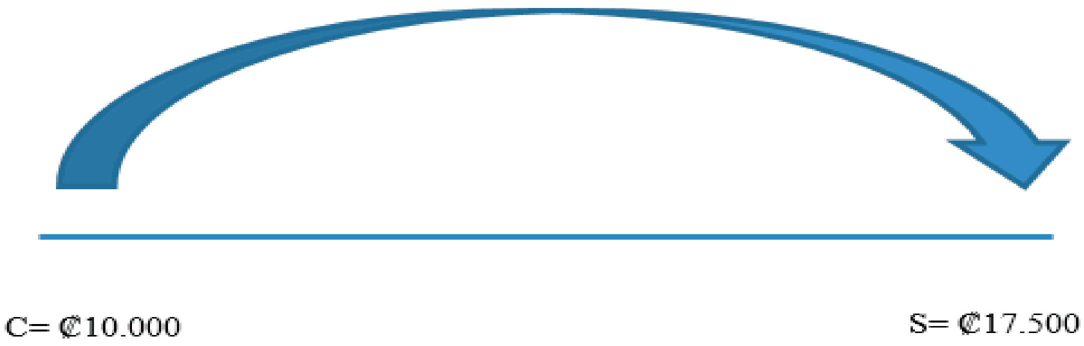
S= VF = C + I= C+ C * i * t = ₡ 10 000 + ₡ 7 500 = ₡17 500

Otra forma de encontrar el valor futuro es mediante la siguiente fórmula:

S= VF = C + C * i * t = C (1 + i * t)

S= VF = C (1 + i * t) = ₡ 10 000 (1 + 0,25 * 3) = ₡17 500

Lo anterior se puede observar en la siguiente línea de tiempo:



Según el tiempo que dure la transacción y la tasa de interés, el capital actual (C) de ₡10 000 se transformará en un monto "S ", de ₡17 500.

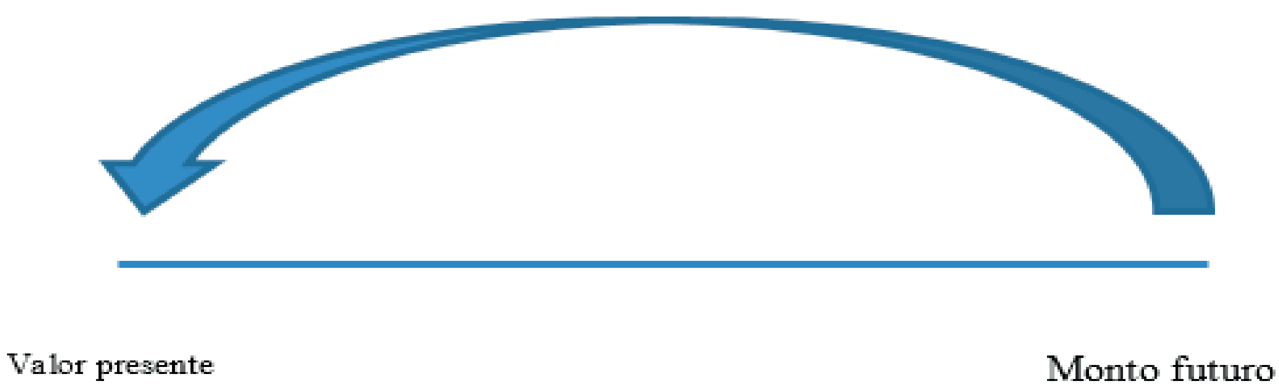
Ejemplo 3.8. Un capital de ₡15 000 se coloca en una cuenta de ahorro durante cinco años, paga un 12 % anual. Determine el monto a interés simple y el monto del valor futuro.

I= C * i * t = ₡15 000 * 0,12 * 5 = ₡ 9 000 interés ganado

S= VF = C (1 + i * t) = ₡ 15 000 (1 + 0,12 * 5) = ₡ 24 000 monto futuro

3.4 Valor presente: VP (C)

El valor presente o valor actual de un monto de dinero que se obtendrá en el futuro es el capital actual, que invertido a una tasa de interés o de rendimiento en un período, alcanzará el monto esperado en la fecha futura. Lo anterior se puede observar en la siguiente línea de tiempo:



Para obtener el valor presente a interés simple, se procederá y se despeja de la siguiente fórmula:

S=C*(1+i* t)

De esta fórmula, se deriva la que se utilizará para calcular el valor presente:

$$C = VP = \frac{S}{(1+i*t)}$$

S=VF = flujo de efectivo en la fecha 1(a futuro)
i = tasa de descuento o rendimiento (tasa de interés)
t = tiempo en términos de años (expresado como decimales de año, si los períodos son diferentes de un año completo).

Ejemplo 3.9 Si una persona va a recibir dentro de tres años un monto de ₡2 300 000 y desea saber el valor actual a interés simple, aplicando una tasa de interés (de descuento) del 18 % nominal anual. Aplique el interés ordinario.

S= 2 300 000 i= 0,18 t= 1.080/ 360= 3 VA = C=?	$VA = \frac{2\,300\,000}{1+3 * 0{,}18}$ VA = C= ₡ 1 493 506,5

C= ₡ 1 493 506,5 es el valor actual de ₡2 300 000 descontado a una tasa de interés del 18 % con interés ordinario.

Ejemplo 3.10. Carlos sabe que en cinco años va a recibir una herencia por un monto de ₡ 15 000 000. Si la tasa de descuento es 13 %, determine el valor actual de la herencia.

S= ₡ 15 000 000 i= 0,13 t= 5 años VA = C=?	$VA = \frac{15\,000\,000}{1+5 * 0{,}13}$ VA = C= ₡ 9 090 909,09

3.5 Ejercicios de práctica

1. Se asume una deuda de $75 000 el 25 de febrero del año 2008, a un plazo de nueve meses, la tasa de interés (a interés simple) es del 12 % nominal anual. ¿Cuál es el monto que se debe pagar en la fecha de vencimiento?

VF=S=? i= 0,12 t= 9/12 C= $75 000	VF = C * (1 + i * t) VF= S= 75 000 (1 + 0,12 * 0,75) VF= $81 750 monto que se debe pagar al cabo de nueve meses

2. Un microempresario de la zona turística de Papagayo necesita un préstamo para la temporada navideña de ₡2 500 000 a un plazo de 120 días, a una tasa de interés nominal anual del 20 %. Calcule el monto (valor futuro) a interés simple exacto y a interés ordinario.

A interés simple exacto	A interés ordinario(comercial)
S = ?	S= ?
i= 0,20	i=0,20
t= 120/365	t= 120/360
C=₡2 500 000	C=₡2 500 000
S= 2 500 000 * (1+0,20 * 0,32877)	S= 2500 000 * (1 + 0,20 * 0,333333)
S=₡2 664 385 monto por pagar a interés simple exacto	S=₡2 666 665 monto por pagar a interés comercial

3. Un comerciante de la zona guanacasteca asume un préstamo de $23 000 a un plazo de tres meses, con una tasa de interés simple ordinario del 8 % anual ¿Cuánto debe pagar el comerciante al cabo de los tres meses?

S=? i= 0,08 t= 3/12 = 0,25 C=$23 000	S= 23 000 * (1 + 0,25 * 0,08) S= $23 460 monto que debe pagar el comerciante al cabo de tres meses.

4. Una persona va a recibir dentro de seis meses un pagaré con un monto facial de $ 20 000 como parte de su herencia. Desea convertirlo en efectivo hoy, lo ofrece a un amigo, a una tasa de interés simple comercial del 5 %. ¿Cuánto debe pagar el amigo, si acepta el negocio?

C = VA= ? S=$20 000 i=0,05 t=6/12= 0,5	$VA = \frac{20\ 000}{1 + 0{,}05 * 0{,}5}$ C= $19 512,2 precio del pagaré seis meses antes de su vencimiento.

5. Don Róger quiere vender un terreno y le hacen dos ofertas:
Le ofrecen $110 000 por la propiedad de contado (hoy)
Le ofrecen $ 115 000 a pagar dentro de un año.

A. Suponga una tasa de rendimiento (de interés) del 12 %. Si la decisión se debe tomar hoy ¿Cuál de las dos opciones es la mejor?
Se obtiene el valor presente de la oferta de pago a un año plazo, y se compara con la oferta a hoy.

$$C = VP = \frac{s}{1 + i * t}$$

$$C = VP = \frac{115\ 000}{1 + 0{,}12 * 1}$$

C= $102 678,57

La decisión es si se acepta el pago hoy, recibirá $ 110 000, que es superior al valor actual de la segunda oferta ($102 678,57). Por tanto, la mejor opción es la de contado.

O sea, se necesita invertir $102 678,57 hoy, para obtener en el futuro $115 000 a un rendimiento del 12 %.

B. Si la evaluación se hace a un año plazo, cuál es la mejor opción para don Róger.
Para esta evaluación, se debe llevar la opción de contado a valor futuro, de la siguiente forma:

S = VF = C x (1 + i * t)

S= 110 000 (1 + 0,12 * 1) = $ 123 200

La opción de contado a valor futuro es de $123 200, la cual es superior a la oferta de $115 000 a un año plazo. Por lo tanto, la opción de contado es la mejor oferta para don Róger.

6. La asesora de bienes raíces de un inversionista en la zona costera del pacífico norte, recomienda comprar en el presente un terreno que tiene un costo de $80 000 y considera que dentro de un año se puede vender en $86 000. Actualmente, el banco ofrece una tasa garantizada para colocaciones a un año plazo del 10 %. ¿Le conviene al inversionista comprar el terreno hoy?

El ejemplo anterior se puede valorar de dos formas:

Opción 1: determinar el valor futuro de los $80 000, colocados en el banco a un año plazo, de la siguiente forma.

S=VF=C* (1+i* t)=80 000 (1 + 0,10*1)= $88 000

El valor futuro de los $80 000 es $88 000, suma superior a los $86 000 que se obtendría si se compra el terreno y se vende a un año plazo. Lo que se obtiene a un año plazo por invertir $80 000 a una tasa de interés del 10 %.

Opción 2: Determinar el valor presente de los $86 000 y compararlo con el valor de la compra del terreno, de la siguiente forma:

$$C = VP = \frac{86\,000}{1 + 0{,}10 * 1} = 78\,181{,}82$$

El valor presente de la posible venta del terreno es de $ 78 181,82, suma inferior a los $80 000.00 que es el valor de compra. O sea, si se invierte $ 78 181,82, a un año al 10 % de interés se obtendría $ 86 000, mientras que si toma la decisión de colocar los $ 80 000 a un año plazo, al mismo interés, se obtendría $ 88 000, por tanto, la mejor decisión es invertir en el banco.

7. Cuántos intereses debe pagar don José sobre un préstamo de ₡3 500 000 durante dos años y medio, si la tasa pactada fue del 22,5 % nominal anual y los intereses se pagan al final de la operación.

C= 3 500 000
i= 22,5 % = 0,225
t = 2,5 años
I = ¿monto de intereses?
I = 3 500 000 * 0,225 * 2,5
I = 1 968 750 monto que pagó don José al final de la operación financiera

Utilizando calculadora financiera F 200:

SMPL:	I % : 22,5 EXE
Set: 360 (o 365)	PV: (-) 3500000 SOLVE
Dys: 30 *30 EXE	SI: 1 968 750

8. ¿Qué cantidad por concepto de interés mensual (un mes) produce un capital de $45 000 a un interés del 13 % nominal anual?

C= $45 000
i = 13 % = 0,13
T = 1 mes (30 días)
I =?
I = 45 000 * 0,13 * 1/12
I = 487,5 MONTO DE INTERÉS MENSUAL

Utilizando calculadora financiera: SMPL Set:360 Dys: 30 (EXE) I : 13 (EXE) SOLVE 487,5

9. La empresa GUANA TOUR se financia utilizando el crédito de sus proveedores a un interés del 25 % simple anual. La empresa toma un préstamo el 10 de mayo de $5 000 y el día que se pagó fue el 25 de julio del mismo año 2016. ¿Calcule cuánto se pagó por intereses?

C= 5 000	10 de mayo ------------ 20 días
i = 25 %	Junio ------------------- 30 días
T= ?	Julio -------------------- 25 días
I = ?	Total -------------------- 75 días

Calculadora para días: DAYS Set: 360 d1: 05102016 (07252016) (EXE) mes/día/año fecha d2: 07252016 (05102016) (EXE) SOLVE Dys= 75 días ------- se puede calcular el monto de intereses. I= 5 000 * 0,25 * 75/360 = 260,42 interés ganado	Calculadora: SMPL Dys= 75 (EXE) I % = 25 (EXE) PV= (-)5000 (EXE) SOLVE 260,42

10. Se invierten ₡250 000 el 13 de setiembre del 2015 en una entidad financiera que ofrece el 28 % de interés nominal anual. ¿cuánto se ganó por concepto de interés si se retiró la inversión el 11 de enero del 2016?

C= 250 000
i= 28 % = 0,28
T= ?

Cálculo de los días	
Usando calculadora financiera	Con calendario
DAYS d1=09132015 (EXE) d2=01112016 (EXE) SOLVE 118 días	13 de set.-----------17 días oct- dic----------- 90 días enero----------------11 días TOTAL------------ 118 DÍAS

El monto de intereses es: I = 250 000 * 0,28 * 118/360 = ₡22 944,44

Utilizando calculadora (Año 360)
SMPL
Dys = 118 (EXE)
I % = 28 (EXE)
PV= (-)250000 (EXE)
SOLVE
22 944,44

11. ¿Qué capital es necesario invertir a una tasa de interés nominal anual del 33 % durante dos años y medio para que se obtenga un monto de intereses de ₡600 000?

I= 600 000
i= 33%
T = 2,5 años

$$C = \frac{I}{i * t} = \frac{600\ 000}{0,33 * 2,5} = ¢727\ 272,73$$

12. Se invierte ₡2 500 000 a un plazo de un año y medio y se obtiene al final de este plazo, un monto de interés de ₡350 000. ¿Cuál es la tasa de interés anual?

i =?
I = 350 000
C= 2 500 000
t = 1,5 años

Tasa de interés = $$\mathrm{i} = \frac{I}{C * T} = \frac{350\ 000}{2\ 500\ 000 * 1,5} = 0,0933 = 9,33\ \%$$

La tasa de interés anual es de 9,33 %.

13. ¿Cuántos meses son necesarios para que una inversión de ₡1 000 000 genere ₡250 000 de intereses, si la tasa de interés nominal anual es del 30 %?

Tiempo a interés simple:

$$t = \frac{I}{C * i} = \frac{250\ 000}{1\ 000\ 000 * 0,30} = 0,833333 \text{ años} * 12 \text{ meses} = 10 \text{ meses}$$

El tiempo requerido es de diez meses.

14. El 18 de mayo del 2014, un comerciante de Playas del Coco invierte ₡1 750 000 en un certificado de inversión, a una tasa de interés nominal anual del 37,5 %. ¿En qué tiempo se tendrá un acumulado de ₡3 000 000?

C= 1 750 000	O bien:
I = 3 000 000 – 1.750.000 =	t= 1 año
1 250 000 (monto de interés ganado)	0,9047 * 12 meses= 10 8564 (10 meses)
i = 0,375	0.8564 * 30 días=26 días
t= 1 250 000/ (1 750 000 * 0,375) = 1,9047 años	t= 1año, 10 meses y 26 días (686 días)
t= 1,9047 * 360 = 686 días	

El tiempo requerido es un año, diez meses y 26 días (686 días)

3.6 Pagos parciales del Monto de la Deuda

En algunas operaciones de comercio, se aplica el tradicional método o costumbre de cancelar saldos de cuentas, y se aplica el interés simple y los pagos parciales. Para aplicar esta forma de pago, se utiliza como métodos más comunes, la regla comercial y la de los saldos insolutos.

3.6.1 Según la regla comercial

Se debe calcular en la fecha de vencimiento el monto total de la deuda y los montos de los pagos parciales. La cantidad por liquidar por el deudor a la fecha de vencimiento es igual al monto total de la obligación (S), menos los montos a esa misma fecha de los pagos parciales (S1 – S2 – S3 –Sn).

$X=S-(S_1+S_2+S_3+\cdots\ Sn)$

Donde:

X= cantidad por liquidar

S = Monto de la deuda

S_1, S2, S3, Sn = Monto de los pagos parciales.

Ejemplo 3.11. Una deuda de $ 75 000 a un año plazo, con un interés anual nominal del 9 %, el deudor realiza los siguientes abonos: a los 2 meses $ 10 000 y $ 15 000 a los 5 meses, desde que se contrajo la deuda. Calcule, el saldo por pagar en la fecha de vencimiento.

Paso.1. Se calcula el monto o valor futuro de la deuda a un año plazo.

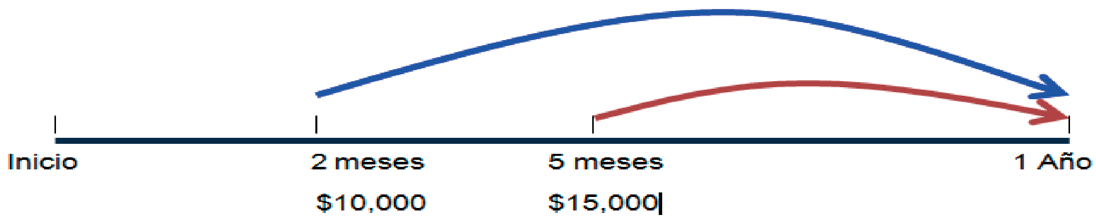
$$VF=C(1+i^{*}\ t)$$

S = 75 000 (1 + 0,09)
S= 75 000 (1, 09)
S= $81 750 Monto por pagar en un año.

i = 0,09
t = 360/360 = 1

Paso.2. Se calcula el monto en el futuro de los pagos parciales de la deuda.

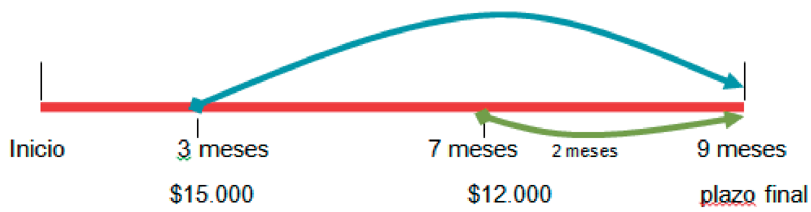
Pago 1:	Pago 2:
S1 = C (1+ i * t)	S2 = 15 000 (1+0,09 * 0,583333)
S1 = 10 000 (1+ 0,09 * 0,833333)	S2= 15 000 (1,052497)
S1 = $ 10 749,97	S2= $15 787,5
t = 10/12 = 300/ 360 = 0,833333	
Meses que hacen falta desde el primer abono hasta el final del plazo original	



Paso.3. Se calcula el saldo final por pagar.
Saldo por pagar es X= S – (S1 + S2)
X=81 750- (10 749, 97+ 15 787,5)
X= 81 750- (26 537,47)
X =$55 212,53

Ejemplo 3.12. Se asume una deuda por un monto de $35 000 a un plazo de 9 meses, a una tasa de interés nominal anual del 8,5 %. El deudor realiza un abono a los tres meses de iniciada la deuda por un monto de $15 000 y cuatro meses después de la fecha del primer abono, realiza un segundo pago, de $12 000. Calcule con la regla comercial el saldo por pagar en la fecha de vencimiento.

S = C (1 + i * t)
S = 35 000 (1 + 0,085 * 0,75)
S= $ 37 231,25



Pago 1:	Pago 2:
S1= 15 000 (1+ 0,085 * 0,5)	S2= 12 000 (1 + 0,085 * 0,1666667)
S1= $ 15 637,5	S2= $12 170
t = 6/12 = 0,5	t = 2/12= 0,1666667

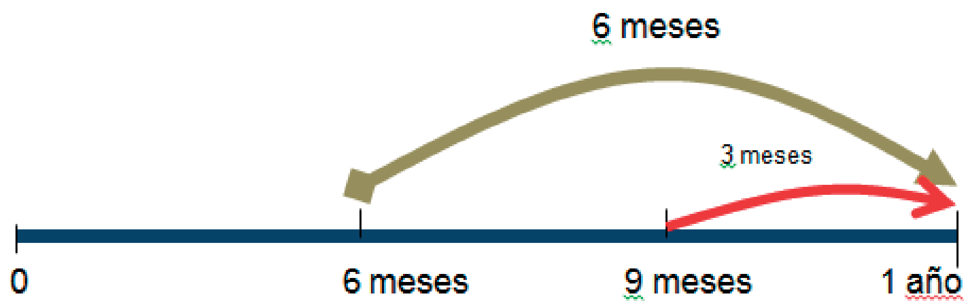
Paso 3: Se calcula el saldo final por pagar.
X = S – (S1 + S2)
X = 37 231,25 – (15 637,5 + 12 170)
X = $9 423,75 Saldo por pagar al vencimento.

Ejemplo 3.13. Una deuda de $ 85 000 se asume a un año plazo a una tasa de interés nominal anual del 7,5%. El deudor paga montos parciales a los seis meses y tres meses, después del primer pago, por un monto de $ 15 000 y $ 12 000, respectivamente. Calcule el saldo por pagar en la fecha de vencimiento.

S= C (1 + i * t)
S= 85 000 (1 + 0,075*1)
S=$ 91 375

Pago 1:	Pago 2:
S1= 15 000 (1+0,075*0,5)	S2=12 000(1+0,075*0,25)
S1= $15 562,5	S2= $12 225
t= 6/12=0,5	t = 3/12 =0,25

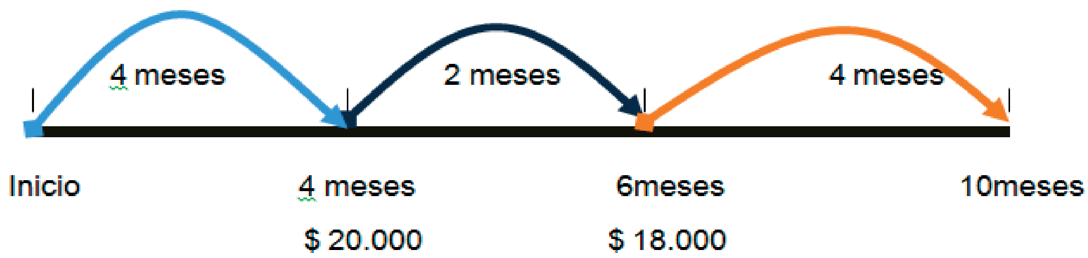
X= S- (S1+ S2)
X= 91 375- (15 562,5 + 12 225)
X= 63 587,5



3.6.2 Según la Regla de los saldos insolutos

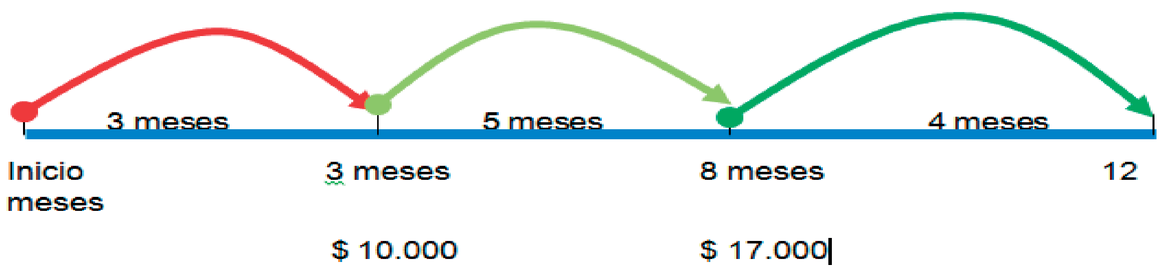
En este caso, cada vez que se hace un pago parcial, se debe calcular el monto de la deuda a esa fecha y restarle el monto del abono.

Ejemplo 3.14. Se asume una deuda de $100 000 a un plazo de 10 meses, a una tasa de interés nominal anual del 10 %. El deudor realiza los siguientes abonos: a los cuatro meses y a los seis meses, después de firmado el documento. Los pagos son de $20 000 y $18 000, respectivamente. Calcule según regla de saldos insolutos.



Paso 1:	Paso 2:	Paso 3:
S= 100 000 (1+i*t) i= 0.1 S= 100 000 (1+0,1*0,33333) t= 4/12= 0,33333 S= 103 333,33 Monto de la deuda a los 4 meses Saldo insoluto al primer abono: 103 333,33- 20 000= $83 333,33	S= 83 333 (1 + 0,1* 0,1667) t= 2/12 S= 84 721,88 Saldo insoluto al segundo abono. 84 721,88 – 18 000 = $66 721,88	S= 66 721,88 (1+0,1* 0,333) S=$ 68 943,72 Monto por pagar al final de la deuda.

Ejemplo 3.15. Si se pactó un crédito a un año plazo por un monto de $ 50 000 a una tasa de interés nominal anual del 8 %. El deudor realiza pagos parciales a los tres meses y ocho meses de haber firmado el crédito por un monto de $ 10 000 y $ 17 000, respectivamente. Calcule el monto por pagar, según la regla de los saldos insolutos.



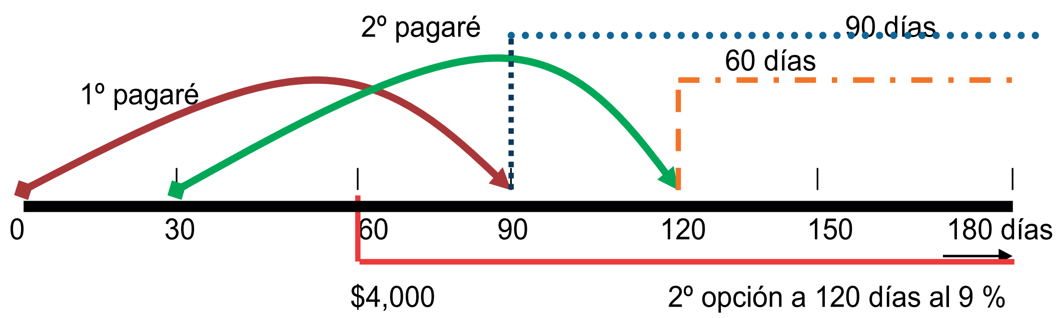
Paso 1: S= 50 000 (1 + 0,08* 0,25) = 51 000 Saldo insoluto al primer pago $51 000 – 10 000 = $41 000	Paso 2: S= $41 000 (1 +0,08*0,4167) t= 5/12=0.4167 Saldo insoluto al segundo abono 42 366,78 – 17 000 = $25 366,78	Paso 3: S= 25 366,78 (1+0,08*0,3333) t= 4/12=0,3333 S=$26 043,16 Monto final por pagar a los 12 meses.

3.7 Ecuaciones de valor equivalente

Un problema básico en las operaciones financieras es el de las inversiones equivalentes, es decir, que en valor y tiempo, produzcan el mismo resultado económico. Esto se expresa en ecuaciones de valor equivalente (Portus, p. 33).

Las diferentes opciones financieras que se presenta se deben evaluar para decidir cuál de ellas es la más conveniente, la ecuación de valor equivalente posibilita tomar la decisión más acertada desde el punto de vista financiero. Es importante recordar que solo se puede comparar (sumar, restar, igualar) unidades monetarias en una misma fecha (fecha focal).

Ejemplo 3.16. Se asume una deuda de $ 12 000 a 90 días plazo al 8 % de interés anual nominal; 30 días después se firmó otro pagaré por $10 000 a 90 días plazo sin intereses. Sesenta días después de la primera fecha, conviene con su acreedor en pagar $4 000 y cambiar los dos pagarés firmados por uno a 120 días, contados desde la última fecha, con un interés del 9 %. Determine el pago único para obtener resultados financieros iguales. Considere la fecha focal al final del período.



S= C (1+ i * t) Porque la fecha la fecha focal es al final del período, o sea, al futuro.

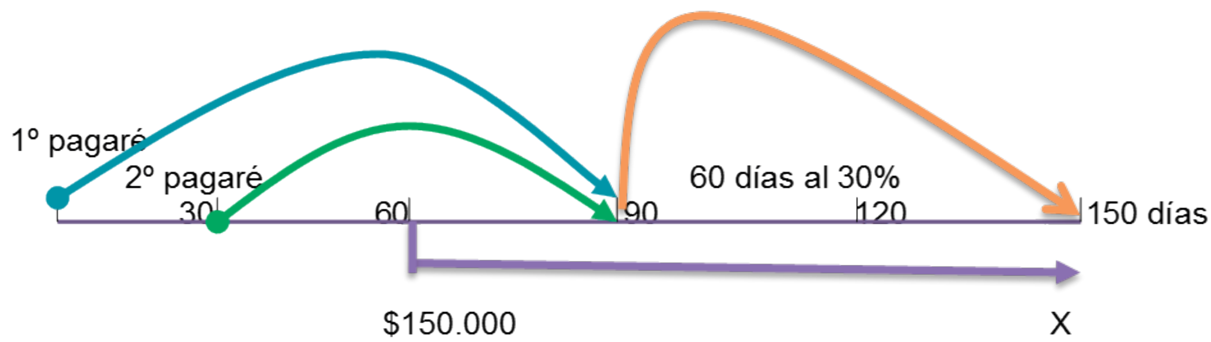
1º ecuación
12 000(1 + 0,08 *90/360) *(1+0,09*90/360)+10 000(1+0,00*90/360)*(1+0,09*60/360)=
12 000 (1,02) * (1,0225) + 10 000 (1) * (1,015) =
12 515,4 + 10 150

2º Condición: Ecuación
X + 4 000 (1+ 0,09 * 0,33333333)　　　　t= 120/360=0,33333333
X + 4 120

Igualdad de condiciones
12 515,4 + 10 150 = X + 4 120
22 665,4 – 4.120 =X
$18 545,4 = X

Monto por pagar en la fecha focal, o sea, al final del período, para que las dos opciones sean equivalentes: $18 545,4.

Ejemplo 3.17 Se firma un pagaré por $ 120 000 a 90 días plazo al 25 % de interés nominal anual, 30 días después se contrajo otra deuda por $ 100 000 a dos meses plazo sin interés. Dos meses después de la primera fecha, acordó pagar $ 150 000 en ese momento y saldar el resto a tres meses plazo, con un interés del 30 %. Determine el pago final utilizando como fecha focal al final del último plazo.



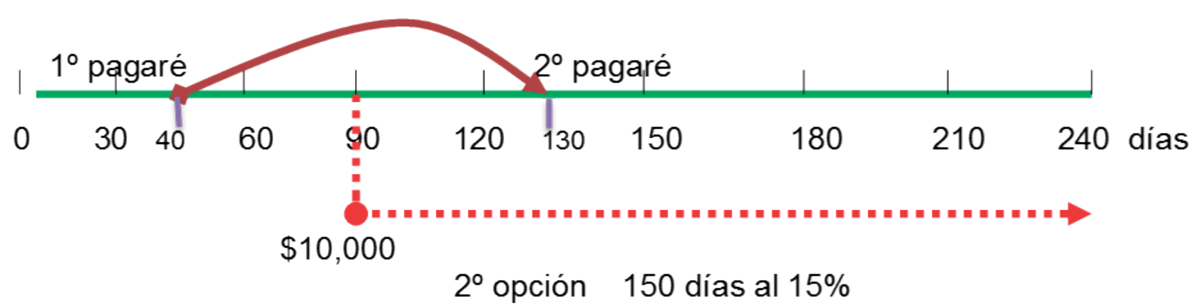
1º Ecuación
120 000 (1+0,25*0,25)*(1+0,30*60/360)+100 000(1+0,00*60/360) *(1+0,30*60/360)=
120 000(1,0625) * (1,05) + 100 000 (1)* (1,05)=
$133 875 + $105 000= $238 875

2º Ecuación
X + 150 000 (1+ 0,30* 3/12)
X+ 161 250

Igualando Ecuación
X+ 161 250= 238 875
X= $ 77 625

Monto por pagar en la fecha focal, o sea, al final del período, para que las dos opciones sean equivalentes: $77 625

Ejemplo 3.18 Una persona firma un pagaré por $75 000 a 120 días plazo con una tasa de interés nominal anual de 12 %; 40 días después se firma otro pagaré por $50 000 a 90 días plazo con un interés del 10 %, 90 días después de la fecha en que se firmó el primer pagaré se conviene pagar $10 000 y cambian los dos pagarés por uno solo a 150 días con un rendimiento del 15 %. Determine el pago único que debe hacerse al final del período que es la fecha focal (fecha de comparación).
S = C (1 +i * t)

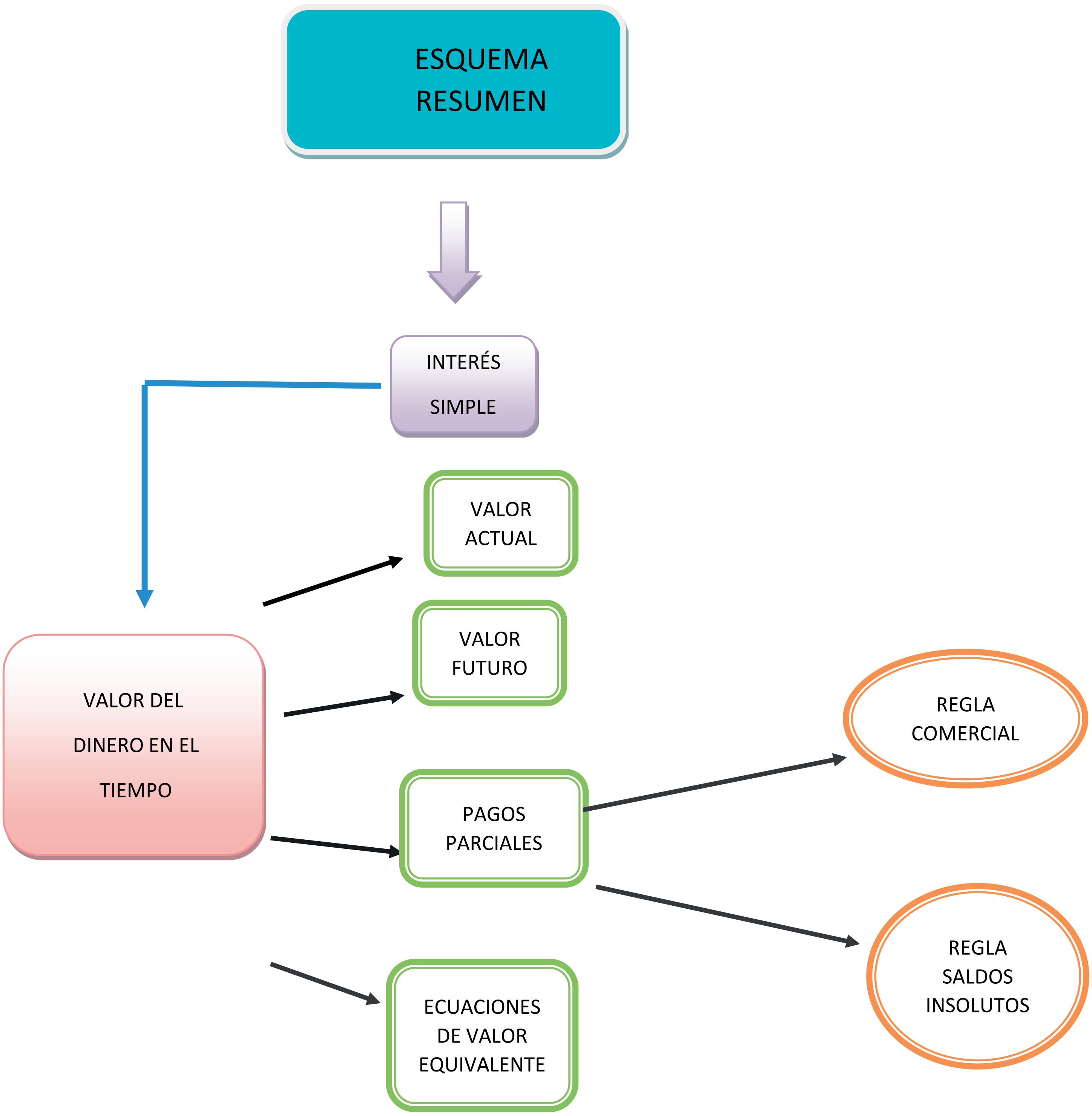


1º Ecuación
75 000(1+0,12*120/360)*(1+0,15*120/360)+50 000(1+0,10*90/360)*(1+0,15*110/360)=.
75 000(1+0,12*0,333333)*(1+0,15*0,333333)+50 000(1+0,10*0,25)*(1+0,15*0,305555)=
75 000(1,039999)*(1,049999)+50 000(1,025)*(1,045833)
81 899 84325 + 53 598,94125= 135 498,7845

2º Ecuación Condición para la igualdad
X+10 000 (1+0,15 * 150/360)
X+10 625

Igualdad de Condiciones
81 899,84325 + 53 598,94125 = X + 10 625
135 498,7845 – 10 625 = X
X=124 873,78

Monto que se debe pagar al final del período, en la fecha focal en este caso: $124 873,78



3.8 Actividades Didácticas

- Explique la importancia del tiempo en el cálculo del valor del dinero.
- Explique el concepto de interés simple
- Explique dos métodos de pagos parciales de una deuda
- Resuelva los siguientes ejercicios.

3.8.1 Ejercicios

1. El 9 de abril se firmó un pagaré a un plazo de 75 días. ¿Cuál es la fecha y mes que debe cancelarse el pagaré?

Respuesta: el 23 de junio.

2. El 10 de mayo se firma un pagaré a 90 días plazo. ¿Cuál es la fecha y mes que debe cancelarse?

Respuesta: el 8 de agosto

3. Se asume una deuda de $75 000 el 25 de febrero del año 2007 a un plazo de 9 meses, a una tasa de interés del 12 %. La deuda se cancela dos meses antes de su vencimiento. ¿Cuál es el monto por pagar en esta fecha?

4. Calcule el monto a pagarse por una deuda de $50 000 si ella se inició el 30 de enero y termina el 22 de junio. El interés devengado es del 10 %.

Respuesta: $51 986,11 es el monto por pagar.

5. Un cliente desea saber cuánto debe pagar por un préstamo de corto plazo de ₡2 500 000 a una tasa de interés del 19 %. El préstamo se otorga el 15 de enero y se debe cancelar el 15 de abril. ¿Cuál es el monto?

Respuesta: ₡2 618 750 es el monto por pagar.

6. Se obtiene un préstamo por un monto de $125 000 a una tasa de interés del 9 % a un plazo de 75 días, que empieza el 3 de febrero. ¿Cuánto debe pagarse y en qué fecha?

Respuesta: $127 343,75 es el monto por pagar el 19 de abril.

7. Don José Mata asume una deuda de $157 000 a un plazo de 10 meses, a una tasa de interés del 18 %. El señor Mata realiza los siguientes abonos, a los dos meses de iniciar la deuda, y a los nueve meses por un monto de $35 000 y $50 000, respectivamente. Calcule el saldo por pagar a la fecha de vencimiento. (Según la regla de saldos insolutos).

8. Don Juan Calvo tiene una deuda de ₡1 375 000 con vencimiento a doce meses a una tasa de interés del 20 %. El señor Calvo realiza los siguientes abonos: a los tres meses, la suma de ₡325 000 y a los nueve meses ₡250 000. Calcule el saldo por pagar en la fecha de vencimiento. (Según regla de saldos insolutos).

Respuesta: ₡1 029 656,25

9. La señora Gloria García asume una deuda de $250 000 a un plazo de un año, a una tasa de interés del 27 %. La señora García hace los siguientes abonos: a los tres meses $55 000 y a los seis meses $75 000. Calcule, según la regla comercial, el saldo por pagar en la fecha de vencimiento.

Respuesta: $166 237,50

10. El señor Felipe Jiménez asume una deuda de $50 000 con un interés del 22 % a un año plazo. Don Felipe realiza los siguientes abonos: $10 000 a los dos meses, y $12 000 a los siete meses de iniciada la deuda. Calcule, según la regla comercial, el saldo por pagar en la fecha de vencimiento.

Respuesta: $36 066,67

11. La microempresa Viaje Feliz obtiene un préstamo de $5 000 a sesenta días plazo al 10 % de interés. Treinta días del primer préstamo obtiene otro por $15 000 a 120 días plazo, a una tasa del 12 %. 45 días después de la primera fecha, la microempresa, conviene con su acreedor, en pagar $4 000 y cambiar los dos préstamos anteriores por uno, a 150 días, contados desde el momento de la renegociación, con un interés del 13 %. Determine el pago único para obtener resultados financieros iguales. (Fecha focal al final del período).

Respuesta: X= $16 967,98

12. Viajes Don Carlos obtiene recursos de corto plazo, por medio de un préstamo de $28 000, a 180 días plazo, a un interés del 17 %. 45 días después recurre a otro préstamo de $25 000, a un plazo 150 días, a un interés del 18 %. 120 días después de la firma del primer préstamo, acordó con su acreedor, en pagar $20 000, y cambiar los dos préstamos anteriores por uno a 130 días, con un interés del 18,5 %. Determine el pago único para obtener resultados financieros iguales. (Fecha focal al final del período).

Respuesta: X= $37 771,32

13. Una agencia distribuidora de automóviles pone a disposición de sus clientes para el fin de año, el siguiente plan de financiamiento de sus autos compactos. Si compra el auto en el mes de diciembre, puede comenzar a pagar, a partir de tres meses de la fecha de la compra. Un cliente compra su auto el 1 de octubre y debe cancelar el auto en 24 cuotas de $650 mensuales, y se considera un interés del 12% anual. ¿Cuál es el precio de contado del auto?

14. Un cliente va a recibir dentro de tres años un monto de ₡5 000 000 pide a su asesor financiero que le calcule el valor actual a interés simple, aplica una tasa de descuento del 18 %. ¿Cuál es el valor presente?

Respuesta: ₡3 246 753,25

15. Una empresa ha estimado que dentro de dos años y medio va a poder liquidar parte de sus activos, que cumplen su vida útil, en $250 000. Calcule el valor actual de este monto, descontado el 12 %.

Respuesta: $192 307,69

16. Se asume una deuda de $75 000 el 25 de febrero del año 2008 a un plazo de nueve meses, a una tasa de interés del 12%. La deuda se logra cancelar dos meses antes de su vencimiento. ¿Cuál es el monto por pagar en esa fecha?

Respuesta: $80 147,06

17. Un inversionista recibió el 15 de julio, un pagaré a 150 días, que gana intereses del 10 % por $125 000. El 20 de octubre del mismo año, lo ofrece a otro inversionista, que desea ganar el 12 %. ¿Cuánto recibe por el pagaré el primer inversionista?

Respuesta: $127 947,92

18. Don Diego quiere saber en cuánto tiempo $500 se convertirá en $560, si la tasa de interés es del 13,25 % (ordinario).

Respuesta: 327 días.

19. Un pequeño inversionista, como lo es el señor Mora, desea saber la tasa de interés simple que acumulan intereses por $250, al invertir un capital de $2 500 a nueve meses plazo.

Respuesta: A una tasa de interés del 13,33 %

3.9 Descuento simple

El descuento se puede definir de dos formas: primero, como la cantidad monetaria que se rebaja de un valor dado y, segundo, como la valoración anticipada de un instrumento financiero, según una tasa de descuento de mercado (bonos, certificados, letras y otros).

Los descuentos más utilizados son los siguientes: descuento único, descuento en cadena, descuento por pronto pago, descuento racional o matemático y descuento comercial o bancario.

3.9.1 Descuento único

Es una rebaja (descuento) que se realiza una sola vez, sobre el valor de algún bien o servicio.

Ejemplo 3.19: Una sierra eléctrica tiene un valor de ₡300 000, pero le hacen un descuento de ₡30 000 (el 10 %) si paga en efectivo. Calcule el valor neto por pagar.

Se aplica la siguiente fórmula:

$$Vn=V(1-d)$$

Donde:
Vn= valor o precio final por pagar.
V= valor o precio nominal del bien o servicio al que se le aplica el descuento.
d= tasa (porcentaje) de descuento.

Vn=300 000(1-0,10)=₡270 000   valor neto por pagar

Ejemplo 3.20. Una computadora tiene un costo de ₡500 000. La empresa vendedora ofrece un descuento único del 12 % si la cancelan en efectivo o de contado. Calcule el valor neto por pagar.

Valor nominal del bien (V)= 500 000
Porcentaje del descuento (d): 12 %
Valor descontado o neto (Vn):?
Vn=500 000(1-0,12)=500 000*0,88=₡440 000 precio final por pagar

3.9.2 Descuento en cadena

Representa una serie de descuentos sucesivos. Cada uno es independiente y se aplica sobre el valor neto anterior. Su fórmula es:

Vn=V(1-d)

Ejemplo 3.21. Un cliente que compra en un almacén mayorista varios artículos para su negocio por un monto de ₡6 500 000 logra que se le aplique tres tipos de descuentos, por compra al por mayor, por pago de contado y por promoción de temporada del 8 %, el 6 % y el 5 %, respectivamente. ¿Cuál es el valor neto de la factura por pagar?

Valor nominal de la factura antes de cada descuento (V)	Monto de descuento V(1-d)	Valor neto de la factura, después del descuento
₡6 500 000	8 % (520 000)	₡5 980 000
₡5 980 000	6 % (358 800)	₡5 621 200
₡5 621 200	5 % (281 060)	₡5 340 140

Otra forma de calcular el descuento en cadena es:
Aplicar la siguiente fórmula, para obtener un descuento único equivalente (D):

$D = 1 - [\ (1 - d_1) * (1 - d_2) * (1 - d_3) * \ldots..(1 - d_n)]$
$D = 1 - [(1 - 0{,}08) * (1 - 0{,}06) * (1 - 0{,}05)]$
$D = 1 - (0{,}82156)$
$D = 0{,}17844$ (17,844 %) tasa de descuento único equivalente

Otra forma es, sumando todos los montos de los descuentos individuales y dividir entre el valor nominal inicial de la compra (factura):

$$Descuento\ único(D) = \frac{suma\ de\ descuento\ individuales}{valor\ nominal\ de\ la\ factura}$$

$$D = \frac{(520\,000 + 358\,800 + +281\,060)}{6\,500\,000} = \frac{1\,159\,860}{6\,500\,000} = 0{,}17844 = 17{,}844\%$$

Descuento único equivalente se aplica al valor o precio nominal inicial.

6 500 000 * 0,17844 = 1 159 860 monto total descontado

Vn=6 500 000 – 1 159 860 = ₡5 340 140 monto final por pagar

Ejemplo 3.22: A una compra de ₡125 000 aplique descuentos de compra al por mayor y pago de contado del 8 % y el 4%, respectivamente.

Valor nominal de la compra antes del descuento	Monto del descuento	Valor neto de la compra después del descuento
₡125 000	8 % (10 000)	₡115 000
₡115 000	4 % (4 600)	₡110 400

Valor nominal de la compra antes de aplicar los descuentos ₡125 000
Descuento único: D = 1 - [(1- 0,08) * (1- 0,04)]
Descuento único = 11,68 %
Monto total de descuento ₡14 600
Monto final por pagar= 125 000 – 14 600=₡110 400

3.9.3 Descuento pronto pago

El descuento por pronto pago, es un descuento único. Representa una rebaja del monto original de la compra, si se cancela antes de cierto tiempo establecido. Se aplica en compras a crédito, y se expresa de la forma (1/10; n/30) que significa: se hará un descuento del 1 %, si cancela dentro de los primeros 10 días, sino se paga todo al final.

Ejemplo 3.23. La empresa ABC compró a crédito mercadería por un monto de ₡1 000 000 con vencimiento en treinta días. La empresa vendedora le ofrece las siguientes condiciones: (2/15; n/30). ¿Cuál es el monto del descuento? Si se acepta el descuento, cuánto deberá pagar la empresa.

La expresión (2/15; n/30), significa que si cancela dentro de los primeros 15 días, recibirá un descuento del 2 %, sino paga todo en 30 días.

Monto del descuento (D): 1 000 000 x 2% = 20 000
Si acepta el descuento el monto por pagar sería: 1 000 000 – 20 000 = ₡ 980 000

Ejemplo 3.24. La empresa BCG compró a crédito un monto de $35 000 con vencimiento en cuarenta días. La empresa vendedora le ofrece las siguientes condiciones: (3/15; n/40). ¿Cuál es el monto del descuento? Si se acepta el descuento, cuánto deberá pagar la empresa.
Monto del descuento (D): 35 000 * 3% = 1050
Si acepta el descuento el monto a pagar sería: 35 000 – 1 050 = $ 33 950

3.9.4 Descuento racional o matemático

Es el valor presente de un documento financiero (título valor) a la tasa de rendimiento que se desea. Es la valoración anticipada de un instrumento financiero, según una tasa de mercado, y se aplica en documentos financieros como bonos, certificados, letras, entre otros.

El descuento se realiza utilizando el concepto de valor de dinero en el tiempo, específicamente, interés simple.

Si el valor futuro está dado por la fórmula:

VF=S=C(1+i*t)

Si el valor presente está dado por la fórmula:

$$VP = C = \frac{S}{1 + i * t}$$

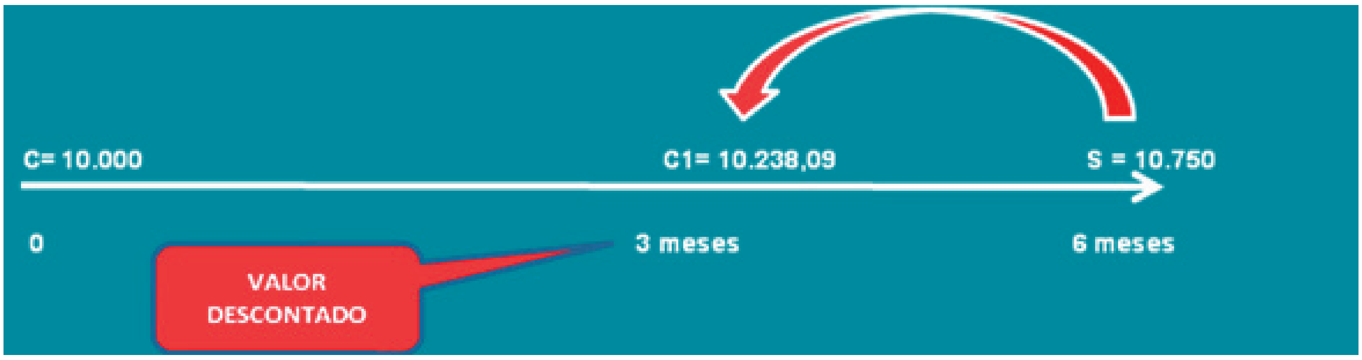
S= valor futuro C= valor presente
i= tasa de interés t = tiempo en años

Ejemplo 3.25. Suponga un documento financiero de $10 000 que vence dentro de 6 meses, gana el 15 % de interés nominal anual. El poseedor del documento no puede esperar 6 meses y necesita el dinero en una fecha no tan lejana, a 3 meses. ¿Cuánto vale el documento financiero a los 3 meses?

Para descontar o valorar el documento a los tres meses, se requiere una tasa de descuento o rendimiento aceptado por ambas partes, comúnmente, se utiliza una tasa de mercado. Para este ejemplo, suponga que la tasa, en el momento de descontar el documento es del 20 %.

Primer paso: calcular el valor futuro ´S´.

Ver gráfica siguiente S=C(1+i*t)=10 000 (1+0,15*6/12)=10 750



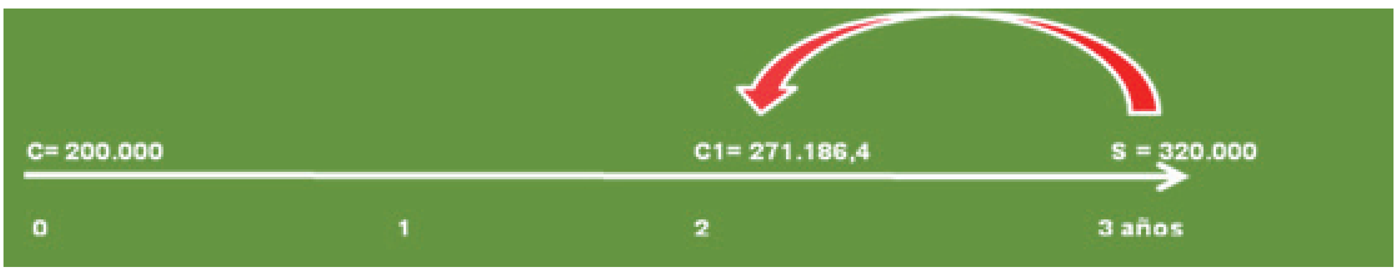
Segundo paso: descontar el valor futuro al mes 3, al 20 %

$$C = \frac{S}{1 + i * t} = \frac{10\ 750}{(1 + 0{,}2 * 3/12} = \$10\ 238{,}09$$

El documento descontado a los tres meses vale ₡10 238,09

Ejemplo 3.26. Una empresa, tiene un certificado de $ 200 000 con un rendimiento del 20 % anual que vence dentro de tres años. En el año dos, la empresa necesita efectivo para sus operaciones y desea descontar el documento. ¿Cuánto vale el certificado en el año dos, si el rendimiento de mercado es del 18 %?

Primer paso:
S=C(1+i*t)=200 000(1+0,2*3)=$320 000

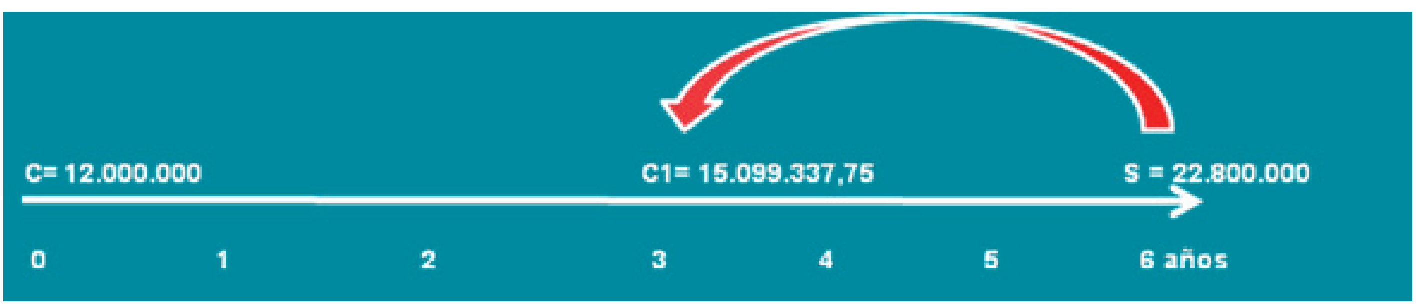


Segundo paso: $$C = \frac{S}{1 + i * t} = \frac{320\ 000}{(1 + 0{,}18 * 1} = \$271\ 186{,}4$$

El certificado descontado vale $ 271 186,4

Ejemplo 3.27. El señor Pérez adquirió hace tres años un certificado por valor de 12 millones de colones al 15 % de interés anual, con vencimiento a 6 años. Hoy, una de sus hijas decidió casarse, y el padre debe costear el matrimonio. El señor Pérez, decide ir al mercado, y le ofrecen descontar el certificado a una tasa de descuento del 17 %. ¿Cuánto recibiría el señor Pérez por el certificado?

Primer paso: S=C(1+i*t)=12 000 000(1+0,15*6)=₡22 800 000



Segundo paso: $C = VP = \dfrac{86\,000}{1 + 0{,}17 * 3} = ¢15\,099\,337{,}75$

El señor Pérez recibirá hoy ₡15 099 337,75

3.9.5 Descuento Comercial o bancario

Se calcula sobre el valor futuro o valor al vencimiento.

Para calcular un descuento bancario, primero debemos calcular el valor futuro del instrumento financiero, al igual que en el descuento racional S = C(1 + i * t). Luego, se multiplica el valor futuro por una tasa de descuento (D = S * d * t), considerando el tiempo de la transacción.

Ejemplo 3.28. Un documento de $1 000 a dos años plazo, que tiene un rendimiento del 36 % nominal anual, se desea descontar a un año, antes de su vencimiento, a una tasa de descuento del 30 %.

Primer paso:

Segundo paso: C = S – D
D= S*d*t
C=S- S*d*t = S (1-d*t)
C= 1 720 (1-0,30 * 1)
C= $1 204 valor descontado

Monto del descuento: D= S-C = 1 720 – 1 204= $516

Ejemplo 3.29. Se adquiere un documento de $15 000 que gana intereses del 12 % anual y vence en 6 años. Sin embargo, el poseedor del documento desea descontarlo en el año cuatro. ¿Cuánto recibirá el vendedor del documento, si en el mercado la tasa de descuento es del 15 %?

Primer paso: S=C (1+i*t)=15 000(1+0,12*6)=$25 800

Segundo paso: C=S (1-d*t)
C=25 800 (1-0,15 * 2)
C=$18 060

Monto del descuento: D= S-C = 25 800 – 18 060 = $7 740

3.9.6 Ejercicios de práctica

1. Suponga una factura por valor de ₡ 50 000, determine el monto del descuento por pronto pago en cada caso:

a- 2/10, n/45	R/ 100	d- 1/10, n/42	R/ 50	g- 1/10, n/50	R/ 50
b- 3/10, n/40	R/ 150	e- 5/20, n/50	R/250	h- 2/10, n/60	R/100
c- 3/20, n/50	R/150	f- 4/10, n/40	R/200	i- 3/10, n/60	R/150

2. En los siguientes casos determine el monto del descuento único:

a- ₡100 000 al 8 %	R/8 000
b- ₡25 147 al 8 %	R/2 011,76
c- ₡47 258 al 5 %	R/2 362,9
d- ₡158 254 al 15 %	R/23 738,1
e- ₡58 369 al 7 %	R/4 085,83
f- ₡25 369 al 16 %	R/4 059,04
g- ₡325 254 al 12 %	R/39 030,48
h- ₡13 254 al 3 %	R/397,62
i- ₡78 258 al 14 %	R/10 956,12

3. En el ejercicio anterior (N° 2), suponga que luego del descuento único, se aplica otro descuento del 5 %. En cada caso, determine el descuento en cadena o en serie.

a- 12 600,00	d- 3 168,52	g- 4 607,66
b- 30 463,90	e- 6 799,99	h- 5 124,54
c- 53 341,66	f- 1 040,44	i- 14 321,21

3.9.6.1 Descuento Racional

4. Suponga un documento de ₡50 000 que gana un 28 % de interés y vence en seis meses. El dueño del documento quiere descontarlo en tres meses, y le ofrecen una tasa de descuento del 30 %.
   a- Calcule el monto futuro del documento. R/57 000
   b- Calcule el valor descontado del documento. R/53 023,26

5. Suponga un documento de ₡80 500 que gana un 32 % de interés y vence en 9 meses. El dueño del documento quiere descontarlo en el mes 6, y le ofrecen una tasa de descuento del 15 %.
   a- Calcule el monto futuro del documento. R/ 99 820
   b- Calcule el valor descontado del documento R/ 96 212,05

6. Suponga un documento de ₡125 258 que gana un 30 % de interés y vence en 11 meses. El dueño del documento quiere descontarlo al mes 8, y le ofrecen una tasa de descuento del 15 %.
   a- Calcule el monto futuro del documento. R/ ₡159 703,95
   b- Calcule el valor descontado del documento. R/ ₡153 931,52

7. Suponga un documento de ₡30 500 que gana un 29 % de interés y vence en diez meses. El dueño del documento quiere descontarlo en el mes siete, y le ofrecen una tasa de descuento del 25 %.
   a- Calcule el monto futuro del documento. R / ₡37 870,83
   b- Calcule el valor descontado del documento. R/ ₡35 643,13

8. Suponga un documento de ₡28 200 que gana un 20 % de interés y vence en ocho meses. El dueño del documento quiere descontarlo en el mes cuatro, y le ofrecen una tasa de descuento del 30 %.
   a- Calcule el monto futuro del documento. R/ ₡31 960
   b- Calcule el valor descontado del documento. R/ ₡29 054,55

3.9.6.2 Descuento Comercial

9. Suponga un documento de ₡150 000 que gana un 28 % de interés y vence en seis meses. El dueño del documento quiere descontarlo en el mes tres, y le ofrecen una tasa de descuento del 30 %.
   a- Calcule el monto futuro del documento. R/ ₡171 000
   b- Calcule el valor descontado del documento R/ ₡158 175

10. Suponga un documento de ₡95 000 que gana un 32 % de interés y vence en nueve meses. El dueño del documento quiere descontarlo en el mes seis, y le ofrecen una tasa de descuento del 15 %.
    a- Calcule el monto futuro del documento. R/ ₡117 800
    b- Calcule el valor descontado del documento. R/ ₡108 965

11. Suponga un documento de ₡25 300 que gana un 30 % de interés y vence en 11 meses. El dueño del documento quiere descontarlo en el mes 3 a una tasa de descuento del 15 %.
    a- Calcule el monto futuro del documento. R/ ₡32 257,50
    b- Calcule el valor descontado del documento. R/ ₡31 047,84

12. Suponga un documento de ₡85 700 que gana un 29 % de interés y vence en 10 meses. El dueño del documento quiere descontarlo en 7 meses, y le ofrecen una tasa de descuento del 25 %.
    a- Calcule el monto futuro del documento. R/ ₡106 410,83
    b- Calcule el valor descontado del documento. R/ ₡90 892,59

13. Suponga un documento de ₡75 500 que gana un 20 % de interés y vence en ocho meses. El dueño del documento quiere descontarlo en cuatro meses, y le ofrecen una tasa de descuento del 30 %.
    a- Calcule el monto futuro del documento. R/ ₡85 566,67
    b- Calcule el valor descontado del documento. R/ ₡77 010

3.10 Interés Compuesto

Es el interés que se obtiene por una inversión o se paga por un préstamo sobre un capital que aumenta, a medida que los intereses se van capitalizando, o sea, los intereses del período anterior, se suman o se agrega al capital.

3.10.1 Definiciones importantes

Crecimiento a interés compuesto: En el crecimiento de un capital a interés compuesto, los intereses ganados (en períodos anteriores), se agregan al capital en intervalos que se estipula contractualmente (mensual, trimestral, semestral, etc.), bajo estas condiciones, el monto es función discreta del tiempo (Portus Lincoyan, 1996).

Período de capitalización: es el intervalo (mes, trimestre, semestre, año, etc.), estipulado en el documento u obligación para capitalizar los intereses.

Tasa de interés compuesto: es el interés fijado por un período de capitalización.

Frecuencia de conversión: la frecuencia es la cantidad de veces que se capitalizan los intereses en un período determinado (generalmente un año).

Período de conversión: Es el tiempo que transcurre entre los cálculos sucesivos de intereses, así por ejemplo, si se ganan intereses cada mes, el período de conversión es mensual; si se pagan los intereses cada tres meses, el período de conversión es trimestral.

Tasa efectiva: es la tasa que actúa capitalizando, en cada período de conversión.

Monto compuesto: es el capital acumulado al final del tiempo que dure la operación, que refleja o contiene las sucesivas adiciones de los intereses.

3.10.2 Valor futuro o Monto futuro a interés compuesto

El monto a interés compuesto refleja las sucesivas capitalizaciones de los intereses ganados en cada período.

Para el cálculo del monto a interés compuesto se utilizará la siguiente fórmula:

$$\mathbf{VF = S = C\,(1 + j / m)^n}$$

S = VF = monto a interés compuesto

C= VP = Capital inicial

j/m = tasa efectiva de interés por período de capitalización

Si se denomina a:

j = Tasa de interés nominal anual

m = frecuencia de capitalización en el año

n= número total de períodos de capitalización en el total del plazo,

Entonces:

j/m= tasa efectiva de interés por período de capitalización

$$\mathbf{VF = S = C\,(1 + j / m)^n}$$

Ejemplo 3.30. Cálculo del monto valor futuro a interés compuesto:

Una deuda de ₡ 4 000 000 a tres años plazo, es convenida a una tasa de interés de 10 % anual con capitalización semestral. ¿Cuál es el monto que se tendrá que cancelar, al cabo de los tres años?

Significa que cada seis meses los intereses deben capitalizarse.

La frecuencia de conversión es de dos veces al año.

El período de conversión es de seis meses.

La tasa efectiva (j/m) es del 5 % (períodos de capitalización de seis meses).

j= tasa de interés nominal (anual)= 0,10

m= frecuencia de conversión =2

n= m * años = 2 * 3 = 6 períodos totales de capitalización

j/m = tasa efectiva = 0,10/2 =0,05 por período de capitalización

$$VF = S = C\ (1 + j / m)^n$$
$$S = 4\ 000\ 000\ (1 + 0{,}10 / 2)^6$$
$$S = 4\ 000\ 000\ (1{,}340096) = ₡5\ 360\ 382{,}56$$

Utilizando una tabla de capitalización, se puede obtener el mismo resultado.

Tabla 3.1: Tabla de Capitalización (₡)

Número de períodos	Capital a principio de período	Intereses del período de capitalización	Capital más interés al final de cada período
1	4 000 000	200 000	4 200 000
2	4 200 000	210 000	4 410 000
3	4 410 000	220 500	4 630 500
4	4 630 500	231 525	4 862 025
5	4 862 025	243 101,25	5 105 126,25
6	5 105 126,25	255 256,31	5 360 382,56

Si se compara este monto calculado a interés compuesto capitalizable cada seis meses, con el monto calculado a interés simple, se observa la diferencia del resultado final.

A interés simple:

$S = C\ (1 + i * t)$

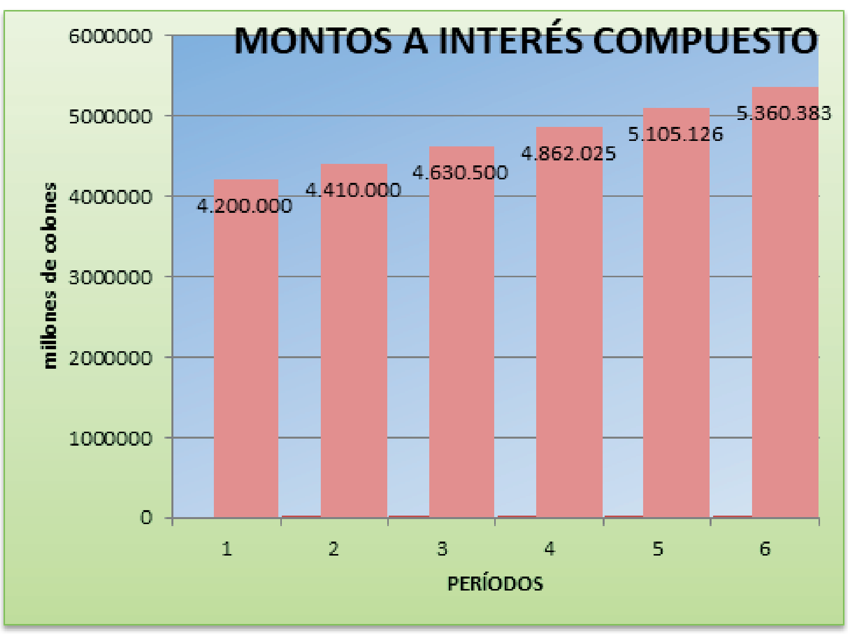
VF = S = C4 000 000 (1 + 0,10 * 3)

VF = S= ₡5 200 000 monto a interés simple

VF = S = ₡5 360 382,56 monto a interés compuesto

Como se puede observar al capitalizarse los intereses cada período el monto final es superior a interés compuesto. El crecimiento a interés compuesto se puede observar en el gráfico 3.1:

Gráfico 3.1: Montos de interés compuesto



Fuente: Elaboración de los autores, 2017.

Ejemplo 3.31. Una persona asume una deuda de ₡350 000 que gana a interés compuesto, capitalizable mensualmente y a un plazo de nueve meses, una tasa de interés del 20 % nominal anual ¿Cuál es el monto que tendrá que cancelar, al final del plazo?

$$VF = S = C\ (1 + j\ /\ m)^n$$

S= monto a interés compuesto
C= capital inicial
j= tasa de interés nominal anual
m=frecuencia de capitalización en el año
n= períodos totales de capitalización
j/m= tasa efectiva por período
S=?
C= ₡350 000
j= 20 %
m= 12 (mensualmente)
j/m= 0,20/12=0,01666667
n= 9

$$S = 350\ 000\ (1 + 0{,}20\ /\ 12)^9 = 350\ 000\ (1{,}1604022) = ₡406\ 139{,}57$$

S= ₡406 139,57 monto por pagar al final del plazo.

Ejemplo 3.32. Un empresario asume un crédito de corto plazo por un monto de $150 000 a una tasa de interés nominal anual del 7 %. El plazo del crédito es de seis meses, con períodos de capitalización mensual. ¿Cuál es el monto que tendrá que cancelar al cabo de los seis meses?

$$S = C\ (1 + j\ /\ m)^n$$

S=?
C=$150 000
m= 12 (mensualmente)
j/m= 0,07/12=0,00583333

$$S = 150\ 000\ (1 + 0{,}07\ /\ 12)^6 = 150\ 000\ (1{,}0355144) = \$155\ 327{,}16$$

S= $155 327,16 monto por pagar.

Ejemplo 3.33. El dueño de un abastecedor realiza un depósito en el banco de desarrollo de la región de ₡2 345 000 para retirar en dos años; el banco ofrece una tasa nominal anual del 14 % con capitalización trimestral. ¿Cuánto retira el dueño del abastecedor al cumplirse el plazo?

S=?
C=₡2 345 000
m=4
j= 14%=0,14
j/m=0,14/4
n=8

$$S = 2\ 345\ 000\ (1 + \frac{0{,}14}{4})^8$$

S = (2 345 000) * (1,316809) = ₡3 087 917,11 Monto por retirar en dos años

3.10.3 Monto compuesto con períodos de capitalización fraccionarios

Los períodos de capitalización se presentan cuando existen períodos completos y períodos fraccionarios de capitalización, en este caso, se puede proceder de dos maneras:

- Según Portus Lincoyan (1996), "cuando se presenta fracciones de períodos la costumbre comercial es calcular el monto compuesto para los períodos enteros de capitalización y utilizar el interés simple, para las fracciones de períodos" (p. 94). Esta forma es también llamada regla lineal o práctica.

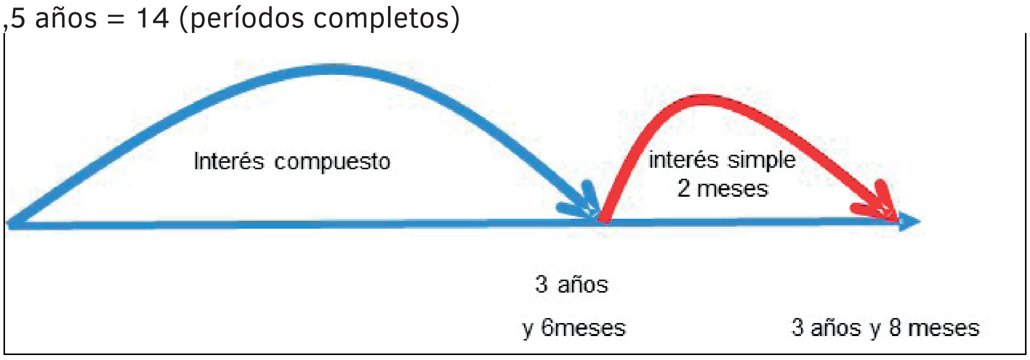
Una segunda forma es:

- Procediendo con la llamada regla teórica o exponencial que dice, que se debe utilizar el interés compuesto para los períodos enteros de capitalización y para los fraccionarios.

Ejemplo 3.34. Juan un empresario de la zona asume una deuda a 3 años y 8 meses de plazo por un monto de \$89 500. La deuda se capitaliza trimestralmente con una tasa de interés del 8 % nominal anual. ¿Cuánto debe pagar Juan al cabo del plazo?

a. Utilice la costumbre comercial o regla práctica.
b. Utilice la regla teórica o exponencial

Respuesta a: Utilizando la costumbre comercial o regla práctica.
C=\$ 89 500
S=?
m= 4 (trimestral)
j/m= 0,08/4= 0,02
n= 4 * 3,5 años = 14 (períodos completos)



Para períodos completos:

$$S = C\,(1 + j / m)^{n}$$

$$S = 89\ 500\ (1{+}0{,}02)^{14} = \$118\ 093{,}35$$

Para los períodos incompletos (dos meses), se utiliza el interés simple.

$$S = C\,(1 + i * t)$$

i= 0,08
t=2/12=0,1666667

$$S = 118\ 093{,}35\ (1 + 0{,}08 * 2 / 12) = \$119\ 667{,}93$$

S=\$119 667, 93 monto final que se debe pagar.

R/ Juan debe pagar cabo del plazo \$119 667, 93

Respuesta b: Utilizando la regla teórica o exponencial:

$$S = C\,(1 + j / m)^{n}$$

C=\$89 500 deuda
m=4
n=m*años (4 * 3,66666667) =14,66666667 períodos
j/m=0,08/4

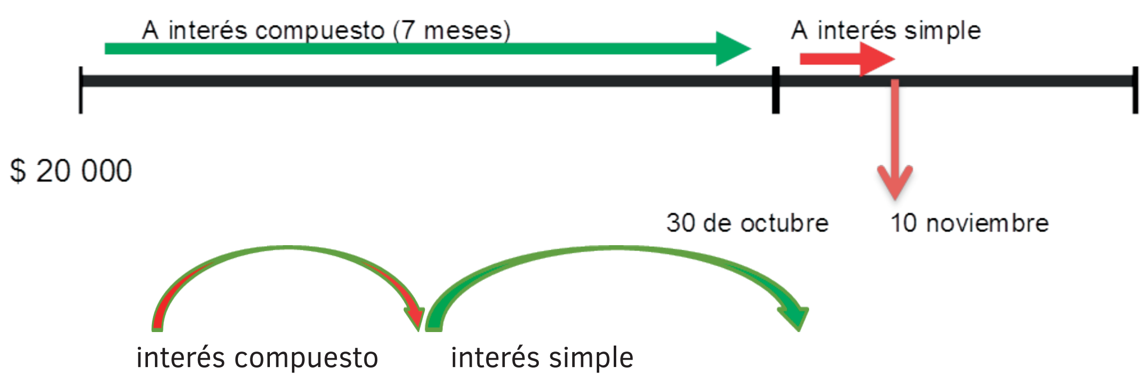
$$S = 89\ 500\ (1 + 0{,}02)^{14{,}66666667}$$

$$S = 89\ 000\ (1{,}33701368) = \$119\ 662{,}72 \text{ monto por pagar}$$

R/ Juan debe pagar cabo del plazo \$119 662,72

Según Portus, en algunas operaciones financieras, se señala expresamente fechas de capitalización y el dinero colocado o retirado entre las fechas de capitalización gana interés simple.

Ejemplo 3.35. Un comerciante de la zona decide depositar en su cuenta del Banco dinero ocioso de su negocio, mientras llega la temporada alta en ventas. El depósito del comerciante es de $20 000 en una cuenta que se capitaliza mensualmente a un interés nominal anual del 6 %. El primero de abril se realiza la operación bancaria y el comerciante desea retirar el monto el 10 de noviembre, cuánto podría retirar el comerciante en ese momento.



$S = 20\,000\,(1 + 0{,}005)^{7} * (1 + 0{,}06 * 0{,}027778) = \$20\,745{,}11$

Según regla o costumbre comercial:
A interés compuesto = $S = 20\,000\,(1 + 0{,}005)^{7} = 20\,710{,}58794$

A interés simple = $S = 20\,710{,}58794 * (1 + 0{,}06 * 0{,}027778) = \$20\,745{,}11$

Los siete primeros meses (abril-octubre) se utiliza el cálculo a interés compuesto, los 10 días del mes de noviembre se utiliza el interés simple.

Cálculo según regla teórica: se calcula todo el período a interés compuesto:

m=12
n= m * años (12 * 0,61111111) =7,33333333 períodos
j=6%
j/m=6% /12=0,06 /12=0,005

$S = 20\,000\,(1 + 0{,}005)^{7{,}333333} = \$20\,745{,}05$ monto por retirar

3.11 Valor Actual o Presente a Interés Compuesto

El valor actual o presente de algún monto de unidades monetarias, se refiere al valor que esta tiene hoy, a una tasa de interés o de rendimiento de mercado, que se obtendrá o pagará en una fecha futura.

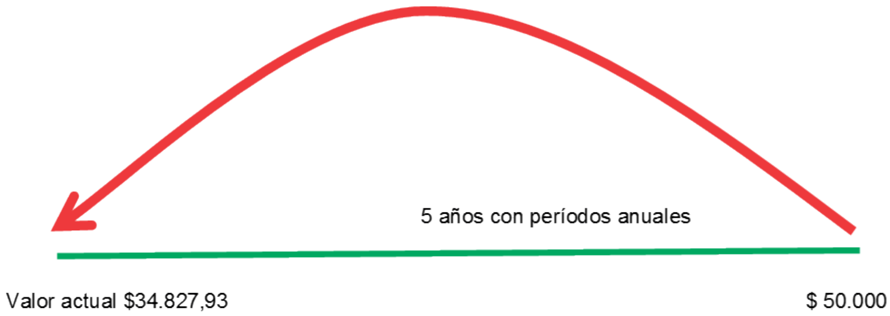
De la fórmula de valor futuro utilizada en el tema anterior, se deriva la fórmula de valor presente.

$VF = S = C\,(1 + j / m)^{n}$

En donde:
VF= S = valor futuro
VP= C = valor presente
j= tasa nominal anual de interés
m= frecuencia de capitalización
j/m = tasa de interés efectiva por período
n= número total de períodos de capitalización en todo el plazo
Si se despeja la fórmula de valor futuro, se obtiene la fórmula de valor presente (VP)

$$C = VP = \frac{S}{(1+\frac{j}{m})^{n}} = C = S(1+\frac{j}{m})^{-n}$$

Ejemplo 3.36 La señora López recibirá dentro de cinco años $50 000. En el mercado financiero se ofrece hoy un rendimiento de 7,5 % nominal anual sobre inversiones. La señora López desea saber cuál es el valor presente del flujo de efectivo futuro por recibir, si se considera el rendimiento que se puede obtener en el mercado financiero como la tasa de descuento apropiada.



S = $50 000 monto por recibir dentro de 5 años
j = 7,5 %, por ser anual
n= 5 años
m =1 capitalización anual
C=VP=?

$$C = S(1+\frac{j}{m})^{-n} = 50\,000(1+0{,}075)^{-5}$$

C = 50 000 $(1{,}075)^{-5}$

C = 50 000 (0,69655863)

C=VP=$34 827,93 valor presente

El valor presente es de $34 827,93

Ejemplo 3.37. Determine el valor actual de un pagaré de ₡25 000 000 pagadero dentro de 3 años y seis meses, si la tasa de descuento por utilizar es del 8 % nominal capitalizable trimestralmente.

S= ₡25 000 000
j= 8 %
j/m =8 % /4=2 %
m= 4 trimestralmente
n= 14 = (4 * 3,5 años) períodos

$$C = S(1+\frac{j}{m})^{-n} = 25\,000\,000(1+\frac{0{,}08}{4})^{-14}$$

$$C = 25\,000\,000(1{,}02)^{-14}$$

$$C = 25\,000\,000(0{,}75787502)$$

C =VP= ₡18 946875,5 valor actual del pagaré
El valor actual es de ₡18 946875,5

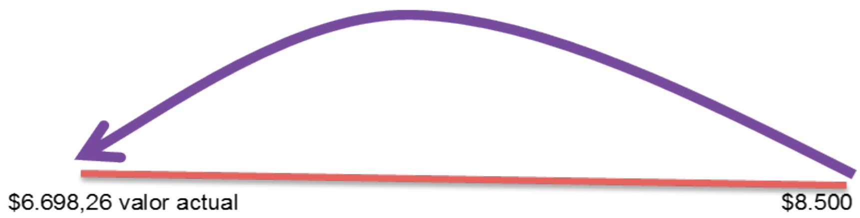
Ejemplo 3.38. Encuentre el valor actual de $ 8.500 que se pagarán en cuatro años, considere la tasa de descuento del 6 % nominal anual, capitalizable trimestralmente.
S= $8 500
n= 16 (4 * 4 años) períodos
m= 4 trimestres
j/m= 6 % /4= 1,5 %= 0,015
C=?

$$C = VP = S(1+\frac{j}{m})^{-n}$$

$$C = VP = 8\,500(1+\frac{0{,}06}{4})^{-16}$$

$$C = VP = 8\,500(0{,}78803104)$$

C= $ 6 698,26 valor actual
El valor actual es de $ 6 698,26



Al igual que lo establecido para determinar el valor futuro, se aplica en el caso del valor presente: el cálculo siguiendo la costumbre comercial, que establece aplicar el interés compuesto para los períodos completos e interés simple para períodos incompletos.

O bien, siguiendo la regla teórica o exponencial la cual dice, que se debe utilizar el interés compuesto para los períodos enteros de capitalización y también para los fraccionarios.

Ejemplo 3.39 Calcule el valor actual de $125 000 pagadero dentro de 1 año y 9 meses, si la tasa de interés es del 7,5 % nominal anual, capitalizable semestralmente. Aplique la regla teórica y la comercial.

Utilizando la regla teórica

$$C = VP = S(1+\frac{j}{m})^{-n}$$

m =2

j= 7,5 %

j/m=7,5 % / 2=3,75 %=0,0375

n= 3,5 (2 * 1,75 años) períodos de capitalización

$$C = VP = 125\,000(1+\frac{0{,}075}{2})^{-3{,}5}$$

C=VP=125 000(0,87910678)=$109 888,35 valor presente

Utilizando la regla comercial
m= 2 (semestre) al año

j/m= 7,5 %/2=3,75 %=0,0375 por período

Tiempo para períodos completos de capitalización 1 año y seis meses (1,5 años)

n= 3 (1,5 * 2) períodos completos

Tiempo para períodos incompletos: 3 meses

$$C = VP = S(1+\frac{j}{m})^{-n}$$
$$C = VP = 125\,000(1+\frac{0{,}075}{2})^{-3}$$
$$C = VP = 125\,000(0{,}89543834)$$

C=111 929,79

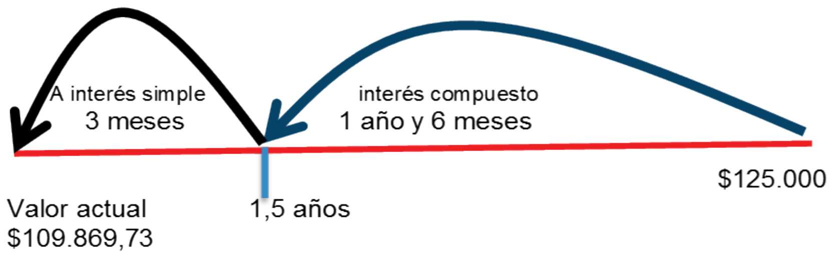
Este resultado debe llevarse a valor presente, aplica el interés simple, a un plazo de tres meses:

$$C = \frac{S}{1 + i * t}$$

t= 3/12 =0,25
i= 0,075
S= $111 929,79

$$\mathrm{C} = \frac{111\,929{,}79}{1 + 0{,}075 * 0{,}25} = \$109\,869{,}73\ valor\ actual$$

El valor presente o actual cuando se aplica la regla comercial es menor.



3.11.1 Cálculo de la tasa de interés

Para el cálculo de la tasa de interés, conociendo el valor actual, el tiempo, el valor futuro, se despeja de la fórmula, o bien, se aplica logaritmos.

Ejemplo 3.40: Un joven recibe un fidecomiso como parte de su herencia, el cual gana intereses capitalizables trimestralmente. Al cumplir los diez años, el fidecomiso era de $50 000. Al cumplir 18 años, el joven recibe un total de $85 000. ¿Cuál es la tasa de interés efectiva por período de capitalización que ganó el fidecomiso?

VF=S=C(1+j/m)^n
VF=S= $85 000
VP=C= $50 000
m = 4 (trimestres)
n = 32 (m * años) períodos
j= tasa nominal anual
j/m= tasa efectiva por período
85 000=50 000(1+j/m)^{32}

$$\frac{85\,000}{50\,000} = (1 + \frac{j}{m})^{32}$$

(1,7)$^{1/32}$ = (1 + j/m)
1,01672038 = 1 + j/m
1,01672038 – 1 = j/m
0,016722038 = j/m
1,67% = j/m tasa efectiva trimestral

Si el cálculo se realiza con logaritmos:
85 000=50 000(1+j/m)^{32}

Log 85 000 = log 50 000 + 32 * log (1+j/m)
4,92941893 = 4,69989700 + 32*log (1 + j/m)
0,2304489/ 32 = log (1 + j/m)
Anti-log 0,007172560 = 1 + j/m
1,01665256 -1 = j/m
1,67 % = j/m tasa efectiva trimestral que ganó el fidecomiso.

Tasa anual = 1,67 % * 4 = 6,68 %

Ejemplo 3.41. Don Juan deposita en un fondo de inversión la suma de $10 000 para retirar al cabo de ocho años. Al final del período, el señor retira la suma de $27 500 ¿Cuál fue la tasa de interés efectiva por período de capitalización que ganó la inversión, si se capitalizó trimestralmente?

VF=S=$27 500
VP=C=$10 000
m=4
n=32
j/m=?
$27\ 500=10\ 000(1+j/m)^{32}$

$$\frac{27\ 500}{10\ 000}=(1+\frac{j}{m})^{32}$$

$2,75=(1+j/m)^{32}$
$(2,75)^{1/32}=1+j/m$
1,03211751 – 1 = j/m
3,21 % = tasa efectiva trimestral que ganó la inversión
12,85 % = tasa de interés anual

3.11.2 Cálculo del tiempo

Para el cálculo del tiempo, conociendo el valor actual, la tasa de interés, el valor futuro, se despeja la fórmula mediante el uso de logaritmos.

Ejemplo 3.42. ¿En qué tiempo un depósito de $1 000 capitalizable semestralmente se convertirá en $2 106,85 si gana interés del 8 % nominal anual?
VF=S=$2 106,85
VP=C=$1 000
j=8% =0, 08
m=2
j/m=0,08/2=0,04
n= tiempo
$VF=S=C(1+j/m)^{n}$
$2\ 106,85=1\ 000(1+0,08/2)^{n}$
2 106,85/ 1 000 * n (1,04)
2 10685= n* log 1,04
Log 2,10685 = n* log 1,04
0,32363361 = n * 0,01703333
0,32363361/0,01703333 = n
19 = n = semestres, tiempo requerido
19/2= 9,5 años requeridos
El tiempo es de nueve años y seis meses.

Ejemplo 3.43 Un inversionista cuenta hoy con $25 000 que puede invertir al 12 % en el mercado (capitalización anual). Él quiere retirar la inversión cuando tenga $50 000 ¿Cuánto tiempo debe esperar?

$50\ 000=25\ 000*(1+0,12)^{n}$
$50\ 000/25\ 000=(1+0,12)^{n}$
$2=(1+0,12)^{n}$
Log 2 = n * log 1,12
0,3010299957 = n * 0,04921802267
t = 6 años que debe esperar el inversionista.

3.12 Ecuaciones de valor equivalentes

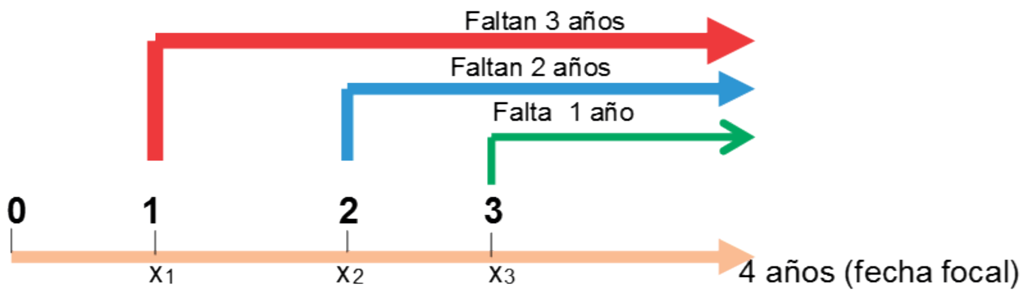
Según Portus (p. 118), “estas ecuaciones son las que se forman igualando, en una fecha de comparación o fecha focal, la suma de los valores en la fecha escogida de dos conjuntos diferentes de obligaciones”. Asimismo, establece que dos son los problemas básicos:

a. Determinar el valor que deberá pagarse, en una fecha determinada, equivalente al valor de un conjunto de obligaciones, que vencen en diferentes fechas.

b. Determinar la fecha de vencimiento promedio en que se puede cancelar, mediante un pago único igual a la suma de los valores de un conjunto de obligaciones que tienen distintas fechas de vencimiento.

La metodología consiste en llevar todas las obligaciones a la fecha focal, e igualarlas a todos los pagos en la fecha focal.

Ejemplo 3.44. Determine el monto de tres pagos iguales, el primero a un año plazo, el segundo a dos años plazo y el tercero a tres años plazo, con que puede reemplazarse una obligación que en cuatro años será de $120 000. Suponga una tasa de interés nominal es del 8 % con capitalización anual? Considere como fecha focal el cuarto año.

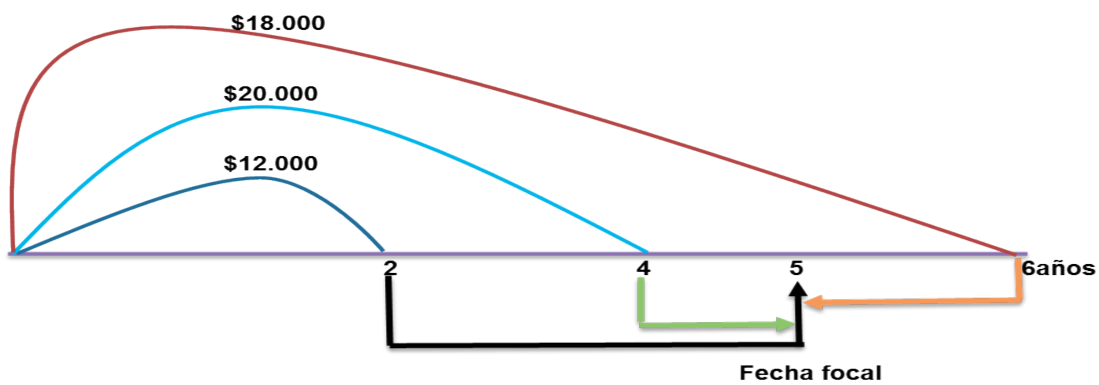


$X\,(1+0{,}08)^3 + X\,(1+0{,}08)^2 + X\,(1+0{,}08)^1 = 120\,000$
$X\,(1{,}259712+1{,}1664+1{,}08) = 120\,000$
$X\,(3{,}506112) = 120\,000$
$X = 120\,000/3{,}506112$
$X = \$34\,225{,}95$

Pagos iguales en el 1°, 2°, 3° año, que reemplazan la obligación de $120 000 a cuatro años.

Ejemplo 3.45. Una empresa del sector turístico tiene tres obligaciones con un banco local de la región norte: la primera de $12 000 que vence dentro de 2 años al 9 % de interés nominal anual, capitalizable semestralmente, la segunda de $20 000 con vencimiento a 4 años al 11 % de interés nominal anual, capitalizable semestralmente y la tercera de $18 000 a 6 años al 10 % de interés nominal anual, capitalizable de forma semestral.

La empresa propone a la institución financiera cancelar las deudas indicadas mediante dos pagos iguales: el primero a los tres años y el segundo a los cinco años ¿Cuál es el valor de dichos pagos, si conviene un rendimiento del 10 % de interés nominal anual, capitalizable semestralmente? La fecha focal es el quinto año.



Las obligaciones en las fechas focales son:

$$12.000\,(1+\frac{0{,}09}{2})^4 * \left(1+\frac{0{,}10}{2}\right)^6 + 20.000\left(1+\frac{0{,}11}{2}\right)^8 * \left(1+\frac{0{,}10}{2}\right)^2 + 18.000\left(1+\frac{0{,}10}{2}\right)^{12} * \left(1+\frac{0{,}10}{2}\right)^{-2} =$$

19 177,06774 +33 839,83766+29 320,10328 =82 337,01

El monto de los pagos propuestos en la fecha focal, se presenta en la siguiente ecuación:

$$X^*(1+\frac{0{,}10}{2})^4 + X = X(1{,}21550625) + X = X(2{,}21550625)$$

Al igualar las ecuaciones, se obtiene el valor de los pagos:

82 337,01 = X (2,21550625)

$$\frac{82\,337{,}01}{2{,}21550625} = X$$

X= $37 163,97 valor de los pagos

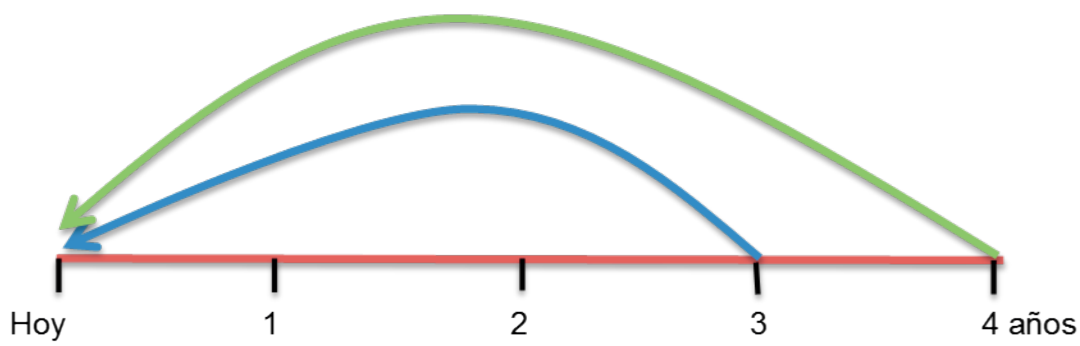
Ejemplo 3.46. Una persona debe pagar $1 000 al cabo de tres años y $1 500 dentro de cuatro años. Si la tasa de interés de mercado a considerar es del 6 % nominal anual capitalizable trimestralmente. ¿Qué pago único se debe hacer hoy para que sea equivalente?

$X=1\,000(1+0{,}015)^{-12}+1\,500(1+0{,}015)^{-16}$

X=1 000(0,83638742)+1 500(0,78803110)

X=(836,38742+1182,04665)

X= $2 018,43 Pago al día de hoy



3.13 Equivalencias entre tasas de Interés

Para la comprensión de este tema, es necesario aclarar algunas definiciones de tasas de interés:

- Tasa de interés anual nominal (J): Esta tasa de interés hace referencia a un período determinado que, generalmente, es un año, no considera períodos de capitalización.

- Tasa anual efectiva (TAE): Es una tasa anual que sí considera los períodos de capitalización (que ocurren durante el año) mensual, trimestral, semestral, entre otros, para su cálculo. La tasa anual efectiva es mayor a la tasa de interés nominal anual, debido al proceso de capitalizaciones que ocurre en los períodos estipulados.

- Tasa efectiva por período de capitalización: Es la tasa que actúa en cada período, (sea mensual trimestral, semestral, entre otros) se obtiene al dividir la tasa anual nominal entre la frecuencia de capitalización (j/m).

- Tasa anual equivalente: La tasa anual equivalente es una tasa nominal asociada a diferentes períodos de capitalización que acumula el mismo valor futuro o valor presente en un mismo. Con estas tasas, se logra un rendimiento anual equivalente al obtenido con períodos de capitalización menores a un año (mensual, trimestral, semestral, entre otras) en los que actúa la capitalización de cada uno de los períodos, para calcular el crecimiento real de una unidad monetaria en el período global.

Para calcular la tasa anual efectiva (TAE): se utiliza la siguiente fórmula:

$$TAE=(1+j/m)^{m} -1$$

Donde:

j= tasa anual nominal

m= frecuencia de capitalización

Ejemplo 3.47: Un banco local, con el objetivo de atraer mayor número de clientes, ofrece una tasa nominal anual del 8 % con capitalización trimestral. Usted está interesado en saber cuál es la tasa anual efectiva (TAE).

$TAE=(1+j/m)^{m} -1$

$TAE=(1+0{,}08/4)^{4} -1$

$TAE=1{,}08243216 -1$

TAE= 0,0824=8,24% Tasa anual efectiva

Con calculadora financiera F 200	CNVR
Modo: CNVR	n= 4 EXE
Sub modo: conversión	I %=8 % EXE
n= frecuencia de capitalización(EXE)	SOLVE
I%= tasa nominal anual de interés en porcentaje (EXE)	EFF= 8,24 %
SOLVE	
EFF= Tasa anual efectiva	

Ejemplo 3.48. Si el señor Valdés realiza una inversión de $1 000 y le ofrecen pagar un 8 % anual con capitalización bimensual. ¿Cuál es el monto al cabo de un año? ¿Cuál es la tasa anual efectiva?

A. $18\,000(1+\frac{0{,}08}{6})^{6}=19\,488{,}86$

Tasa anual efectiva: $(1+\frac{0{,}08}{6})^{6}-1=8{,}27\ \%$

Con calculadora financiera
CNVR
n= 6 EXE
I%=8% EXE
SOLVE
EFF= 8,27%

Prueba:

$S=18\,000(1+0{,}0827)^{1}=\$19\,488{,}6$

Al señor Valdés le es indiferente invertir su dinero a una tasa del 8 % con capitalización bimensual, o bien, a una tasa anual efectiva del 8,27 % con capitalización anual.

Para calcular tasas equivalentes nominales anuales, que son tasas de interés que producen el mismo rendimiento anual (tasa efectiva anual), pero con diferentes períodos de capitalización, se utiliza la siguiente fórmula:

$$(1+\frac{j}{fc})^{fc}=(1+\frac{j}{m})^{m}$$

j = tasa nominal anual
fc = m = frecuencia de capitalización o número total de períodos de capitalización.

Ejemplo 3.49. Una cooperativa de ahorro y crédito a nivel nacional ha venido pagando el 15 % nominal anual con capitalizaciones trimestrales. Algunos clientes han sugerido que las capitalizaciones sean mensuales y, a otros, les gustaría semestrales. ¿Qué tasas nominales anuales debe ofrecer la cooperativa para los diferentes clientes y que sean equivalentes con la establecida, actualmente, con el fin de no perjudicar a ningún cliente?

Para obtener la tasa anual equivalente con períodos de capitalización mensual.

$$\left(1+\frac{0{,}15}{4}\right)^4 = \left(1+\frac{j}{12}\right)^{12}$$

$$(1{,}158650) = (1+\frac{j}{12})^{12}$$

$$(1{,}158650)^{1/12} = (1+\frac{j}{12})$$

1,0123469 -1 = j/12

0,148163 = j

14,82 % = j tasa nominal anual con capitalización mensual equivalente a la tasa del 15 % nominal anual con capitalización trimestral.

Para obtener la tasa anual equivalente con períodos de capitalización semestral:

$$(1+\frac{0{,}15}{4})^4 = (1+\frac{j}{2})^2$$

$$(1{,}15865041) = (1+\frac{j}{2})^2$$

$$(1{,}15865041)^{1/2} = 1+\frac{j}{2}$$

0,1528 = j

15,28 % = j tasa nominal anual con capitalización semestral, que es equivalente a la tasa nominal anual del 15 % con capitalización trimestral.

3.14 Ejercicios

1. Un deudor tiene que pagar los siguientes pagarés $5 000 a un año y medio plazo, $10 000 a tres años plazo y $15 000 a tres y medio año de plazo. Ofrece a su acreedor pagar de inmediato $12 000 y el saldo a un año y medio de plazo. Hallar este valor, si el tipo de interés es del 9 % capitalizable trimestralmente. Fecha focal: hoy.

2. Si un inversionista decide crear un fidecomiso de $52 000, a la edad de 55 años para ser retirado cuando este cumpla 70 años. El fidecomiso gana intereses del 8 % anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto retira el inversionista al cumplir la edad indicada?

3. Se pide un crédito a una institución financiera por un monto de $100 000 para ser cancelado a un año plazo, a una tasa de interés del 12 %. ¿Cuál es la cantidad que se debe pagar por intereses?

4. A que tasa de interés se debe depositar $50 000 para que en un plazo de ocho años obtener un monto de $70 000, considere que los períodos de capitalización son mensuales.

5. Se depositan $10 000 en una cuenta que gana interés compuesto, con capitalización anual, el plazo es de 14 años al cabo del mismo recibe $190 071,20 ¿Qué tasa de interés ganó la cuenta en ese tiempo?

6. Los padres de un joven al cumplir 13 años realizan un depósito a ganar interés compuesto con capitalización anual, con el objetivo de financiar sus estudios cuando el joven ingrese en la universidad. Al cumplir 18 años los padres reciben la suma de $92 129,75 ¿Qué tasa de interés ganó el depósito? Respuesta: 4,2 % tasa interés anual.

7. A qué tasa de interés se deben depositar $15 000 para que en un plazo de cinco años obtener $50 000. Considere períodos de capitalización de:
   a. Semestral
   b. Trimestral
   c. Mensual

   Respuesta:
   a. 12,79 %
   b. 6,20 %
   c. 2,03 %

8. Calcule el valor actual de una deuda de2 500 000 a pagarse dentro de tres años, si la tasa de interés es del 24 % capitalizable mensualmente.

   Respuesta: 1 225 557,9

9. Un inversionista quiere saber en qué tiempo una inversión de $25 000 se convertirá en $35000, si gana un interés del 8 % capitalizable trimestralmente.

10. Se asume una deuda de $75 000 el 25 de febrero del año 2007 a un plazo de 9 meses, a una tasa de interés del 12 %. La deuda se cancela dos meses antes de su vencimiento. ¿Cuál es el monto por pagar en esta fecha?

11. Se asume una deuda de $157 000 a un plazo de 10 meses, a una tasa de interés del 18 %. Se realiza los siguientes abonos, a los dos meses de iniciar la deuda y a los nueve meses por un monto de $35 000 y $50 000, respectivamente. Calcule el saldo por pagar a la fecha de vencimiento (según la regla de saldos insolutos).

12. Se obtiene un préstamo a 60 días al 10 % de interés, treinta días después del primer préstamo se firma otro por $15 000 a 120 días plazo a una tasa del 12 %. Cuarenta y cinco días después de la primera fecha, conviene con su acreedor en pagar $40 000 y cambiar los dos préstamos anteriores por uno a 150 días, contados desde el momento de la renegociación, con un interés del 13 %. Determine el pago único para obtener resultados financieros equivalentes. Fecha focal al final del período.

13. Una deuda de $100 000 que gana intereses del 6 % con períodos de capitalización anual, es convenida para que se pague en dos años y 4 meses. Determine el monto futuro.

    S= $112 360 a este monto, se le aplica el interés simple, recuerde a interés simple es la tasa nominal de interés la que actúa

    S= $ 114 607, 2 monto por pagar 2 años y 4 meses después.

14. Se asume una deuda por un monto de $ 250 000 a una tasa de interés de 8 % anual, con períodos de capitalización trimestral. La deuda debe cancelarse a 3 años y 5 meses. Calcule el monto al final del período.

    S= 323 401,66 este monto se lleva a dos meses a interés simple

    S= $ 327 713,68

15. Si un inversionista compra un bono por un monto de $ 125 000 a un plazo de 1 año y 7 meses que paga el 7 % anual capitalizable bimensualmente, cuánto recibirá el inversionista el final del período.

    S= $ 138 754.47 a interés simple por un mes

    S= $ 139 563,87 monto que recibe el inversionista un año y siete meses después.

CAPÍTULO IV

Anualidades

Objetivo

Explicar el concepto de anualidad y su aplicación en la resolución de problemas financieros.

4.1 Definiciones de Anualidad

El concepto de anualidad está relacionado con pagos y el tiempo. Según Díaz Mata (2013) "Una anualidad es un conjunto de pagos iguales realizados a intervalos iguales". (p.120).

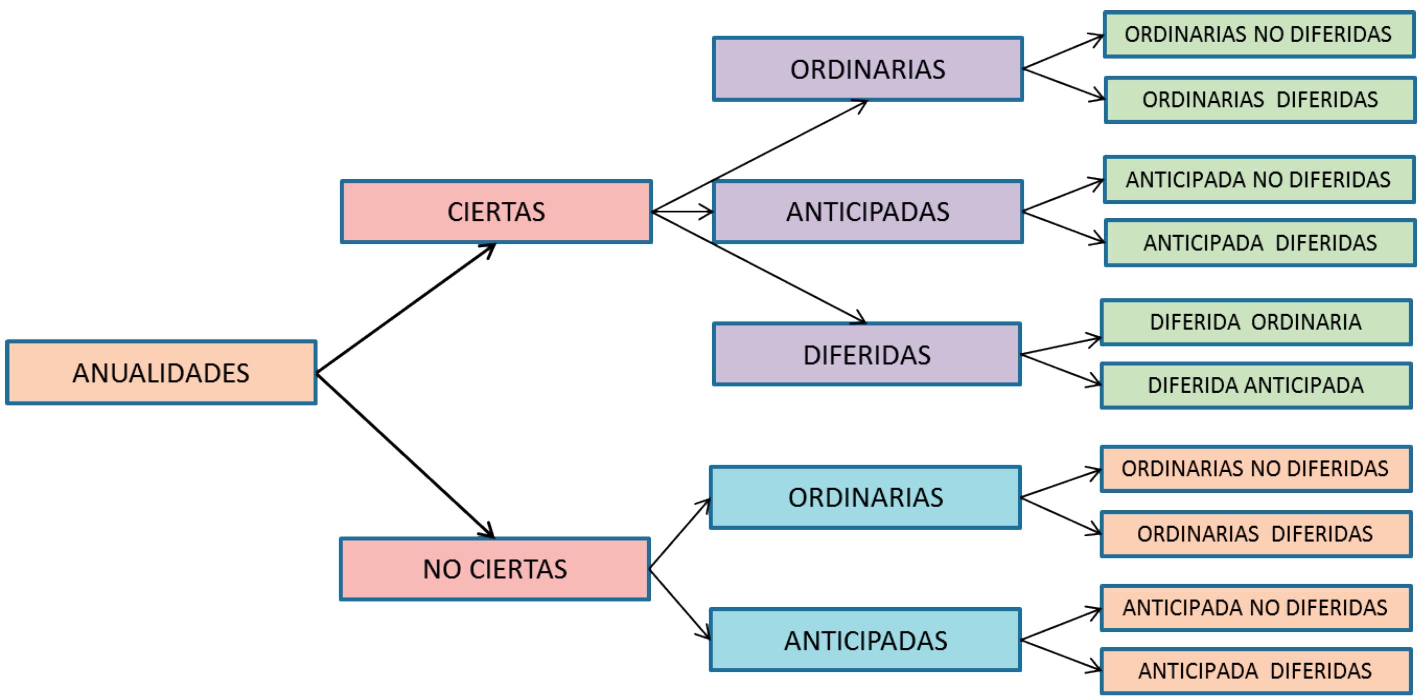
Una anualidad no implica siempre períodos de un año, se conserva este nombre, debido a su uso extensivo en el tiempo. Los períodos pueden ser: anuales, semestrales, cuatrimestrales, trimestrales, bimensuales, mensuales, entre otros.

Algunos ejemplos de anualidad son los siguientes: Alquileres o rentas, pagos o cuotas de préstamos, pagos de hipotecas, pagos por pensiones de jubilación, pagos por conceptos de pólizas de vehículos, pólizas de vivienda, pólizas personales y otros.

4.2 Tipos de Anualidades

Las anualidades pueden ser clasificadas en dos grandes grupos: anualidades ciertas y anualidades no ciertas. Dentro de las anualidades ciertas, se tiene las anualidades ordinarias, anticipadas y diferidas. En las anualidades no ciertas, están las perpetuas, las que pueden ser ordinarias, diferidas y anticipadas. Lo anterior se presenta en la figura 4.1.

Figura 4.1. Clasificación de las anualidades



Fuente: Elaboración de los autores, 2017.

Una anualidad ordinaria es aquella en la que se conoce su inicio y fin, y los pagos se efectúan al final del período. Una anualidad anticipada es cierta, y sus pagos se realizan al inicio del período.

Una anualidad diferida es cierta, y los pagos se pueden realizar al inicio o al final del período, sin embargo, en los primeros períodos de la anualidad, no se efectúan pagos.

Por último, una anualidad perpetua no es cierta, y los pagos pueden realizarse al inicio o al final del período, incluso, puede ser diferida.

Debe aclararse que existen otros tipos de anualidades, en particular, las generales, crecientes, variables o gradientes, cuyo desarrollo no es objetivo de este libro.

4.3 Anualidad Ordinaria

Una anualidad es cierta si se conoce con certeza el inicio y el fin de los pagos realizados. Además, su clasificación dependerá, si los pagos se efectúan al inicio o final del período.

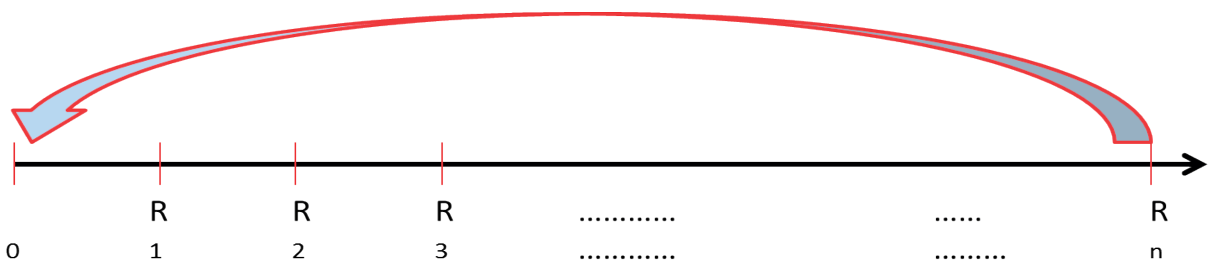
Una anualidad ordinaria se caracteriza por ser cierta, y porque los pagos se realizan al final del período. Por ejemplo, dividendos por acciones, pagos de seguros, alquileres, fondos de amortización, pagos a plazo y otros, todos estos pagados al final del período.

Si se utiliza una recta de tiempo y se denota con la letra ´R´ los pagos realizados, se puede observar cómo el pago coincide con el final de cada período. Además, nótese que, en el momento cero, no hay pago y, en el último momento, (denotado momento ´n´) sí hay.

4.3.1 Valor Presente

El valor presente de una anualidad, es el valor de todos los pagos calculados en el tiempo presente, llamado muchas veces, como la fecha de hoy. Se identifica con las letras ´A´ o ´VP´.

Al utilizar una recta de tiempo, es posible observar cómo se valora los pagos en el momento presente. Nótese que la flecha indica el momento en el cual los pagos son valorados (fecha de hoy).



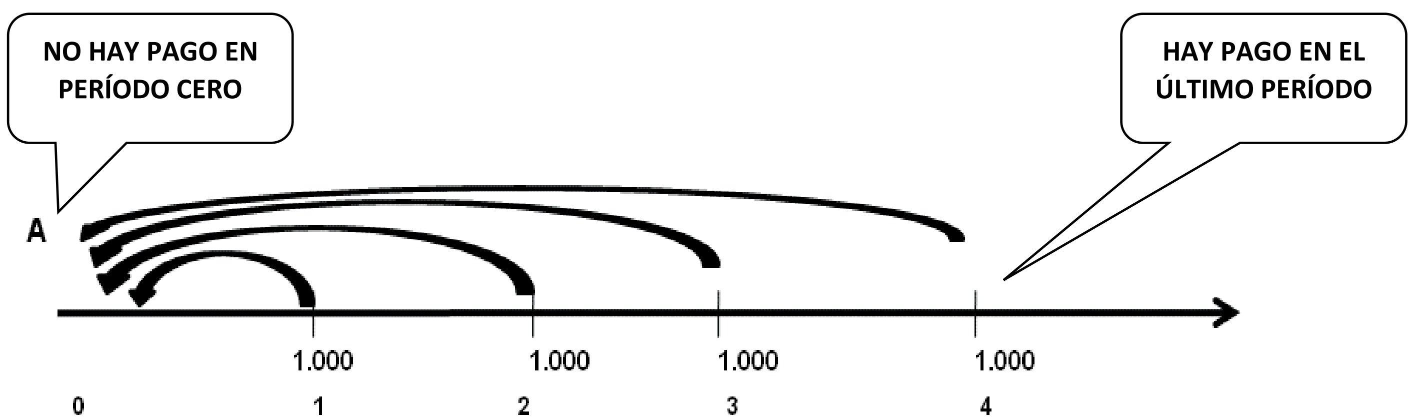
Para calcular el valor presente de una anualidad, es necesario conocer el pago o cuota (R), el interés nominal anual (j), el tiempo de la anualidad (t) y la frecuencia de la capitalización (m). Además, se debe obtener el número de períodos (n) y la tasa efectiva por período (j/m).

La fórmula del valor presente de una anualidad ordinaria es la siguiente:

$$A = VP = R\left[\frac{1-\left(1+\frac{J}{m}\right)^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] =$$

Ejemplo 4.1: Durante cuatro años se realiza pagos anuales de ₡1 000, al

30 % nominal anual. ¿Cuál es el valor presente de los pagos?



$$A = VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] = 1.000\left[\frac{1-(1+\frac{0,30}{1})^{-4}}{\left(\frac{0,30}{1}\right)}\right] = 2.166,24$$

Se observa que la anualidad calcula el valor presente, en el momento cero, lo cual se puede ver en la recta de tiempo, en donde las flechas apuntan en el momento o período cero. En este caso, el valor presente es ₡ 2 166,24.

Ejemplo 4.2: Situaciones en que se capitaliza varias veces al año. Si se realiza pagos de ₡2 000 cada mes, a un interés del 30 % durante tres años. ¿Cuál es el valor presente de los pagos?

$$A = VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] = 2000\left[\frac{1-(1+\frac{0,30}{12})^{-36}}{\left(\frac{0,30}{12}\right)}\right] = 47.112,5$$

Observe cómo la tasa de interés anual se divide entre la periodicidad (30 % / 12) y el tiempo se multiplica por la periodicidad (3*12). El valor presente de este ejemplo es ₡47 112,5.

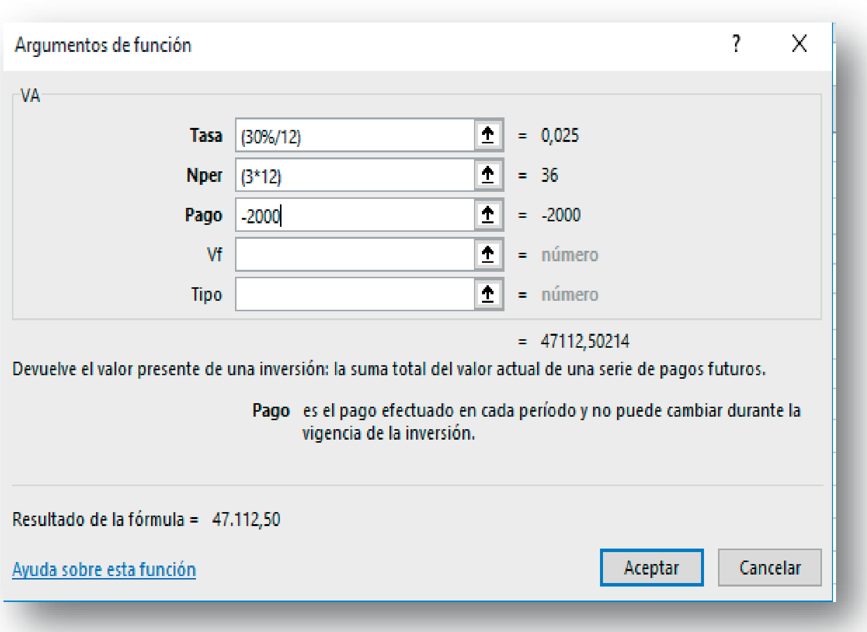
Es posible resolver este ejercicio, mediante calculadora financiera FC-200V:

CMPD: SET: end	FV=0
n= 36	P/Y=12
I%=30	C/Y=12
PMT=-2000	**PV=47 112,5**

En este caso, SET indica si la anualidad es ordinaria. Si es anticipada, se escoge BEGIN. El total de los períodos es ´n´; ´I %´ es el interés nominal anual; PMT es la cuota o pago; ´FV´ es el valor futuro; ´P/Y´ es la periodicidad de los pagos; ´C/Y´ es la periodicidad de las capitalizaciones, y VP es el valor presente.

La cuota o pago se escribe negativa para que el resultado PV sea positivo. Este procedimiento es propio del algoritmo que utiliza la calculadora.

Es posible resolver este ejercicio mediante Microsoft Excel



Función VA (Valor Actual)

Esta función calcula el valor actual de una inversión.
Sintaxis VA: (tasa;nper;pago;vf;tipo)
Tasa: es la tasa de interés por período.
Nper: es el número total de períodos en una anualidad.
Pago: es el pago que se efectúa en cada período.
VF: es el valor futuro.
Tipo: Se refiere al tipo de anualidad, si es ordinaria, habrá que poner el número cero.
Si es anticipada, se usa el número 1.

Ejemplo 4.3: Un tour operador requiere comprar un activo y le ofrecen las siguientes condiciones: $1 000 hoy, y pagos mensuales de $500, durante tres años al 24 % anual. ¿Cuál es el valor hoy o de contado del activo?

$$VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] = 1.000 + 500\left[\frac{1-(1+\frac{0,24}{12})^{-36}}{\left(\frac{0,24}{12}\right)}\right] = 1.000 + 12.744,42 = 13.477,42$$

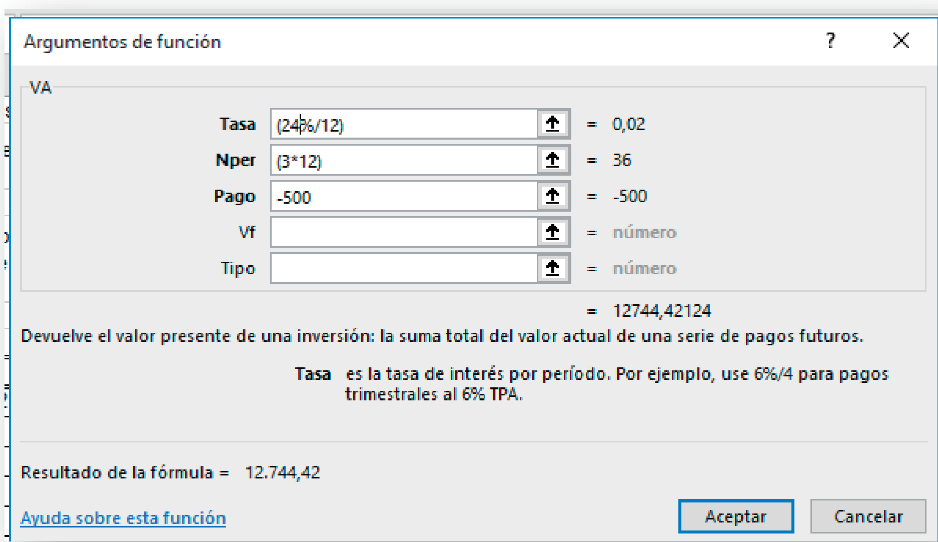
El valor hoy del activo es el valor de la prima más el valor de contado de los pagos mensuales que, en este caso, es $13 477,42

Usando calculadora financiera

CMPD: SET: end	FV=0
n= 36	P/Y=12
I%=24	C/Y=12
PMT=-500	**PV=12 744,42**
	1000+12 744,42=13 477,42

Como los $1 000 ya se encuentran en valor presente, se suman al resultado de la anualidad.

Es posible resolver este ejercicio, mediante Microsoft Excel:



Función VA (Valor Actual)

Esta función calcula el valor actual de una inversión.

El valor actual es el valor que tiene actualmente la suma de una serie de pagos que se efectúa en el futuro.

Sintaxis VA (tasa;nper;pago;vf;tipo)
Tasa: es la tasa de interés por período.
Nper: Es el número total de períodos en una anualidad.
Pago: Es el pago que se efectúa en cada período y que no cambia durante la vida de la anualidad.
Vf: es el valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr después de efectuar el último pago.
Si el argumento vf se omite, se considera que el valor es cero (un préstamo, por ejemplo).
Tipo: Es él numero 0 (vencimiento de los pagos al final del período), o 1 (vencimiento al inicio del período).

Ejemplo 4.4: ¿Es posible calcular la cuota de un préstamo, utilizando la fórmula de anualidades? Se desea adquirir un activo con valor de $1 500 000, para ello, se pedirá un préstamo al 20 % nominal anual, con pagos mensuales a un plazo de cinco años. ¿Cuál es la cuota (R) del préstamo?

Por despeje:

$$VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] \qquad R = \frac{A}{\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right]}$$

$$R = \frac{1.500.000}{\left[\frac{1-(1+\frac{0,2}{12})^{-60}}{\left(\frac{0,2}{12}\right)}\right]} = \frac{1.500.000}{30,90865648} = 48.530,09$$

La anualidad (cuota) del préstamo es de $48 530,09

Ejemplo 4.5: Un hotel requiere adquirir un vehículo para sus operaciones normales, su costo es de ₡17 000 000. Un banco lo puede financiar al 12 % anual, capitalizable, de forma mensual, a un plazo de 20 años. ¿Cuál es la cuota (R) del préstamo?

$$R = \frac{17.000.000}{\left[\frac{1-(1+\frac{0,12}{12})^{-240}}{\left(\frac{0,12}{12}\right)}\right]} = 187.184,64$$

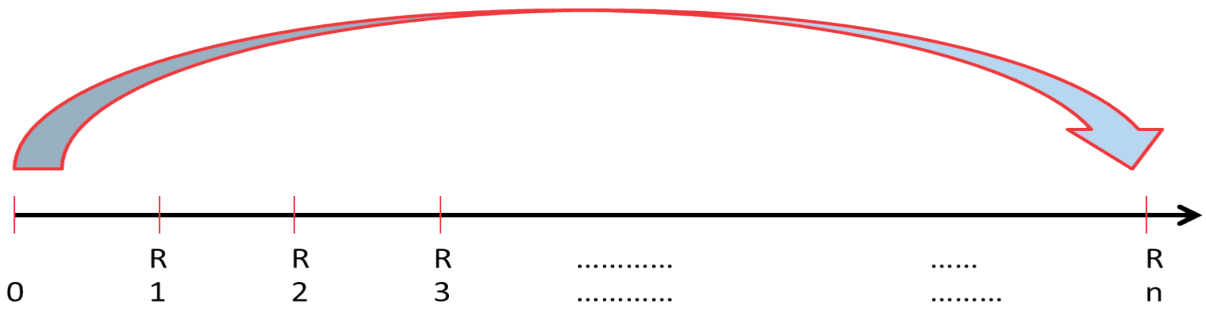
La cuota del préstamo es de ₡ 187 184,64

Usando calculadora financiera

CMPD: SET: end	FV=0
n= 240	P/Y=12
I%=12	C/Y=12
PV=17 000 000	**PMT=187 184,64**

4.3.2 Valor Futuro

El valor futuro de una anualidad, es el valor de todos los pagos calculados, en algún momento, en el futuro. Se denota con las letras ´S´ o ´VF´. Al utilizar una línea de tiempo, es posible observar cómo se valora los pagos en el momento futuro.



El cálculo del valor futuro de una anualidad, requiere conocer el pago o cuota (R), el interés nominal anual (j), el tiempo de la anualidad (t) y la capitalización (m). Además, se debe obtener el número de períodos (n) y la tasa efectiva por período (J/m).

La fórmula del valor futuro de una anualidad ordinaria es la siguiente

$$\mathrm{VF} = \mathrm{S} = R\left[\frac{\left(1+\frac{J}{m}\right)^{n} - 1}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] =$$

Ejemplo 4.6: El hotel La Guaria, deposita al final de cada mes, la suma de ₡300 000 en un Banco, que paga un 20 % nominal anual. ¿Cuánto se tendrá al cabo de 10 años?

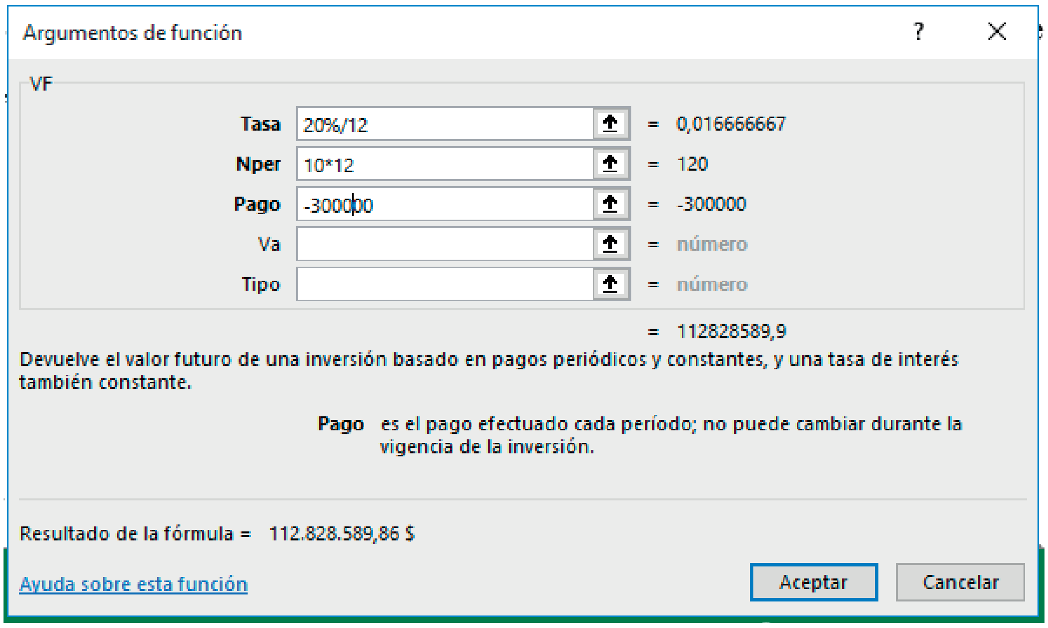
$$VF = S = R\left[\frac{\left(1+\frac{J}{m}\right)^{n} - 1}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] = 300.000\left[\frac{\left(1+\frac{0,2}{12}\right)^{120} - 1}{\left(\frac{0,2}{12}\right)}\right] = 112.828.589,86$$

El valor futuro de esta anualidad es de ₡ 112 828 589,86

Usando calculadora financiera

CMPD: SET: end	**FV=? 112 828 589,86**
n= 120	P/Y=12
I%=20	C/Y=12
PV=0	PMT=300 000

Es posible resolver este ejercicio mediante Microsoft Excel



Función VF (Valor Futuro)
Calcula el valor futuro de una inversión, conformada por pagos periódicos constantes y con una tasa de interés constante.
VF (tasa;nper;pago;va;tipo)
Tasa: es la tasa de interés por período.
Nper: es el número total de pagos de una anualidad.
Pago: es el pago que se efectúa cada periodo y que no puede cambiar durante la vigencia de la anualidad.
Va: es el valor actual de la cantidad total de una serie de pagos futuros. Si el argumento se omite; se considera 0 (cero)
Tipo: es el número 0 o 1 por el cual se indica cuándo vencen los pagos.
Si el argumento tipo se omite; se considera cero.

Ejemplo 4.7. El gerente de operaciones del hotel La Guaria, desea prepararse para poder hacerle frente a los gastos universitarios de su hijo recién nacido. Para este efecto, adquiere el mismo día del nacimiento, un programa de pensión complementaria que le ofrece el 18 % nominal anual, cuya cuota mensual sería de ₡60 000. ¿Cuánto tendrá al cabo de 18 años?

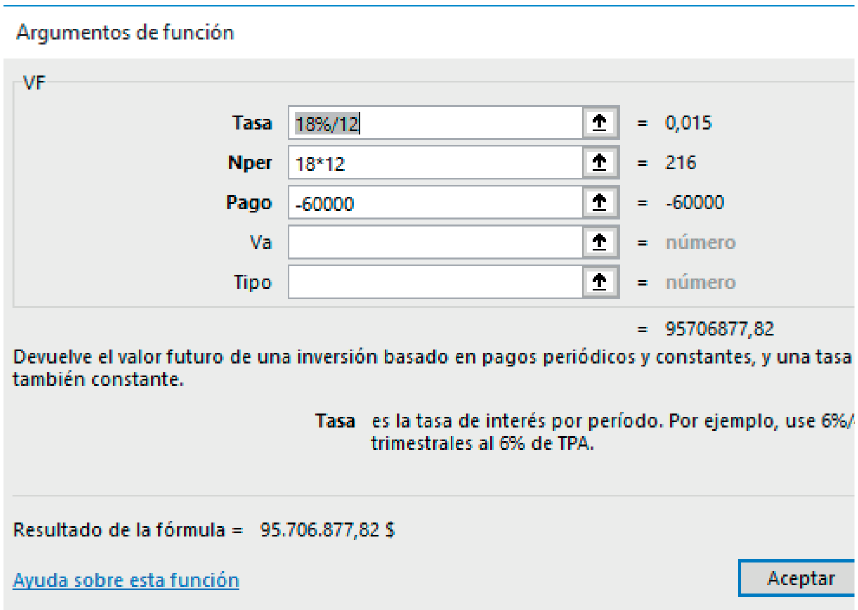
$$VF = S = R\left[\frac{(1+\frac{J}{m})^{n}-1}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] = 60.000\left[\frac{(1+\frac{0,18}{12})^{216}-1}{\left(\frac{0,18}{12}\right)}\right] = 95.706.877,82$$

El gerente dispondrá de ₡95 706 877,82 para hacer frente a los gastos universitarios de su hijo.

Usando calculadora financiera

CMPD: SET: end	**FV=? 95 706 877,82**
n= 216	P/Y=12
I%=18	C/Y=12
PV=0	PMT=-60 000

Es posible resolver este ejercicio mediante Microsoft Excel



VF (tasa;nper;pago;va;tipo)

Tasa: es la tasa de interés por período.

Nper: es el número total de pagos de una anualidad.

Pago: es el pago que se efectúa cada periodo, y que no puede cambiar durante la vigencia de la anualidad.

Va: es el valor actual de la cantidad total de una serie de pagos futuros. Si el argumento se omite; se considera 0 (cero).

Tipo: es el número 0 o 1 por el cual se indica cuándo vencen los pagos.

Si el argumento tipo se omite; se considera cero.

Ejemplo 4.8. Suponga que un comerciante puede disponer de ₡500 000 cada trimestre y desea realizar una inversión que le paga el 12 % anual. Si durante 10 años, la empresa realiza estos depósitos, cuánto tendría al final de este período.

$$VF = S = R\left[\frac{\left(1+\frac{J}{m}\right)^{n}-1}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] = 500.000\left[\frac{\left(1+\frac{0{,}12}{4}\right)^{40}-1}{\left(\frac{0{,}12}{4}\right)}\right] = 37.700.629{,}87$$

Al final del período, el comerciante tendría ₡ 37 700 629,87

Usando calculadora financiera

CMPD: SET: end	**FV=? 37 700 629,87**
n= 40	P/Y=4
I %=12	C/Y=4
PV=0	PMT=-500 000

4.3.3 Ejercicios de Práctica

1. Una máquina que vale ₡180 000 de contado, se vende a plazo, con una cuota inicial de ₡30 000 y el saldo en 18 cuotas mensuales, al 27 % de interés convertible mensualmente. ¿Calcule el valor de la cuota?
   R/ ₡10 226,58

2. Una pareja de recién casados, desea tener un hijo lo más pronto posible. Para costear la educación universitaria de su hijo, han decidido abrir una cuenta de ahorro en un Banco, en la cual depositarán la suma de $1 580 mensuales durante 20 años, al 10 % nominal anual. Determine el monto futuro y el valor presente de la anualidad.
   R/ S = $1 199 802,76; A = VP= $163 726,90

3. Un matrimonio, conoce que la educación universitaria de una persona costará dentro de 18 años la suma de ₡ 25 millones, por lo que desean abrir una cuenta de ahorros especial, para poder educar a su hijo recién nacido. Un Banco les ofrece un interés del 9 % convertible mensualmente. ¿Determine el monto del depósito que debe realizarse cada mes?
   R/ ₡46 611,21

4. Se estima que una mina de carbón producirá $400 000 de utilidades anuales durante los próximos 10 años, después de los cuales quedaría agotada. ¿Cuál es el monto máximo que se puede pagar por esa mina si se desea obtener una rentabilidad del 30 %?
   R/ $1 236 615,80

5. Una empresa genera $50 000 de beneficios cada mes. Se espera que la empresa tenga una vida útil de 10 años. Si el interés del mercado es del 10 % anual, cuánto vale hoy la empresa. ¿Cuánto valdría la empresa dentro de 10 años?
   R/ A= $3 783 558,17
   S= $10 242 248,94

6. El beneficiario de una póliza de seguros recibirá $200 000 de inmediato y, posteriormente, $100 000 cada tres meses, durante 10 años. Si la compañía de seguros paga el 18 % anual convertible trimestralmente, calcule el valor actual del seguro.
   R/ A= $2 040 158,44

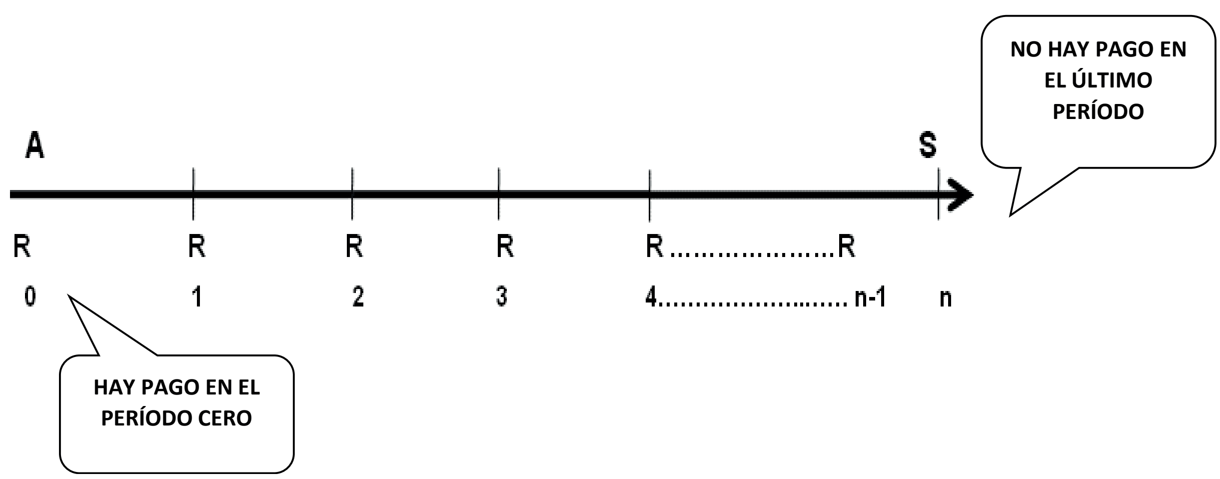
7. ¿Cuánto recibiría al final de los 10 años, el beneficiario del seguro de la pregunta 6?
   R/ S= $11 866 305,21

4.4 Anualidad Anticipada

Una anualidad es anticipada, dependiendo del momento en que se realiza el pago. Merino Serna (1998), la define como “es una anualidad, cuyo pago se hace al inicio de cada período correspondiente” (p.147).

Cuando se conoce el inicio y el fin de una anualidad anticipada, se denomina anualidad cierta. En el caso que el pago se hace al inicio del período, se le llama anualidad anticipada o pre-pagada.

Si se utiliza una recta de tiempo y se denota con la letra ´R´ a los pagos realizados, se puede observar cómo el pago coincide con el inicio de cada período. Además, es claro que en el momento cero, sí hay pago y, en el último momento, (denotado momento ´n´) no hay.



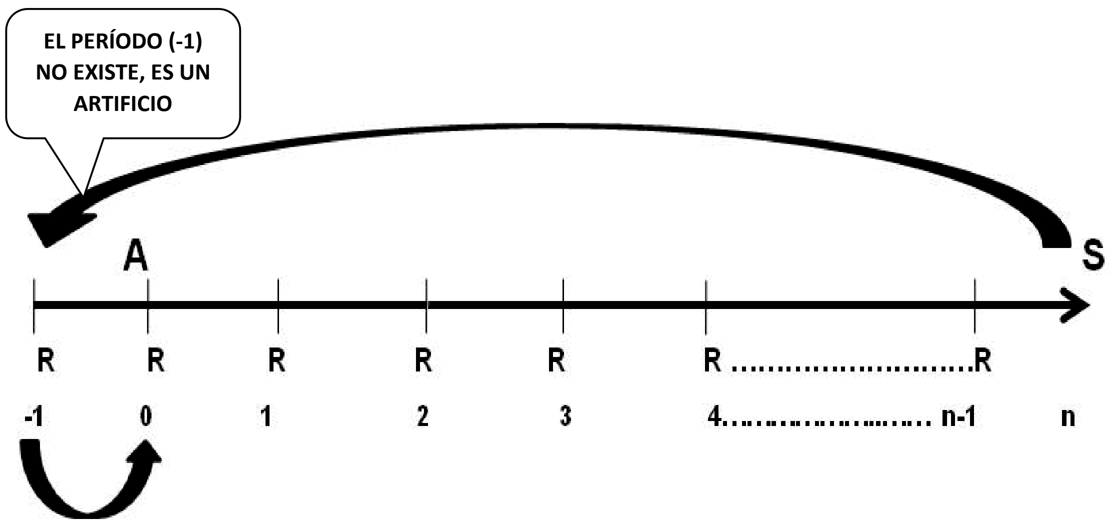
4.4.1 Valor Presente

De la misma forma que una anualidad ordinaria, el valor presente de una anualidad anticipada, es el valor de todos los pagos calculados en el tiempo presente.

Existen dos formas de calcular:

1. Se calcula el valor presente hasta el período (-1) y luego se lleva un período hasta el momento cero.
2. Se calcula el valor presente sin incluir el primer pago o sea hasta el período (1), luego se suma el primer pago.

Primera forma



Fórmula

$$A = VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right](1+\frac{J}{m})^{1}$$

Ejemplo 4.9: Un hotel alquila un edificio por $50 000 mensuales pagaderos al inicio de cada mes. Si el tiempo es de tres **año**s y el interés es del 24 % anual, calcule el valor presente de los pagos.

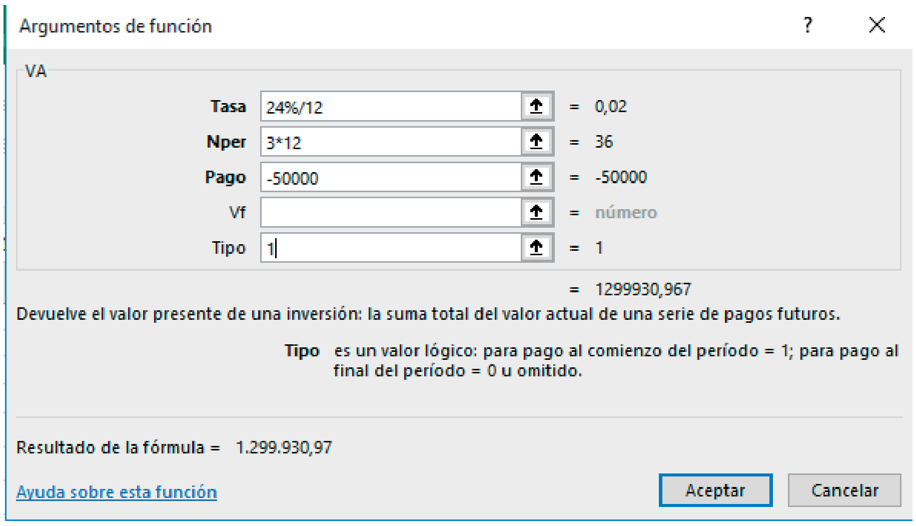
$$A = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right](1+\frac{J}{m})^{1} = 50.000\left[\frac{1-(1+\frac{0,24}{12})^{-36}}{\left(\frac{0,24}{12}\right)}\right](1+\frac{0,24}{12})^{1} = 1.299.930,97$$

El valor presente es de $1 299 930,97

Usando calculadora financiera

CMPD: SET: **begin**	FV=0
n= 36	P/Y=12
I%=24	C/Y=12
PV=? 1.299.930,97	PMT=-50.000

Es posible resolver este ejercicio mediante Microsoft Excel

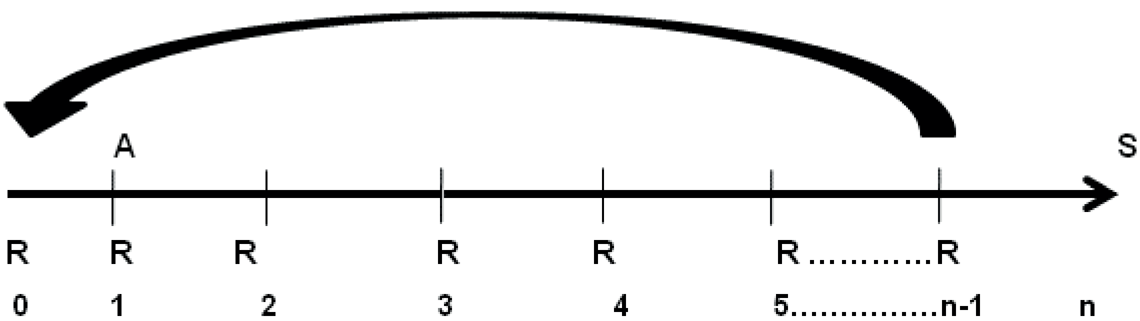


Función VA (Valor Actual)

Esta función calcula el valor actual de una inversión.

El valor actual es el valor que tiene actualmente la suma de una serie de pagos que se efectúa en el futuro.
Sintaxis: VA(tasa;nper;pago;vf;tipo)
Tasa: es la tasa de interés por período.
Nper: Es el número total de períodos en una anualidad.
Pago: Es el pago que se efectúa en cada período, y que no cambia durante la vida de la anualidad.
Vf: es el valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr, después de efectuar el último pago.
Si el argumento vf se omite; se considera que el valor es cero (un préstamo, por ejemplo).
Tipo: Es el numero 0 (vencimiento de los pagos al final del período), o 1 (vencimiento al inicio del período).

Segunda forma



Fórmula

$$A = VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-(n-1)}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] + \text{R}$$

Ejemplo 4.10: Retomando el ejemplo anterior, en donde se alquila un edificio por $50 000 mensuales pagaderos al inicio de cada mes. Si el tiempo es de tres **años** y el interés es del 24 % nominal anual, calcule el valor presente.

El valor presente es de $1 299 930,97

$$A = VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-(n-1)}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] + \text{R} = 50.000\left[\frac{1-(1+\frac{0,24}{12})^{-35}}{\left(\frac{0,24}{12}\right)}\right] + 50.000 = 1.299.930,97$$

Ejemplo 4.11. Un terreno se compra con las siguientes condiciones: se paga ₡2 000 000 hoy, y ₡70 000 al inicio de cada mes durante 10 años, a un interés del 20 % nominal anual. Calcule el valor presente, mediante las dos formas.

PRIMERA FORMA

$$\text{A} = \text{R}\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right](1+\frac{J}{m})^{1} =$$

$$A = 2.000.000 + 70.000\left[\frac{1-(1+\frac{0,20}{12})^{-120}}{\left(\frac{0,20}{12}\right)}\right](1+\frac{0,20}{12})^{1} =$$

$$A = 2.000.000 + 3.682.513,73 = 5.682.513,73$$

SEGUNDA FORMA

$$\text{A} = \text{R}\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-(n-1)}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] + \text{R} =$$

$$A = 2.000.000 + 70.000\left[\frac{1-(1+\frac{0,20}{12})^{-119}}{\left(\frac{0,20}{12}\right)}\right] + 70.000 =$$

$$A = A = 2.000.000 + 3.682.513,73 = 5.682.513,73$$

4.4.2 Valor Futuro

Al igual que en el cálculo del valor presente, el cálculo del valor futuro tiene dos formas

- Se calcula el valor futuro al período (n-1), dado que el primer pago es al inicio del año 0 y, luego, se acumula al interés, un período adicional.
- Se calcula el valor futuro al período (n), lo que suma un pago adicional que no existe, por tanto, debe restarse un pago.

Primera forma - fórmula

VALOR FUTURO

$$S = VF = R\left[\frac{(1+\frac{J}{m})^{n}-1}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right](1+\frac{J}{m})^{1}$$

Ejemplo 4.12. Una empresa desea alquilar un vehículo, cuya cuota es de ₡5 000 y se paga al inicio de cada mes. La duración del contrato de alquiler es de cinco años y el interés de mercado es del 24 % nominal anual. ¿Cuánto se pagaría dentro de cinco años?

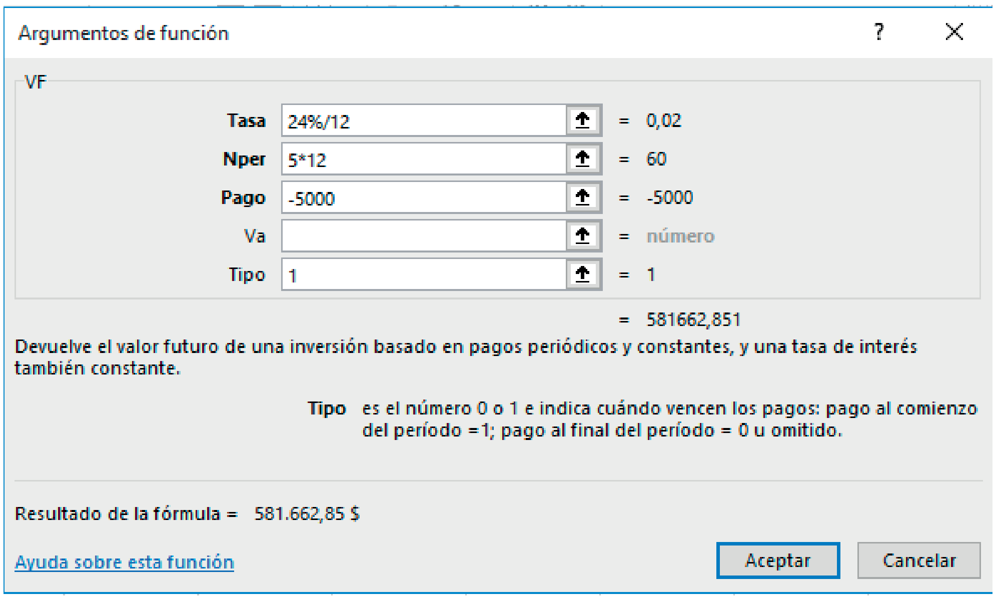
$$VF = S = R\left[\frac{(1+\frac{J}{m})^{n}-1}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right](1+\frac{J}{m})^{1} = 5.000\left[\frac{(1+\frac{0,24}{12})^{60}-1}{\left(\frac{0,24}{12}\right)}\right](1+\frac{0,24}{12})^{1} = 581.662,85$$

Usando calculadora financiera

CMPD: SET: **begin**	**FV=? 581.662,85**
n= 60	P/Y=12
I%=24	C/Y=12
PV=0	PMT=-5 000

Dentro de cinco años se pagaría ₡ 581 662,85

Es posible resolver este ejercicio mediante Microsoft Excel



VF (tasa;nper;pago;va;tipo)

Tasa: es la tasa de interés por período.

Nper: es el número total de pagos de una anualidad.

Pago: es el pago que se efectúa cada periodo, y que no puede cambiar durante la vigencia de la anualidad.

Va: es el valor actual de la cantidad total de una serie de pagos futuros. Si el argumento se omite; se considera 0 (cero).

Tipo: es el número 0 o 1 por el cual se indica cuándo vencen los pagos.

Si el argumento tipo se omite; se considera cero.

Segunda - forma fórmula

$$VF = S = R\left[\frac{\left(1+\frac{J}{m}\right)^{n+1}-1}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] - \mathbf{R} =$$

Ejemplo 4.13. Utilizando el ejemplo anterior: Una empresa desea alquilar un vehículo, cuya cuota es de ₡5 000 y se paga al inicio de cada mes. La duración del contrato de alquiler es de cinco años y tiene una tasa de interés del 24 % nominal anual. ¿Cuánto se pagaría dentro de cinco años?

$$VF = S = R\left[\frac{\left(1+\frac{J}{m}\right)^{n+1}-1}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] - \mathrm{R} = 5.000\left[\frac{\left(1+\frac{0,24}{12}\right)^{61}-1}{\left(\frac{0,24}{12}\right)}\right] - 5.000 = 581\ .662\ ,85$$

Dentro de cinco años se pagaría ₡ 585.662,85.
Dentro de cinco años, se pagaría ₡581 662,85

Ejemplo 4.14. Un terreno se compra con las siguientes condiciones: se paga ₡70 000 al inicio de cada mes durante 10 años, a un interés del 20 % nominal anual. Calcule el valor futuro mediante las dos formas.

PRIMERA FORMA

$$VF = S = R\left[\frac{\left(1+\frac{J}{m}\right)^{n} - 1}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right]\left(1+\frac{J}{m}\right)^{1} =$$

$$VF = 70.000\left[\frac{\left(1+\frac{0,20}{12}\right)^{120} - 1}{\left(\frac{0,20}{12}\right)}\right]\left(1+\frac{0,20}{12}\right)^{1} =$$

$$VF = 26.765.448,82$$

SEGUNDA FORMA

$$VF = S = R\left[\frac{\left(1+\frac{J}{m}\right)^{(n+1)} - 1}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] - R =$$

$$VF = 70.000\left[\frac{\left(1+\frac{0,20}{12}\right)^{121} - 1}{\left(\frac{0,20}{12}\right)}\right] - 70.000 =$$

$$VF = 26.765.448,82$$

El valor futuro es ₡ 26.765.448,82

4.4.3 Ejercicio de Práctica

1. Suponga que usted alquila un local comercial por un monto al inicio del mes de ₡5 000. El contrato establece un interés del 24 % anual para un tiempo de cinco años.
   a- ¿Si usted desea pagar de contado el alquiler de los cinco años, cuánto deberá cancelar?
   R/ ₡177 280,50
   b- ¿Cuánto pagaría al final de los cinco años al mismo interés?
   R/ ₡581 662,85

2. Una persona deposita cada principio de mes la suma de ₡10 500. Al final de 15 años, cuánto tendrá, suponiendo una tasa del 24 %.
   R/ ₡185 212,50

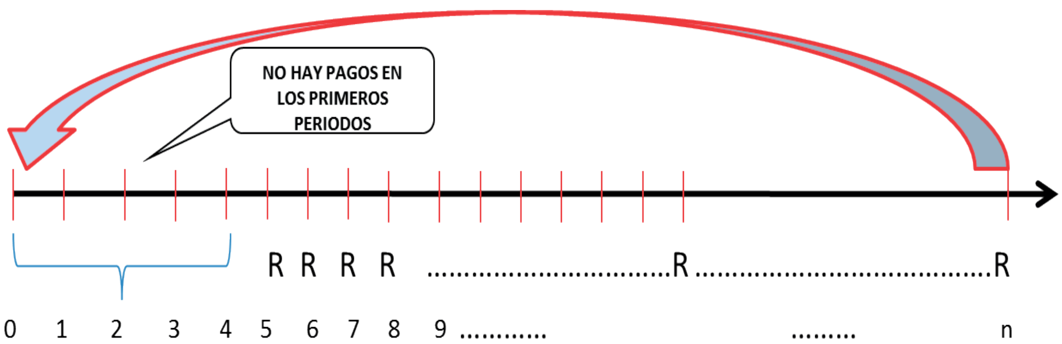
3. El señor Pérez desea comprar una finca, el dueño actual le pide $20 000 y pagos de $700 al inicio de cada mes, durante 10 años. Si el costo del dinero es del 48 % anual, calcule el valor actual del terreno y lo que pagaría en total el señor Pérez, si adquiere la finca.
   R/ A= $38 035,54 S=$4 209 109,82

4. En la pregunta anterior, ¿qué pasaría, si el interés es del 49,95 % convertible trimestralmente?
   R/ A= $6 248,65 S= $691 761,86

5. En la pregunta 3, ¿qué sucede, si la tasa de interés es del 53,06 % convertible semestralmente?
   R/$3 308,35 S= $365 999,87

4.5 Anualidad Diferida

En la anualidad diferida, se conoce inicio y fin, por lo que es cierta. Además, se diferencia de las otras anualidades, en el hecho que los primeros pagos se realizan después del primer período de capitalización. En la recta de tiempo, se aprecia cómo, en los primeros períodos, no hay pagos.



4.5.1 Valor presente

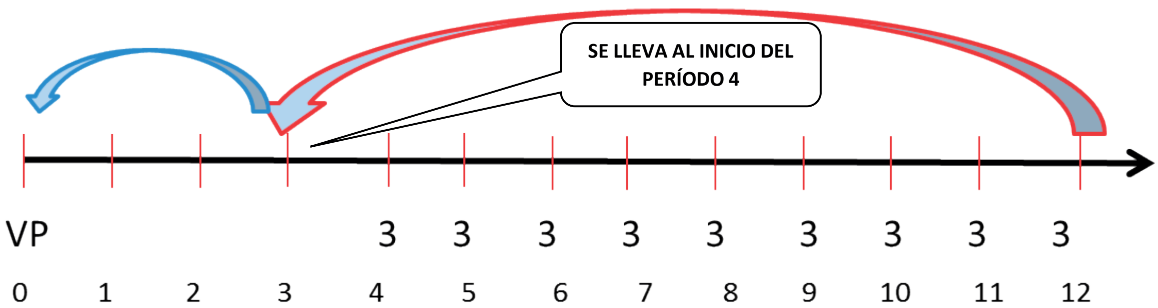
En la fórmula de una anualidad diferida, para calcular el valor presente se requieren dos pasos: primero, calcular un primer valor presente hasta un período antes del primer pago y, segundo, llevar este valor hacia atrás, vía interés compuesto, hasta el período deseado. Su fórmula es:

$$VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right](1+\frac{J}{m})^{-k}$$

En donde ´k´ representa el número de períodos diferidos.

4.5.1.1 Resolución de ejercicios.

Ejemplo 4.15: Un edificio recién construido, requiere mantenimiento, a partir del cuarto año de su construcción. Para ello, debe dedicar ₡3 000 000 cada año, durante los próximos ocho años. Calcule el valor presente si el interés nominal anual es del 12 %.



$$VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right](1+\frac{J}{m})^{-k} = 3.000.000\left[\frac{1-(1+\frac{0{,}12}{1})^{-8}}{\left(\frac{0{,}12}{1}\right)}\right](1+\frac{0{,}12}{1})^{-3}$$

$$\mathrm{VP} = 10.607.603{,}59$$

El valor presente es de ₡ 10 607 603,59

Ejemplo 4.16: Un activo requiere mantenimiento por ₡ 100 000 cada mes, a partir del año seis, durante los próximos 20 años. Si el interés es del 24 % nominal anual, cuál es el valor presente del mantenimiento.

$$VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right](1+\frac{J}{m})^{-k} = 1.00\,.000\left[\frac{1-(1+\frac{0{,}24}{12})^{-240}}{\left(\frac{0{,}24}{12}\right)}\right](1+\frac{0{,}24}{12})^{-71}$$

$$\mathrm{VP} = 1.215.049.\ 68$$

El valor presente del mantenimiento es de ₡ 1 215 049,68

4.5.2 Valor futuro

Para calcular el valor futuro de una anualidad diferida, se utiliza la fórmula de la anualidad ordinaria, desde el primer pago hasta el último.

Ejemplo 4.17. Un edificio recién construido, requiere mantenimiento, a partir del cuarto año de su construcción. Para ello, debe dedicar ₡3 000 000 cada año, durante los próximos ocho años. Calcule el valor futuro, si el interés nominal anual es del 12 %.

$$S = R\left[\frac{(1+\frac{J}{m})^{n}-1}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] = 3.000.000\left[\frac{(1+\frac{0,12}{1})^{8}-1}{\left(\frac{0,12}{1}\right)}\right] = 36.899.079,41$$

El valor futuro es de ₡ 36 899 079,41

Una anualidad diferida puede ser ordinaria o anticipada. Se ha analizado, hasta ahora, de forma ordinaria; queda por analizar la anticipada.

4.5.3 Anualidad diferida anticipada

La anualidad diferida anticipada, es aquella anualidad que no presenta pagos en los primeros períodos, y, además, los pagos se realizan al inicio de cada período.

Para el cálculo del valor presente, debe realizarse un ajuste en la fórmula para calcular la anualidad.

$$VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-n}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right](1+\frac{J}{m})^{-k}(1+\frac{J}{m})^{-1}$$

Ejemplo 4.18. Un edificio recién construido, requiere mantenimiento, a partir del cuarto año de su construcción. Para ello, debe dedicar ₡3 000 000 al inicio de cada año, durante los próximos ocho años. Calcule el valor presente, si el interés nominal anual es del 12 %.

$$VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{12\%}{m})^{-12}}{\left(\frac{12\%}{1}\right)}\right](1+\frac{12\%}{1})^{-2}(1+\frac{12\%}{1})^{-1}$$

$$\text{VP} = 11.880.515,70$$

El valor presente es de ₡ 11 880 515,70

4.5.4 Ejercicio de Práctica

1. Un puente requiere mantenimiento después de dos años de construido, por lo que el Estado dedica \$300 cada año durante ocho años. Calcule el valor presente y futuro, si el interés nominal anual es del 12 % semestral.
   R/ VP=1 330,62 VF=3 689,91

2. Calcule el ejercicio anterior, según las siguientes variaciones.

Mantenimiento en dólares	Tiempo diferido	Interés	Capitalización	Duración del mantenimiento	Respuesta
500	2 años	24 %	Mes	20 años	VP=5 184,68 VF=12 148,68
1000	3 años	32 %	Trimestre	25 años	VP=4 578,23 VF=73 105,23
2000	4 años	48 %	Semestre	15 años	VP=1 775,33 VF=201 630,28
250	3 años	16 %	Cuatrimestre	10 años	VP=1 253,51 VF=3 193,83

3. Un Centro comercial ha de requerir mantenimiento de $50 000 cada mes, a partir del año dos de su construcción, durante 15 años. Si el interés es del 26 % pagadero mensualmente, calcule el valor presente y futuro del mantenimiento.
   R/ VP= $ 2 306 889,54 VF=$107 047 207,3

4.6 Anualidad Perpetua

Una anualidad perpetua es no cierta, es decir, se conoce su inicio, pero no su fin. El pago puede realizarse al final del período, y se denomina anualidad perpetua ordinaria. Si el pago se realiza al inicio del período, se denomina anualidad perpetua anticipada.

Además de lo anterior, la anualidad perpetua, puede ser también diferida y las combinaciones serían las siguientes:

- Anualidad perpetua ordinaria
- Anualidad perpetua anticipada
- Anualidad perpetua ordinaria diferida
- Anualidad perpetua anticipada diferida

4.6.1 Valor Presente

De la misma forma que se ha determinado el valor presente en los tipos de anualidades anteriores, es el valor hoy de los pagos realizados, con la diferencia que no se conoce el número de períodos. Debido a que la anualidad perpetua no tiene fin o no se conoce, el factor ´n´ que denota la vida de la anualidad, es igual a infinito (∞). De ahí se desprende que, la fórmula de la anualidad perpetua, es el pago o cuota, dividido entre el interés correspondiente.

Desarrollo de la fórmula

VALOR PRESENTE

$$VP = R\left[\frac{1-(1+\frac{J}{m})^{-\infty}}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] = R\left[\frac{1-\left[\frac{1}{(1+\frac{J}{m})^{\infty}}\right]}{\left(\frac{J}{m}\right)}\right] =$$

$$VP = R\frac{1}{J/m} = \frac{R}{J/m}$$

Ejemplos de anualidades perpetuas son: seguros de vida, seguros de propiedades contra incendios, entre otros.

Ejemplo 4.19. Suponga que un puente requiere mantenimiento por un monto de ₡1 000 000 cada año de forma indefinida. Si el interés de mercado por considerar es del 12 % nominal anual, cuál es el valor presente del mantenimiento.

$$VP = \frac{R}{J/m} = \frac{1.000.000}{12\%/1} = 8.333.333,33$$

El valor presente del mantenimiento es de ₡ 8 333 333,33

Ejemplo 4.20. Una pareja acaba de tener a su primer hijo y desea adquirir una póliza de vida. La empresa de seguros, les ofrece un plan que requiere un pago mensual de ₡40 000. Si el interés del mercado es del 11 % nominal anual, cuál es el valor presente del seguro de vida.

$$VP = \frac{R}{J/m} = \frac{40.000}{11\%/12} = 4.363.636,36$$

El valor presente del seguro de vida es de ₡ 4 363 636,36

Ejemplo 4.21. El gobierno de un país desea dejar establecido el mantenimiento de una serie de lugares para entretenimiento de los escolares de cierta zona. Se cree que con ₡50 millones, cada mes se cubriría las mejoras necesarias. El banco ABC ofrece el 15 % de interés nominal anual, convertible mensualmente. ¿De cuánto debe ser el fideicomiso para asegurar el mantenimiento?

$$VP = \frac{R}{J/m} = \frac{50.000.000}{15\%/12} = 4.000.000.000$$

El fideicomiso para asegurar el mantenimiento es de ₡ 4 000 000 000

4.6.2 Valor futuro

En el caso de una anualidad perpetua, no se conoce su fin y es imposible determinar la cantidad de períodos. Por lo tanto, (si no se indican supuestos adicionales), es imposible calcular el valor futuro.

Se ha analizado hasta el momento, la anualidad perpetua ordinaria. Queda por analizar, la anualidad perpetua anticipada, y la diferida.

4.6.3 Valor presente de anualidades perpetuas anticipadas

Una anualidad perpetua anticipada, es aquella que tiene inicio, pero no se conoce su fin. Además, los pagos se realizan al inicio del período. Su fórmula es la siguiente:

$$VP = \frac{R}{J/m}(1+\frac{J}{m})^{1} =$$

Ejemplo 4.22. Si retomamos el ejemplo 4.20. Una pareja acaba de tener a su primer hijo, y desea adquirir una póliza de vida. La empresa de seguros, le ofrece un plan que requiere un pago mensual de ₡40 000. Si el interés del mercado es del 11 % nominal anual, y los pagos se hacen al inicio del período, cuál es el valor presente del seguro de vida.

$$VP = \frac{R}{J/m} = \frac{40.000}{11\%/12}(1+\frac{11\%}{12})^{1} = 4.403.636,36$$

El valore presente del seguro de vida es ₡ 4.403.636,36.

El valor presente del seguro de vida es de ₡4 403 636,36

4.6.4 Valor presente de anualidades perpetuas diferidas

Las anualidades perpetuas diferidas, pueden ser ordinarias o anticipadas. Las fórmulas son las siguientes:

Anualidad perpetua ordinaria diferida	Anualidad perpetua anticipada diferida
$VP = \frac{R}{J/m}(1+\frac{J}{m})^{-k} =$	$VP = \frac{R}{J/m}(1+\frac{J}{m})^{1}(1+\frac{J}{m})^{-k} =$

Ejemplo 4.23. Un edificio recién construido, requiere mantenimiento a partir del cuarto año de su construcción. Para ello debe dedicar ₡3 000 000 al final de cada año, de forma indefinida:

a- Calcule el valor presente si el interés nominal anual es del 12% y los pagos se realizan al final del año.

b- Calcule el valor presente, si el interés nominal anual es del 12 %. Los pagos se efectúan al inicio del año.

$$a.$$

$$VP = \frac{R}{J/m}\left(1+\frac{J}{m}\right)^{-k} = \frac{3.000.000}{12\%/1}\left(1+\frac{12\%}{1}\right)^{-3} = 17.794.506,20$$

El valor presente es de ₡17 794 506,20

$$b.$$

$$VP = \frac{R}{J/m}\left(1+\frac{J}{m}\right)^{-k}\left(1+\frac{J}{m}\right)^{1} = \frac{3.000.000}{12\%/1}\left(1+\frac{12\%}{1}\right)^{-3}\left(1+\frac{12\%}{1}\right)^{1} = 19.929.846,94$$

El valor presente es de ₡19 929 846,94

4.6.5 Ejercicio de Práctica

1. El señor Arrieta desea adquirir un seguro de vida. La aseguradora La Perpetua, le ofrece un plan, en donde pagaría cada mes la suma de ₡5 000. Si el interés del mercado es del 36 % nominal anual, cuál es el valor presente del seguro de vida.
   R/ ₡166 666,67

2. Una empresa necesita establecer un seguro para un vehículo que acaba de adquirir por un monto de 20 millones de colones. La aseguradora ofrece asegurar el vehículo, según cuotas de ₡330 000 mensuales. Si el interés nominal anual del mercado es del 24 %, cuál sería el valor presente del seguro.
   R/ ₡16 500 000

3. Varios estudiantes de una universidad desean alquilar una casa para vivir durante su vida estudiantil de cinco años. La oferta que más les ha gustado es un alquiler de ₡220 000 al inicio de cada mes. Si el interés es del 12 % nominal anual, determine:
   a- El valor presente del alquiler.
   R/ VP=9 989 000,53
   b- Determine el valor futuro del alquiler.
   R/VF=18 147 000,64

4. Los egresados de un colegio desean donar un laboratorio de informática para las futuras generaciones. El equipo (computadoras, mesas y otros) ya ha sido donado, sin embargo, se requiere por mes un monto de ₡2 500 000 para el mantenimiento mínimo del laboratorio. De cuánto deberá ser el valor presente fideicomiso para que genere una anualidad, la cual permita el mantenimiento del laboratorio, si el interés del mercado es del 28 % nominal anual, con capitalización trimestral.
   R/ ₡35 714 285,71

5. Una empresa adquiere un préstamo por $50 000 al 8 % de interés nominal anual, por un plazo de cinco años, capitalizable mensualmente, a partir del día de hoy. Si en el primer año la empresa no debe pagar intereses ni amortización, cuál es el valor presente de la deuda hoy.
   R/ $1 903740,13

6. El señor Pérez tiene actualmente 30 años, y espera trabajar por 35 años más. Pensando en su vejez, decide comenzar una pensión complementaria, cuya cuota mensual es de ₡50 000. La operadora de pensiones le ofrece un 8 % nominal anual. Determine qué le conviene más al señor Pérez: realizar una cuota ordinaria o anticipada.
   R/ VF ordinario= ₡80 285 886,96, VF anticipado=₡80 821 126,21

4.6.6 Evaluación de proyectos de inversión

La evaluación de proyectos representa una aplicación de la teoría del valor del dinero en el tiempo, en donde existe una erogación de dinero llamada inversión inicial que genera un flujo de efectivo en periodos futuros.

Un proyecto es rentable si el flujo de efectivo valorado al día de hoy, supera la inversión realizada hoy. La tasa de interés utilizada para calcular el valor presente, se denomina tasa de descuento y/o es llamada también costo del capital.

El indicador utilizado se llama valor actual neto (VAN), y consiste en el valor presente de los flujos de efectivos, menos la inversión inicial. Su fórmula es:

$$VAN = VPFE - Io$$

En donde:
VAN= valor actual neto
VPFE= valor presente de los flujos de efectivo
Io= Inversión inicial.

Ejemplo 4.24. Un proyecto a cinco años plazo, tiene una inversión inicial de \$5 000 con flujos de efectivo de \$2 000 el primer año, \$1 000 el segundo, \$1 000 en tercero, \$2 000 el cuarto y \$2 000 el quinto. Si la tasa de descuento por considerar es del 12 % nominal anual, cuál es el valor actual del proyecto.

$$VAN = \frac{2\ 000}{(1+12\%)^1} + \frac{1\ 000}{(1+12\%)^2} + \frac{1\ 000}{(1+12\%)^3} + \frac{2\ 000}{(1+12\%)^4} + \frac{2\ 000}{(1+12\%)^5} - 5\ 000 =$$

$$VAN = 5\ 700{,}58 - 5\ 000 = \$700{,}58$$

El valor actual del proyecto es \$700,58 y al ser mayor a cero, el proyecto se considera rentable.

Ejemplo 4.25. Un proyecto de inversión tiene flujos de \$5 000 anuales durante cinco años, si la tasa de descuento por considerar es del 10 % anual y la inversión es de \$8 000, cuál es el valor actual del proyecto

$$VAN = \frac{5\ 000}{(1+10\%)^1} + \frac{5\ 000}{(1+10\%)^2} + \frac{5\ 000}{(1+10\%)^3} + \frac{5\ 000}{(1+10\%)^4} + \frac{5\ 000}{(1+10\%)^5} - 8\ 000 =$$

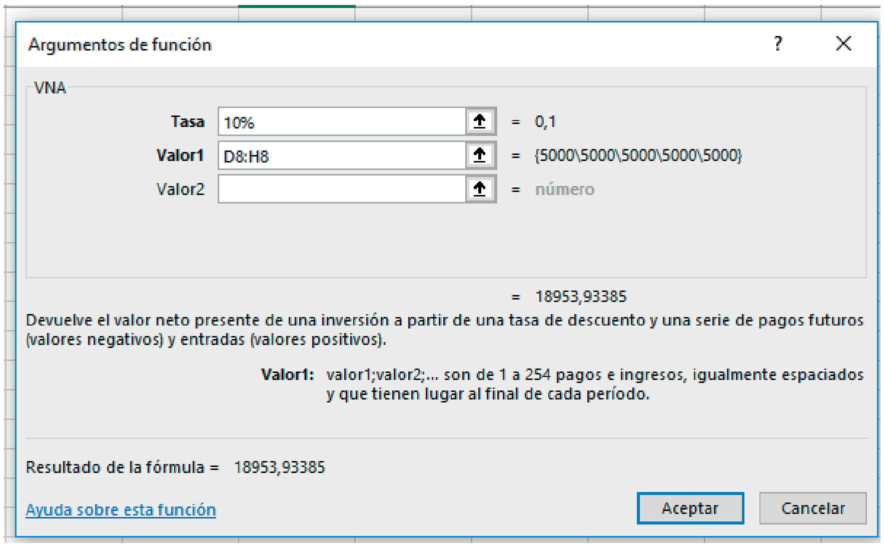
VAN = 8 953,93 – 8 000= \$10 953,93

Este ejemplo tiene la característica que los flujos de efectivo representan una anualidad ordinaria, por lo que la fórmula puede rescribirse de la siguiente manera:

$$VAN = FE\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] - Io = 5\ 000\left[\frac{1-(1+10\%)^{-5}}{10\%}\right] - 8\ 000 = \$10\ 953{,}93$$

El VAN puede calcularse utilizando la hoja electrónica Excel. Por ejemplo, para el cálculo del valor actual neto, se utiliza la función ´´VNA´´ que calcula el valor presente neto de los flujos de efectivo del proyecto. Se debe fijar el rango requerido y una tasa de descuento.

Una vez calculado el ´VN´, debe restársele la inversión. Así, para el ejemplo 4,25, con una tasa del 10 %, el valor presente neto es de \$18 953,93 menos los \$8 000 de la inversión inicial, se obtiene un VAN de \$10 953,93



Uso con calculadora financiera

CASH

I% = 10 exe

Csh=D.Editor x exe

Introducir datos exe

Esc

NPV : solve

NPV=10 953,93

Otro indicador utilizado en proyectos es la tasa interna de retorno (TIR), la que permite calcular el rendimiento que la inversión obtiene cada año. Su fórmula es:

$$TIR: \frac{FE1}{(1+k)^1} + \frac{FE2}{(1+k)^2} + \frac{FE3}{(1+k)^3} \dots\dots\dots\dots + \frac{FEn}{(1+k)^n} = Io$$

Al despejar el valor de “k” en la ecuación anterior mediante tanteo, se obtiene el valor de la tasa TIR.

En el caso de una anualidad, la fórmula es la siguiente:

$$TIR: FE\left[\frac{1-(1+k)^{-n}}{k}\right] - Io = 0$$

El valor de la TIR es la que hace que el VAN sea igual a cero.

Ejemplo 4.26. Un proyecto de inversión tiene flujos de $5 000 anuales durante cinco años, la tasa de descuento es del 10 %, la inversión es de $8 000 y el VAN es de $10 953,93 ¿Cuál es la tasa TIR?

$$TIR: \;\; 5000\left[\frac{1-(1+k)^{-5}}{k}\right] - 8000 = 0$$

$$TIR = k = 55{,}66\ \%$$

CASH
I% = 10 exe
Csh=D.Editor x exe
Introducir datos exe
Esc
IRR: solve
IRR=55,66 %

4.6.7 Ejercicios

1. Una inversión de $4 000 genera los siguientes flujos: $1 200 en el primer año, $1 500 en el segundo año, $1 800 en el tercer año, $1 900 en el cuarto año y $2 200 en el quinto año. Si la tasa de descuento es del 8 %, determine el valor presente de los flujos de efectivo y el valor actual neto.
   R/ VPFE: $6 719,86 VAN: $2 719,86

2. Una inversión de $10 000 genera los siguientes flujos: $3 000 en el primer año, $2 000 en el segundo año; $1 000 en el tercer año; $2 000 en el cuarto año y $1 000 en el quinto año. Si la tasa de descuento es del 10 %, determine el valor presente de los flujos de efectivo y el valor actual neto.
   R/ VPFE: $7 118,43 VAN: $-2 881,57

3. Una inversión de $50 000 genera flujos de $20 000 cada año durante cinco años. Si la tasa de descuento es del 12 %, determine el valor presente de los flujos de efectivo y el valor actual neto.
   R/ VPFE: $72 095,52 VAN: $22095,76

4. Una inversión de $8 000 genera flujos de $3 000 cada año durante cinco años. Si la tasa de descuento es del 10 %, determine el valor presente de los flujos de efectivo y el valor actual neto.
   R/ VPFE: $11 372,36, VAN: $3 372,36

5. Una inversión de $5 000 genera flujos de $1 300 cada año durante cinco años. Si la tasa de descuento es del 12 %, determine el valor presente de los flujos de efectivo y el valor actual neto.
   R/ VPFE: $4 686,21 VAN: $-313,79

6. Calcule la tasa TIR para ejercicio 1.
   R/ 28,68 %

7. Calcule la tasa TIR para el ejercicio 4.
   R/ 25,41 %

4.7 Inflación y tasas de interés

La inflación se refiere al crecimiento sostenido y generalizado de un nivel general de precios, y tiene un efecto sobre las tasas de interés y sobre el valor del dinero en el tiempo, que debe ser analizado.

La inflación se mide, normalmente, mediante el crecimiento de un índice de precios, siendo el más común el índice de precios al consumidor (IPC).

El IPC mide el costo de una canasta fija de bienes de consumo, en la que el peso o ponderación asignado a cada artículo, es la proporción de gastos que realizaron los consumidores en ella durante el período determinado.

La inflación se puede medir mediante la tasa de crecimiento del IPC entre dos períodos, de la siguiente forma:

$$Inflación = \frac{(IPC_{año2} - IPC_{año1})}{IPC_{año1}}$$

Como ejemplo, se presenta la inflación en Costa Rica (al mes de mayo) para los años 2015 a 2017.

Índice de Precios al Consumidor 2014-2017
A mayo de cada año

IPC	2014	2015	2016	2017
IPC mayo	168,54	170,18	169,44	172,27
Inflación	---	0,97 %	-0,43 %	1,67 %

Fuente: Banco Central de Costa Rica, 2017.

Lo anterior, significa que la canasta fija de consumo cuesta 0,97 % más en 2015 de lo que costaba a mayo del 2014; para 2016, la canasta fija de consumo cuesta 0,43 % menos que en mayo del año anterior y, finalmente, para mayo del 2017, la canasta fija de consumo cuesta 1,67 % más que en mayo del año 2016.

Para analizar el efecto de la inflación, se debe definir la diferencia entre una variable nominal y una variable real.

4.7.1 Variables nominales y reales

Una variable nominal, es aquella que es valorada a precios corrientes o en precios nominales. Es el valor que incluye la tasa de inflación, corresponde al valor observado en el mercado, y contiene los cambios en el nivel general de los precios.

Una variable real, es aquella que es valorada a precios constantes. Es el valor que excluye la tasa de inflación, es un valor nominal ajustado de acuerdo con los cambios en el nivel general de los precios.

La tasa de interés de mercado pasiva o activa, es una variable nominal, que no ha sido ajustada a la inflación. En cambio, las tasas de interés reales, ya han sido ajustadas a la inflación. Para ajustar las tasas de interés, se debe analizar los conceptos de deflactar e indexar.

Deflactar, consiste en transformar valores monetarios nominales en otros expresados en monedas de poder adquisitivo constante. Consiste en traer los valores monetarios nominales del último período, a valores monetarios reales del período inicial. Se convierte moneda futura en moneda actual con poder de compra a hoy.

Indexar, consiste en llevar los valores monetarios reales del período inicial en valores monetarios nominales del último período. La tasa indexada incluye la tasa de inflación y sirve para determinar la moneda corriente de ese entonces, que serviría para mantener el poder de compra de la suma presente.

Este ajuste requiere la definición del efecto Fisher, desarrollado por Irving Fisher, que establece una relación entre tasas nominales y tasas reales, lo que se presenta en la siguiente ecuación:

$$1 + R = (1 + r)(1 + h)$$

En donde:
R: Tasa nominal de interés
r= tasa real de interés
h=tasa de inflación

La relación de Fisher se puede descomponer de la siguiente forma:

$$1 + R = (1 + r)(1 + h) = 1 + h + r + rh =$$
$$R = h + r + rh$$

La expresión anterior, especifica que la tasa nominal de interés "R" es aquella tasa que contiene la inflación "h", la tasa real "r" y el factor "rh".

El factor "h", es la tasa de inflación que compensa la pérdida del valor del dinero invertido. El factor "r" es la tasa real, y el factor "rh" es la compensación, debido a que el dinero de una inversión ganado vale menos por causa de la inflación.

Ejemplo 4.27. Se desea realizar una inversión que genere una tasa real del 5 % anual y se conoce que la tasa de inflación anual es del 3 %. ¿Cuál es la tasa nominal anual de interés para esta transacción?

$$R = h + r + rh = 3\ \% + 5\ \% + 5\ \% * 3\ \% = 23\ \%$$

La tasa nominal anual es del 23 %.

Ejemplo 4.28. Una inversión ofrece una tasa nominal anual del 12 %, se conoce que la tasa de inflación es del 5 % anual. ¿Cuál es la tasa real anual ganada por esta inversión?

Partiendo de la expresión de la tasa nominal, es posible despejar la tasa real, de la siguiente forma:

$$R = h + r + rh = h + r(1 + h)$$
$$r = \frac{R - h}{1 + h} = \frac{12\ \% - 5\ \%}{1 + 5\%} = 6{,}67\ \%$$

La tasa real anual ganada es del 6,67 %

4.7.2 Cálculo del valor presente y valor futuro con inflación

El tratamiento del valor presente con la presencia de inflación, requiere realizar uno de dos procedimientos: descontar a una tasa nominal los flujos nominales, o bien, descontar a una tasa real los flujos reales, ambos procedimientos llevan al mismo resultado.

Ejemplo 4.29. Suponga que se desea cobrar una deuda mediante tres pagos anuales, con la condición que el poder de compra de estos pagos sea igual a $5 000 hoy. ¿De cuánto deben ser los pagos cada año, si se conoce que la inflación anual se espera en 3 % y la tasa de interés anual nominal es del 8 %?

Se debe calcular un monto que crezca cada año 3 %, de la siguiente forma:

$$Monto_1 = \$5\ 000(1{,}03)^1 = 5\ 150{,}0$$
$$Monto_2 = \$5\ 000(1{,}03)^2 = 5\ 304{,}5$$
$$Monto_3 = \$5\ 000(1{,}03)^3 = 5\ 463{,}6$$

Así el primer año, recibirá $5150,0; el segundo percibirá $5 304,5 y el tercer año $5 463,6.

El cálculo del valor presente de estos flujos, aplica la tasa nominal:

$$VP = \frac{5\ 150}{(1{,}08)^1} + \frac{5\ 304{,}5}{(1{,}08)^2} + \frac{5\ 463{,}6}{(1{,}08)^3} =$$

$$VP = 4\ 768{,}52 + 4\ 547{,}75 + 4\ 337{,}21 = 13\ \ 653{,}48$$

Utiliza la tasa real y se calcula el valor presente de los flujos reales, el resultado será:

$$tasa\ real: r = \frac{R - h}{1 + h} = \frac{8\% - 3\%}{1 + 3\%} = 4{,}8544\%$$

$$VP = \frac{5\ 000}{(1{,}048544)^1} + \frac{5\ 000}{(1{,}048544)^2} + \frac{5\ 000}{(1{,}048544)^3} = 13\ 653{,}48$$

Observe que el valor presente es el mismo; utiliza ambos métodos.

Ejemplo 4.30. Suponga que la inflación es del 5 % anual y se desea obtener una tasa real en una inversión del 8 % anual. ¿Cuál debería ser la tasa nominal que debe ganar la inversión?

$$Tasa\ nominal = R = h + r + rh = 5\ \% + 8\ \% + 8\ \% * 5\ \% = 13{,}4\ \%$$

La tasa nominal que gana la inversión es del 13,4 %.

Ejemplo 4.31. Una inversión tiene un rendimiento nominal actual del 12 % al año. Se espera que la inflación alcance el nivel de 4 % por año. ¿Cuál es la tasa real que gana la inversión?

$$r = \frac{R - h}{1 + h} = \frac{12\ \% - 4\ \%}{1 + 4\ \%} = 7{,}69\ \%$$

Para calcular el valor futuro con la presencia de inflación, debe llevarse al futuro flujos reales con una tasa real o llevar al futuro flujos nominales con una tasa nominal.

Ejemplo 4.32. Se desea depositar en un fondo la suma de $5 000 anuales durante 10 años. Se conoce que la tasa real de interés es del 8 % anual y que la inflación sería del 4 % anual. ¿Cuál es el valor futuro en términos nominales?

Primero se calcula la tasa nominal:

$$R = h + r + rh = 4\ \% + 8\ \% + 8\ \% * 4\ \% = 12{,}32\ \%$$

Segundo, se calcula el valor futuro:

$$VF = S = Cuota\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = 5\ 000\left[\frac{(1 + 12{,}32\%)^{10} - 1}{12{,}32\%}\right] = \$89\ 112{,}68$$

El valor futuro es de $89 112,68

Ejemplo 4.33. El señor Pérez deposita anualmente la suma de $3 000 anuales durante cinco años. La tasa real de interés es del 4 % y la inflación se mantiene en 3 % anual. ¿Cuál es el valor futuro de los depósitos en términos nominales?

Tasa Nominal:

$$R = h + r + rh = 3\ \% + 4\ \% + 4\ \% * 3\ \% = 7{,}12\ \%$$

$$VF = S = Cuota\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = 3\ 000\left[\frac{(1 + 7{,}12)^5 - 1}{7{,}12\ \%}\right] = \$17\ 293{,}57$$

El valor futuro en términos nominales es de $17 293,57

Ejemplo 4.34. El señor Gómez, desea tener dos millones de dólares reales dentro de 30 años en una cuenta. Se conoce que la tasa nominal de interés es del 10 % y la tasa de inflación se mantiene en 4 % anual. ¿Cuánto debe depositar cada año el señor Gómez para alcanzar su meta?

Primero: Se calcula la tasa real de interés.

$$r = \frac{R - h}{1 + h} = \frac{10\ \% - 4\ \%}{1 + 4\ \%} = 5{,}77\ \%$$

Segundo: Se calcula la cuota que permite alcanzar la meta deseada.

$$Cuota = \frac{2\ 000\ 000}{\left[\frac{(1 + 5{,}77\ \%)^{30} - 1}{5{,}77\ \%}\right]} = \$26\ 343{,}66$$

La cuota anual que permite alcanzar la meta de dos millones de dólares reales en el tiempo previsto es de $26 343,66

4.7.3 Ejercicios

1. María piensa que un monto tres millones de dólares en términos reales le pueden ayudar en su jubilación, que será dentro de 25 años. Un banco le ofrece un interés nominal del 8 % y se conoce que la tasa de inflación se espera se mantenga en 3 % anual. ¿Cuánto debe depositar cada año María para alcanzar su meta?
   R/ Cuota = $64 130,08

2. Si la inflación es cero, cuánto debe depositar cada año María en el ejercicio anterior, para alcanzar su meta.
   R/ Cuota = $41 036,08

3. Si usted tiene una inversión y desea un rendimiento real del 3,922 % anual, y si la inflación se mantiene en 2 %, qué tasa nominal de interés anual debe obtener en su inversión.
   R/ 6 %

4. Actualmente, una inversión gana un 3% en términos reales. Si un banco conoce que la inflación es del 3%, cuál debe ser la tasa nominal que debe ofrecer a sus ahorrantes.
   R/6,09 %

5. Pedro le prestó $50 000 a Juan con la condición que le devuelva el valor real del préstamo en cuatro pagos anuales. Se conoce que la inflación es del 2 % y el mercado paga el 7 % nominal por inversiones.

   Si la inflación es cero, de cuánto deben ser los pagos para cancelar la deuda.
   R/$14 761,41.

   Si la inflación es del 2 %, de cuánto deben ser los pagos para mantener el valor real del préstamo.
   R/$14 068,49

CAPÍTULO V

Sistemas de Amortización y de Capitalización

Objetivo

Describir los sistemas de amortización de créditos y de capitalización para la resolución de problemas financieros.

5.1 Introducción

Un sistema de amortización se refiere a la forma en que una deuda se va cancelando en el tiempo, de forma que se pueda apreciar la amortización o reducción de la deuda y el pago de intereses.

Según Serna (2012), "la expresión amortizar se utiliza para denominar un proceso financiero mediante el cual se extingue, gradualmente, una deuda por medio de pagos periódicos o no, que pueden ser iguales o diferente" (p.207).

Según Díaz (2013), "amortización significa saldar gradualmente una deuda por medio de una serie de pagos que, generalmente, son iguales y que se realizan también a intervalos iguales" (p.236).

Cuando una empresa tiene una deuda, debe realizar en cada período un pago o cuota que se compone de dos partes, la amortización y el pago de intereses. El período puede ser anual, semestral, trimestral, cuatrimestral, bimestral, y el más común, mensual.

Existen varios sistemas o programas de amortización, entre ellos, el sistema de amortización francés, el sistema de amortización alemán, el sistema de amortización americano, sistemas con anualidades variables, ya sea en progresión aritmética, geométrica, entre otros.

5.2 Sistemas de Amortización

La reducción de la deuda, es posible observarla, mediante una tabla compuesta de cinco columnas: período, saldo, intereses, amortización y cuota, orden que puede variar sin perjudicar el resultado.

- Columna de período: específica la cantidad de períodos que dura la transacción, pueden ser años, semestres, cuatrimestres, trimestres, bimestres y meses.
- Columna de saldo: muestra el saldo original, así como su reducción, debido a las amortizaciones.
- Columna de intereses: muestra la cantidad de intereses que se deben pagar cada período.
- Columna de amortización: muestra la cantidad en que deberá reducirse el saldo, deuda o principal por período.
- Columna de cuota: muestra la cantidad a pagar por período y contempla los intereses más la amortización.

Se analizará tres tipos de sistemas de amortización: sistema francés, sistema alemán y sistema americano. Su clasificación dependerá de varios elementos, tales como, si la cuota del préstamo es fija o variable, o si la amortización es fija, variable o hasta el final del tiempo pactado.

5.2.1 Sistema de amortización francés

Se le conoce como sistema de cuota fija o nivelada, y se caracteriza por tener una cuota fija y la amortización variable en el tiempo. La cuota contempla el interés del período más la amortización o reducción del principal.

Como primer paso, para elaborar una tabla de amortización en el sistema francés, se debe calcular la cuota del préstamo, la que se obtiene por medio de la fórmula de la anualidad, de la siguiente manera:

$$VP = R\left[\frac{1-\left(1+\frac{J}{m}\right)^{-n}}{\frac{J}{m}}\right] \qquad Se\ despeja\ R: \qquad R = \frac{VP}{\left[\frac{1-\left(1+\frac{J}{m}\right)^{-n}}{\frac{J}{m}}\right]}$$

En donde:

J= tasa nominal de interés
R= pago o cuota
n= número de períodos
m= factor de capitalización
VP= valor presente

Una vez obtenida la cuota, se debe construir la tabla de amortización.

Ejemplo 5.1: Sol Radiante, es un tour operador que desea obtener un préstamo bancario por $50 000. Un Banco le ofrece una tasa nominal anual del 5 % a un plazo de tres años. ¿Cuál es la cuota? Elabore la tabla de amortización.

Cálculo de cuota

$$R = \frac{VP}{\left[\dfrac{1-\left(1+\frac{J}{m}\right)^{-n}}{\frac{J}{m}}\right]} = \frac{50.000}{\left[\dfrac{1-\left(1+\frac{5\ \%}{1}\right)^{-3}}{\frac{5\ \%}{1}}\right]} = \$18\ 360{,}43$$

La cuota es de $18 360,43

Como segundo paso, se construye la tabla de amortización

Sol Radiante, Tabla de amortización ($)

Período	Saldo	Interés	Amortización	Cuota
0	50 000,0			
1	34 139,57	2 500,0	15 860,43	18 360,43
2	17 486,12	1 706,98	16 653,45	18 360,43
3	0,00	874,31	17 486,12	18 360,43

Para la elaboración de la tabla, se debe iniciar con la cuota que incluye intereses y amortización. Observe que la cuota no cambia en todos los períodos.

Luego se calcula los intereses multiplicando el saldo inicial ($50 000) por el porcentaje de interés ($50 000 * 5 % = $2 500). Este es el interés inicial. Si la cuota es $18 360,43 y el interés es $2 500, entonces la amortización será ($18 360,43 – $2 500 = $15 860,43), que es la reducción inicial de la deuda o principal, de forma que ($50 000 –$15 860,43) = $34 139,57 el cual es el nuevo saldo o saldo insoluto.

El proceso se repite: se calcula los intereses al nuevo saldo insoluto, (34 139,57 *5 % = $1 706,98), con una cuota de $18 360,43 menos el interés, la amortización será de $16 653,45 y el nuevo saldo insoluto o deuda será ($34 139,57 – $16 653,45 =$17 486,12). El procedimiento se repite por tercera vez o las veces que sean necesarias hasta que el saldo del préstamo sea de cero.

Observe cómo en la tabla se muestra la forma en que una deuda se va cancelando en un tiempo determinado. En todos los períodos se paga una cuota de $18 360,43. En el primer período se cancela intereses de $2 500; en el segundo de $1 706,98; en el tercero de $874,31. La amortización o reducción de la deuda es en el primer período de $15 860,43, en el segundo es de $16 653,45 y, en el tercer período, es de $17 486,12

Uso de calculadora

Cálculo de cuota:	Cálculo de saldo e intereses:
CMPD	AMRT
Set: End	PM1: 1
n: 3	PM2. 1
I %=5	Mantener valores de CMPD
PV: 50 000	BAL: solve = 34 139,57 saldo final primer periodo
FV: 0	INT: solve = 2 500 intereses final primer periodo
P/Y: 1	PRN: solve 15 860,43 amortización final primer periodo
C/Y: 1	Para obtener el segundo periodo, se establece PM1=PM2 = 2
PMT: solve = 18 360,43	Para obtener el tercer periodo, se establece PM1=PM2 = 3

¿Qué sucede con la tabla de amortización, si los períodos no están en años? Esto se observa en el siguiente ejemplo:

Ejemplo 5.2. Suponga que el tour operador, Sol Radiante desea el préstamo de los $50 000, pero quiere las cuotas por semestre y no por año.

De nuevo, lo primero es calcular la cuota y, luego, elaborar la tabla de amortización.

$$R = \frac{VP}{\left[\frac{1-\left(1+\frac{J}{m}\right)^{-n}}{\frac{J}{m}}\right]} = \frac{50\ 000}{\left[\frac{1-\left(1+\frac{5\%}{2}\right)^{-6}}{\frac{5\%}{2}}\right]} = \$9\ 077{,}50$$

La cuota semestral es de $9 077,50

Sol Radiante, Tabla de amortización ($)

Período	Saldo	Interés	Amortización	Cuota
0	50 000,00			
1	42 172,50	1 250,00	7 827,50	9 077,50
2	34 149,32	1 054,31	8 023,19	9 077,50
3	25 925,55	853,73	8 223.77	9 077,50
4	17 496,19	648,14	8 429,36	9 077,50
5	8 856,10	437,40	8 640,09	9 077,50
6	0,00	221,40	8 856,10	9 077,50

La nueva cuota sería $9 077,50 y los períodos serán de seis, el interés por período será de (5 %/2=2,5 %). El cálculo de los otros componentes de la tabla, se realiza de igual forma que en el ejemplo 5.1.

5.2.2 Sistema de amortización alemán

En el sistema de amortización alemán, la amortización es fija y la cuota varía en el tiempo. Al igual que el sistema francés, la cuota contempla el interés del período más la amortización o reducción del principal.

Para determinar la amortización se usa la siguiente fórmula:

$$Amortización = \frac{Valor\ presente}{Periodos} = \frac{VP}{n}$$

Ejemplo 5.3. Suponga que el tour operador, Sol Radiante desea el préstamo de los $50 000, pero quiere utilizar el sistema alemán. Se debe recordar que la tasa de interés nominal anual es del 5 %, el tiempo es a tres años, con cuotas semestrales, lo que representan seis períodos (3 x 2) o seis cuotas.

Lo primero es calcular la amortización, y luego se elabora la tabla.

$$Amortización = \frac{VP}{n} = \frac{50\ 000}{6} = 8\ 333{,}33$$

La amortización por período es de $8 333,33

Sol Radiante, Tabla de amortización ($)

Período	Saldo	Interés	Amortización	Cuota
0	50 000,0			
1	41 666,7	1 250,00	8 333,33	9 583,33
2	33 333,3	1 041,67	8 333,33	9 375,00
3	25 000,0	833,33	8 333,33	9 166,67
4	16 666,7	625,00	8 333,33	8 958,33
5	8 333,3	416,67	8 333,33	8 750,00
6	0,0	208,33	8 333,33	8 541,67

Para la elaboración de la tabla, se debe iniciar con el cálculo de la amortización que se obtiene al dividir el valor presente con el número de períodos ($50 000/6=$8 333,33). Se debe observar, que la amortización no cambia a lo largo de los períodos.

Luego se calcula los intereses, se multiplica el saldo inicial ($50 000) por el porcentaje de interés ($50 000 * 2,5% = $1 250). Este es el interés inicial. Si la amortización es $8 333,33 la cuota será de ($9 583,33=$1 250 + $8 333,33). La cuota es diferente en todos los períodos, además, es posible calcular el saldo del préstamo solo con la amortización. El proceso se repite, hasta la extinción de la deuda.

Observe cómo en la tabla anterior, la amortización es igual en todos los períodos, y la cuota varía de período a período, contrario al sistema de amortización francés, en donde la cuota es fija y la amortización variable.

5.2.3 Sistema de amortización con pago global al final (sistema americano)

En el sistema americano, conocido como pago global al final, la cuota sigue siendo el interés, más la amortización, al igual que en el sistema francés y el sistema alemán. Sin embargo, en el sistema americano, como no se amortiza, sino hasta el final del período, la cuota es el interés. La amortización final corresponde al pago total de la deuda.

Ejemplo 5.4. Suponga que el tour operador Sol Radiante, desea un préstamo de $50 000, pero mediante el sistema americano. Recordemos que el interés es 5 % nominal anual, a tres **años pagadero por semestre. El**abore la tabla de amortización.

Sol Radiante, Tabla de amortización ($)

Período	Saldo	Interés	Amortización	Cuota
0	50 000			
1	50 000	1 250	0,0	1 250
2	50 000	1 250	0,0	1 250
3	50 000	1 250	0,0	1 250
4	50 000	1 250	0,0	1 250
5	50 000	1 250	0,0	1 250
6	0,0	1 250	50 000	51 250

Nótese, cómo en este sistema, el saldo permanece inalterado hasta el último período, además, el interés es igual en todos los períodos. Al usar este sistema, el deudor pagaría más intereses, que con los sistemas francés y alemán.

5.3 Situación con Pagos Extraordinarios, Períodos de Gracia y Cuotas Anticipadas

5.3.1 Sistemas de amortización con pagos extraordinarios

Los pagos extraordinarios, representan aquellos pagos que no están contemplados en la cuota, sino que, por su naturaleza, son extraordinarios o adicionales. Para ilustrar este punto, se utilizará solamente el sistema francés.

Cuando se realiza pagos extraordinarios, debe recalcularse la cuota del préstamo por los períodos faltantes, de forma que se extinga la deuda, de manera programada, o sea, en el tiempo estipulado originalmente.

Algunas instituciones financieras mantienen la cuota, cuando se realiza pagos extraordinarios, si este es el caso, el tiempo de cancelación del préstamo disminuye, y es necesario realizar ajustes en las últimas cuotas.

Ejemplo 5.5. Una empresa solicita un préstamo de $50 000 al 5 % nominal anual, con cuotas semestrales. Se espera que en el período cuatro, junto con el pago de la cuota se realice un abono extraordinario de $8 000

Tabla de amortización con pago extraordinario ($)

Período	Saldo	Interés	Amortización	Cuota	Pago extraordinario
0	50 000,0				
1	42 172,5	1 250,0	7 827,5	9 077,5	
2	34 149,3	1 054,3	8 023,2	9 077,5	
3	25 925,5	853,7	8 223,8	9 077,5	
4	9 496,2	648,1	8 429,4	9 077,5	8 000
5	4 806,7	237,4	4 689,5	4 926,9	
6	0,0	120,2	4 806,7	4 926,9	

El saldo insoluto inicial en el período cuatro es de $17 496,19, con el pago extraordinario queda en $9 496,2 ($17 496,19 - $8 000). Con este nuevo saldo, se calcula la nueva cuota de $4 926,9 la que permite cancelar la deuda en el mismo tiempo inicial de seis períodos.

$$R = \frac{VP}{\left[\frac{1-\left(1+\frac{J}{m}\right)^{-n}}{\frac{J}{m}}\right]} = \frac{9\ 496{,}2}{\left[\frac{1-\left(1+\frac{5\%}{2}\right)^{-2}}{\frac{5\%}{2}}\right]} = \$4\ 926{,}9$$

En el caso de deudas con plazos más largos, existe la posibilidad de efectuar más pagos extraordinarios, lo que ocasionaría en cada pago un nuevo cálculo de la cuota.

5.3.2 Sistemas de amortización con períodos de gracia

Los períodos de gracia se presentan al principio de una deuda. Consiste en el no pago de intereses, amortización o ambos, durante los primeros períodos de una deuda. Para ilustrar este punto, se utilizará solamente el sistema francés.

Si los períodos de gracia son solo para la amortización, significa que en los primeros períodos de la deuda no se paga la amortización, pero sí se paga los intereses. En el momento en que terminen los períodos de gracia, deberá recalcularse la cuota para cumplir con la obligación de la deuda en el tiempo estipulado.

Ejemplo 5.6. Suponga que en el ejemplo 5.2, con una cuota original de $9 075,5 a la empresa se le concede una gracia en amortización en dos períodos. Elabore la tabla de amortización.

Con esta gracia, la empresa debe pagar solo el interés en los dos primeros períodos, y para el tercer período, se le recalcula la cuota, que incluye el interés y la amortización para completar la deuda en el plazo establecido.

Tabla de amortización con gracia en la amortización ($)

Período	Saldo	Interés	Amortización	Cuota
0	50 000,00			
1	50 000,00	1 250,00		1 250,00
2	50 000,00	1 250,00		1 250,00
3	37 959,11	1 250,00	12 040,89	13 290,89
4	25 617,19	948,98	12 341,92	13 290,89
5	12 966,73	640,43	12 650,46	13 290,89
6	0,0	324,17	12 966,73	13 290,89

En los primeros dos períodos, la empresa no paga o abona a la deuda, o sea, no amortiza; se recalcula la cuota, la que pasa de $9 077,50 a $13 290,89. Con esta nueva cuota, se cancela la deuda en el plazo establecido.

Si la gracia es en amortización e intereses, se calcula una cuota sin períodos de gracia, en este caso, se calcula los intereses que se pagaría, y luego se acumulan o suman al saldo inicial.

Ejemplo 5.7. Una empresa desea un préstamo de $100 000 a tres **años con pagos semestrales, a un interés nominal anual del 6** %. El acuerdo con el Banco que presta el dinero, establece una gracia de dos períodos**.** La tabla de amortización sin la gracia es:

Tabla de amortización sin períodos de gracia ($)

Período	Saldo	Interés	Amortización	Cuota
0	100 000,00			
1	84 540,25	3 000,00	15 459,75	18 459,75
2	68 616,71	2 536,21	15 923,54	18 459,75
3	52 215,46	2 058,50	16 401,25	18 459,75
4	35 322,17	1566,46	16 893,29	18 459,75
5	17 922,09	1 059,67	17 400,08	18 459,75
6	0,0	537,66	17 922,09	18 459,75

Si se otorga dos períodos de gracia en intereses y amortización, la empresa no debería pagar ni intereses ni amortización en los dos primeros períodos, sin embargo, el banco sumaría los intereses normales de $5 536,21 ($3 000 + $2 536,21) a la deuda original, de forma que el nuevo saldo sería de $105 536,21 el que sería utilizado para calcular la nueva cuota, y así pagar la deuda en el tiempo estipulado.

Tabla de amortización con períodos de gracia ($)

Período	Saldo	Interés	Amortización	Cuota
0	105 536,21			
1	105 536,21			
2	105 536,21			
3	80 310,20	3 166,09	25 226,01	28 392,09
4	54 327,41	2 409,31	25 982,79	28 392,09
5	27 565,14	1 629,82	26 762,27	28 392,09
6	0,0	826,95	27 565,14	28 392,09

Observe cómo la cuota pasa de $18 459,75 a $28 392,09, que claramente es mayor, debido a que el tiempo de amortización se reduce y aumenta el saldo inicial del préstamo.

5.3.3 Sistemas de Amortización con cuota anticipada

En ocasiones, los préstamos otorgados por los bancos, se establece con cuota anticipada.

Ejemplo 5.8. Una empresa adquiere un préstamo por $50 000 al 5 % nominal anual capitalizable por semestre, a tres años plazo, con pagos anticipados.

La cuota anticipada es de $8 856,10.

$$R = \frac{VP}{\left[\dfrac{1-\left(1+\frac{J}{m}\right)^{-n}}{\frac{J}{m}}\right]} = \frac{50\ 000}{\left[\dfrac{1-\left(1+\frac{5\ \%}{2}\right)^{-6}}{\frac{5\%}{2}}\right]\left(1+\frac{5\ \%}{2}\right)} = \$8\ 856{,}10$$

Tabla de amortización con cuota anticipada ($)

Período	Saldo	Interés	Amortización	Cuota
0	50 000,0			
1	41 143,9		8 856,1	8 856,1
2	33 316,4	1 028,6	7 827,5	8 856,1
3	25 293,2	832,9	8 023,2	8 856,1
4	17 069,5	632,3	8 223,8	8 856,1
5	8 640,1	426,7	8 429,4	8 856,1
6	0,0	216,0	8 640,1	8 856,1

Se observa cómo en el período inicial, toda la cuota se amortiza, y la deuda se extingue, según el tiempo planeado de tres años o 6 períodos.

Ejemplo 5.9 Se adquiere un préstamo con cuota anticipada de $80 000 a cuatro años, con pagos semestrales, a un interés nominal anual de 6 %. Elabore la tabla de amortización.

Tabla de amortización con cuota anticipada ($)

Período	Saldo	Interés	Amortización	Cuota
0	80 000,0			
1	68 935,4		11 064,6	11 064,57
2	59 938,9	2 068,1	8 996,5	11 064,57
3	50 672,5	1 798,2	9 266,4	11 064,57
4	41 128,1	1 520,2	9 544,4	11 064,57
5	31 297,4	1 233,8	9 830,7	11 064,57
6	21.171,7	938,9	10 125,7	11 064,57
7	10.742,3	635,2	10 429,4	11 064,57
8	0,0	322,3	10 742,3	11 064,57

5.3.4 Ejercicios de Práctica

1. Para cada uno de los siguientes ejercicios, calcule la cuota con pagos ordinarios y anticipados y elabore la tabla de amortización usando los tres sistemas analizados: francés, alemán y americano.

A	1	2	3	4	5	6	7
Préstamo	₡1 000 000	₡500 000	₡450 000	₡1 250 000	₡2 000 000	₡5 000 000	₡650 000
Interés nominal	25 %	30 %	28 %	36 %	18 %	28 %	15 %
Tiempo en años	5	6	8	4	6	9	12
Capitalización	2	4	12	3	12	4	2

B	8	9	10	11	12	13	14
Préstamo	₡1 500 000	₡900 000	₡580 000	₡1 830 000	₡2 500 000	₡500 000	₡750 000
Interés nominal	24 %	36 %	25 %	35 %	29 %	38 %	18 %
Tiempo en años	8	7	6	5	10	9	6
Capitalización	3	3	2	4	2	6	4

5.4 Sistemas o Fondos de Capitalización

Un fondo de capitalización es un tipo de fondo de inversión en el cual no hay una distribución periódica de los beneficios, debido a que éstos son reinvertidos en el patrimonio del fondo, lo que incrementa la participación de cada miembro.

Los fondos de capitalización crecen por las aportaciones y los intereses. Es posible observar la forma en que crece un fondo, mediante el uso de una tabla de capitalización, que se compone de las siguientes cinco columnas.

- Columna de período: se especifica la cantidad de períodos que dura la transacción, pueden ser años, semestres, cuatrimestres, trimestres, bimestres y meses.
- Columna de cuota: muestra la cantidad por depositar por período.
- Columna de intereses: muestra la cantidad de intereses en colones que se gana por el acumulado del fondo.
- Columna del total que se suma al fondo: muestra la cantidad de intereses ganados, más el depósito de cada período.
- Columna de saldo: muestra el saldo acumulado del fondo sobre el que se gana intereses.

Ejemplo 5.10. Una familia desea disfrutar unas vacaciones dentro de 6 meses en un hotel de playa, cuyo costo es de ₡500 000. Esta familia decide ahorrar al final de cada mes, una suma que le permita, a un interés nominal anual del 5 % capitalizable mensualmente, llegar a la suma requerida para las vacaciones. Determine la cuota mensual, y elabore la tabla del fondo de capitalización.

Cálculo de la cuota

$$R = \frac{VF}{\left[\frac{\left(1+\frac{J}{m}\right)^{n}-1}{\frac{J}{m}}\right]} = \frac{500\ 000}{\left[\frac{\left(1+\frac{5\%}{12}\right)^{6}-1}{\frac{5\%}{12}}\right]} = ₡82\ 469{,}49$$

La familia debe depositar al final de cada mes el monto de ₡82 469,49

Tabla del fondo de capitalización (₡)

Períodos	Cuota	Intereses	Total que suma al fondo	Saldo del fondo
1	82 469,49		82 469,49	82 469,49
2	82 469,49	343,62	82 813,11	165 282,60
3	82 469,49	688,68	83 158,17	248 440,77
4	82 469,49	1 035,17	83 504,66	331 945,42
5	82 469,49	1 383,11	83 852,59	415 798,02
6	82 469,49	1 732,49	84 201,98	500 000,00

Cada período se deposita ₡82 469,49. En el primer período, el monto que suma al fondo, como el saldo del fondo, serían iguales al pago inicial. Como el pago se hace al final del período (ordinario), se gana interés hasta el período siguiente, así, el interés inicial sería de 343,62 ($82 469,49 * (5 % /12), que se suma al depósito o cuota inicial, dando como resultado 82 813,11. Este monto se suma al nuevo depósito, y surge el saldo de 165 282,60. Este proceso se repite cada mes, hasta alcanzar una suma de ₡500 000.

Ejemplo 5.11. El señor Pérez desea acumular un fondo para su jubilación dentro 6 años. La cuota es de $50 000 por año. La operadora de pensiones le ofrece un 8 % de interés nominal anual. Determine el monto final que obtendría el señor Pérez y elabore la tabla del fondo de capitalización.

$$VF = S = R\left[\frac{\left(1+\frac{J}{m}\right)^{n}-1}{\frac{J}{m}}\right] = \left[\frac{\left(1+\frac{8\ \%}{1}\right)^{6}-1}{\frac{5\ \%}{1}}\right] = \$366\ 796{,}45$$

El valor futuro o monto del fondo es de $366 796,45

Tabla del fondo de capitalización ($)

Períodos	Cuota	Intereses	Total que suma al fondo	Saldo
1	50 000,00		50 000,00	50 000,00
2	50 000,00	4 000,0	54 000,00	104 000,00
3	50 000,00	8 320,0	58 320,00	162 320,00
4	50 000,00	12 985,6	62 985,60	225 305,60
5	50 000,00	18 024,4	68 024,45	293 330,05
6	50 000,00	23 466,4	73 466,40	366 796,45

5.5 Ejercicios

1. Una empresa se endeuda por un monto de $20 000 a tres años. La deuda capitaliza cada semestre y la cuota es de $3 691,95 ¿Cuál es el interés del préstamo?

$$VP = R\left[\frac{1-\left(1+\frac{J}{m}\right)^{-n}}{\frac{J}{m}}\right] =$$

$$\frac{VP}{R} = \left[\frac{1-\left(1+\frac{J}{m}\right)^{-n}}{\frac{J}{m}}\right] = \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] =$$

$$\frac{20\ 000}{3\ 691{,}95} = 5{,}41719144 = \left[\frac{1-(1+i)^{-6}}{i}\right]$$

Debe buscarse el interés (i) que cumpla la condición anterior (método de tanteo). Para este ejemplo, (i=3 %), y como la capitalización es semestral, el interés nominal anual es de 6 %.

2. Una empresa se endeuda por un monto de $20 000 a un interés nominal anual del 6 %. La deuda capitaliza cada semestre y la cuota es de $3 691,95. Determine el plazo de la deuda. Debe despejarse la variable tiempo, mediante el uso de logaritmos.

$$VP = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \rightarrow \quad \frac{VP}{R} = \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$\frac{VP}{R}\ i - 1 = -\left(1+\frac{J}{m}\right)^{-n} \rightarrow -\log\left(-\frac{VP}{R}\ i + 1\right) = n\ log\left(1+\frac{J}{m}\right)$$

$$n = -\frac{\log\left(-\frac{VP}{R}\ i+1\right)}{log\left(1+\frac{J}{m}\right)} = -\frac{-0{,}07702335}{0.0128377} = 6$$

3. Suponga que se decide crear un fondo de capitalización por $100 000, a un plazo de cinco años capitalizable por mes. Si la cuota es de $1 224,44, determine el interés de la transacción.

4. Debe buscarse el interés (i) que cumpla la condición anterior (método de tanteo). Para este ejemplo, (i=1 %), y como la capitalización es mensual, el interés nominal anual es de 12 %.

$$VF = R\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right] =$$

$$\frac{VP}{R} = \left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right] = \frac{100.000}{1.224{,}44} = \left[\frac{(1+i)^{60}-1}{i}\right]$$

$$81{,}66966986 = \left[\frac{(1+i)^{60}-1}{i}\right]$$

5. Suponga que se decide crear un fondo de capitalización por $100 000, al 12 % de interés nominal anual capitalizable por mes. Si la cuota es de $1 224,44, determine el plazo de la transacción.

$$VF = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] =$$

$$\frac{VP\ i}{R} + 1 = (1+i)^n \rightarrow n = \frac{log\left(\frac{VP\ i}{R} + 1\right)}{log((1+i))}$$

$$n = \frac{0{,}25928243}{0.00432137} = 60$$

El plazo de la transacción es de 60 períodos, y como la capitalización es mensual, el tiempo es de 5 (60/12) años.

6. Una enfermera conoce que se ha de jubilar dentro de 30 años, por lo que decide abrir un fondo de inversión complementario, con cuotas semestrales de $300. La operadora de pensiones le ofrece un interés del 6 % anual capitalizable por semestre. a- ¿Cuánto tendría la enfermera el día de su jubilación? b-Si a los 15 años, a partir de hoy, el interés sube a 7 % anual capitalizable por semestre, cuánto se tendría el día de la jubilación.

$$a{:}\ VF = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = 300\left[\frac{(1+3\%)^{30} - 1}{3\%}\right] = \$48\ 916{,}03$$

El valor futuro es de $48 916,03

$$b{:} VF = 300\left[\frac{(1+3\ \%)^{15} - 1}{3\ \%}\right](1+3{,}5\%)^{15} + 300\left[\frac{(1+3{,}5\ \%)^{15} - 1}{3{,}5\ \%}\right]$$

$$VF = 40\ 060{,}32 + 15\ 486{,}8 = 55\ 547{,}12$$

El valor futuro es de $55 547,12

7. La familia Mora, desea establecer un fondo para su vejez. Entre ambos pueden ahorrar al mes la suma $5 000, y se espera que se jubilen dentro de 36 años. Un banco les ofrece un interés del 5 % anual convertible por mes. ¿Cuál sería el monto del fondo en el momento de su jubilación?
   R/ $6 032 479,63

8. El señor Gómez desea ahorrar por mes la suma de $10 000. Si el interés anual es del 5 % capitalizable mensualmente, cuánto tiempo se requiere para tener un monto de $11 360 924,25.
   R/ 35 años.

BIBLIOGRAFÍA

Libros

Chinchilla, F. (2000). *Elementos de Legislación Mercantil*. San José, Costa Rica: Editorial ITAE.

Díaz, A. y Aguilera, V. (2013). *Matemática Financieras*. (5ª. ed.). México: Mc Graw Hill.

Escoto, R. (2007). *Banca Comercial*. San José, Costa Rica: EUNED.

Gitman, L. (2007). *Principios de Administración Financiera*. (11ª. ed.). Pearson Addison Wesley.

Jiménez, H. (2010). *Curso de Derecho Bancario*. San José, Costa Rica: EUNED.

Meoño, M., Escoto, R. (2006). *Operaciones Bursátiles*. San José, Costa Rica: EUNED.

Merino, J. (1998). *Matemática financiera e ingeniería económica. Una introducción a las finanzas.* San José: T&C Impresos.

Portus, L. (1996). *Matemáticas Financieras*. México: Editorial Mc Graw Hill.

Urrutia, C. (2016). *Banca Comercial: una visión global desde la perspectiva costarricense*. San José, Costa Rica: EUNED.

Fuentes electrónicas

Banco Central de Costa Rica. (2016). *Regulaciones de Política Monetaria*. Recuperado el 25-05-2017 de http://www.bccr.fi.cr/marco_legal/reglamentos/Regulaciones_Politica_Monetaria.pdf

Loría, M. (2013). *El Sistema Financiero Costarricense en los últimos 25 años: Estructura y Desempeño*. San José: Academia de Centroamérica. Recuperado el 07-04-2017 de https://www.academiaca.or.cr/wp-content/uploads/2017/03/estructura-y-desempeno.pdf

Matarrita, R, Ledezma, J. (s.f.). *Aspectos Generales del Mercado de Valores Costarricense.*

Ramos, R.; Rugama, M. (2009). *Supervisión del Sistema Financiero Nacional, análisis de su constitución, desarrollo, responsabilidad del Ente Supervisor en la implementación de los Principios de Basilea y situación actual*. Tesis de Grado. Universidad de Costa Rica. Recuperada el 29-04-2017 de http://iij.ucr.ac.cr/sites/default/files/documentos/supervision_del_sistema_financiero_nacional.pdf

República de Costa Rica. Asamblea Legislativa. (1964). *Código de Comercio N° 3284 del 30-04-1964*. Recuperada el 05-05-2017 de http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=6239&nValor3=105748&param2=4&strTipM=TC&lResultado=31&strSim=simp

República de Costa Rica. Asamblea Legislativa. (1972). *Ley Reguladora de Empresas Financieras no Bancarias N° 5044 del 13-09-1972*. Recuperada el 05-05-2017, http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=38328&nValor3=40407&strTipM=TC

República de Costa Rica. Asamblea Legislativa. (1988). Ley de Modernización del Sistema Financiero de la República N° 7107 del 04-11-1988. Recuperada el 05-05-2017 de http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=36461&nValor3=38442&strTipM=TC

República de Costa Rica. Asamblea Legislativa. (1994). *Ley de Regulación de la Actividad de Intermediación Financiera de las Organizaciones Cooperativas N° 7391 del 27-04-1994.* Recuperada el 05-05-2017 de http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=11935&nValor3=93291&strTipM=TC

República de Costa Rica. Asamblea Legislativa. (1995). *Ley Régimen Privado de Pensiones Complementarias* N° 7523 del 07-07-1995. Recuperada el 05-05-2017 de http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=58939&nValor3=73501&strTipM=TC

República de Costa Rica. Asamblea Legislativa. (1995). *Ley Orgánica del Banco Central N° 7558 del 03-11-1995*. Recuperada el 05-05-2017 de http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?nValor1=1&nValor2=40928

República de Costa Rica. Asamblea Legislativa. (1997). *Ley Reguladora del Mercado de Valores N°* 7732 del 17-12-1997. Recuperada el 05-05-2017 de http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=29302&nValor3=0&strTipM=TC

República de Costa Rica. Asamblea Legislativa. (2000). *Ley de Protección al Trabajado N°7983 del 16-02-2000.* Recuperada el 05-05-2017 de http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?nValor1=1&nValor2=43957

República de Costa Rica. Asamblea Legislativa. (2001). *Ley de Fortalecimiento de la Legislación contra el Terrorismo N°* 8204 del 26-12-2001. Recuperada el 05-05-2017 de http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=65070&nValor3=75876&strTipM=TC

República de Costa Rica. Asamblea Legislativa. (2008). *Ley Reguladora del Mercado de Seguros* N° 8653 del 22-07-2008. Recuperada el 05-05-2017 de http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=63749&nValor3=86106&strTipM=TC

República de Costa Rica. Asamblea Legislativa. (2009). *Ley sobre estupefacientes, sustancias psicotrópicas, drogas de uso no autorizado, actividades conexas, legitimación de capitales y financiamiento al terrorismo N°* 8719 del 04-03-2009. Recuperada el 05-05-2017 de http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=48392&nValor3=93996&strTipM=TC

Superintendencia General de Entidades Financieras (2017). *Página oficial*. Recuperada el 08-05-2017 de https://www.sugef.fi.cr/

Superintendencia General de Entidades Financieras. (2004). *Reglamento sobre límites de crédito a personas individuales y grupos de interés económico. Acuerdo Sugef 5-04.* Recuperado el 20-05-2017 de http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=53942&nValor3=81452&strTipM=TC

Superintendencia General de Valores. (2017). *Página oficial*. Recuperada el 08-05-2017 de http://www.sugeval.fi.cr/Paginas/Inicio.aspx

Superintendencia General de Seguros. (2017). *Página oficial*. Recuperada el 08-05-2017 de http://www.sugese.fi.cr/

Superintendencia de Pensiones. (2017). *Página oficial*. Recuperada el 08-05-2017 de https://www.supen.fi.cr/web/supen/inicio

ACERCA DE LOS AUTORES

MBA. Diego Campos Campos

Máster en Administración de Empresas con Énfasis en Finanzas por la Universidad Interamericana de Costa Rica.

Licenciado en Economía por la Universidad de Costa Rica.

Profesor de la Universidad de Costa Rica, Sede Guanacaste, desde 2004, en la carrera de Dirección de Empresas, en el área de Finanzas.

Académico de la Universidad Nacional, Sede Regional Chorotega, desde 2002, en las carreras de Administración, Gestión Empresarial del Turismo Sostenible y Comercio Internacional.

M.Sc. Carlos Luis Chanto Espinoza

Candidato a Doctor en Proyectos con énfasis en Tecnologías de la información y Comunicación de la Universidad Internacional Iberoamericana (UNINI)-México.

Licenciado en Informática con énfasis en Sistemas de Información, de la Universidad Nacional de Costa Rica.

Maestría en Gerencia en Administración de Proyectos de Desarrollo del Instituto Centroamericano en Administración Pública (ICAP).

Maestría en Dirección Estratégica. Especialidad en Tecnologías de la Información de Universidad Internacional Iberoamericana UNINI – Puerto Rico.

Maestría en Dirección Estratégica en Tecnologías de la información. Universidad Europea Miguel de Cervantes. España.

Académico de la carrera de Ingeniería en Sistemas de Información desde 2002 y Coordinador de la Unidad de Gestión Tecnológica de la Universidad Nacional de Costa Rica, Sede Regional Chorotega, Campus Liberia.

M.Sc. Róger Valderrama González

Máster en Gestión Educativa con Énfasis en Liderazgo por la Universidad Nacional de Costa Rica.

Licenciado en Derecho y Notario Público por la Universidad de Costa Rica.

Académico de la Universidad Nacional, Sede Regional Chorotega desde 1991, donde imparte cursos en el área jurídica de las carreras de Administración, Gestión Empresarial de Turismo Sostenible, Comercio y Negocios Internacionales.

Posee experiencia de 30 años en la Administración Pública, donde ocupó diferentes cargos, entre ellos: Representante Legal, Jefe de Oficina y Director Regional del Patronato Nacional de la Infancia en la Región Chorotega.

Autor del libro: "*La Adopción en el Ordenamiento Jurídico Costarricense*" (2016).

Coautor de los libros "*Banca Central: elementos legales y económicos de política monetari*a" (2015) y "*Proyectos de Inversión Turística en Costa Rica: con referencia a la Unidad de Planeamiento Turístico Guanacaste Norte*" (2017).

MBA. Roberto Villalobos Paniagua

Máster en Administración de Empresas con Énfasis en Finanzas por la Universidad Interamericana de Costa Rica.

Licenciado en Economía por la Universidad Nacional de Costa Rica.

Experiencia académica en el Departamento de Investigación- Extensión de la Escuela de Economía de la Universidad Nacional de Costa Rica.

Profesor en la Universidad Latina de Costa Rica y el Colegio Universitario de Alajuela.

Académico de la Universidad Nacional, Sede Regional Chorotega, desde 1992, en las carreras de Administración, Gestión Empresarial del Turismo Sostenible, Comercio Internacional e Ingeniería en Informática.

Profesor de la Universidad de Costa Rica, Sede Guanacaste, en la carrera de Dirección de Empresas en el área de Finanzas.

Ha sido coordinador de proyectos de investigación-extensión de la Sede Regional Chorotega.

Ha asesorado empresas y organizaciones en el sector privado costarricense.

Coautor de los libros "*Banca Central: elementos legales y económicos de política monetaria*" (2015) y "*Proyectos de Inversión Turística en Costa Rica: con referencia a la Unidad de Planeamiento Turístico Guanacaste Norte*" (2017).

El crecimiento de la actividad económica en Costa Rica y, en especial, en la Región Chorotega, acaecido en los últimos años, así como la proyección de nuevas inversiones en esta región, ha posicionado las actividades relacionadas con la administración y el turismo, como las más importantes, en cuanto a su impacto en la creación de nuevas fuentes de trabajo, actividades productivas para la región, y como áreas de necesidad académica, tanto presente como futura.

El libro describe el análisis de conceptos financieros y del valor del dinero en el tiempo. Realiza un desarrollo conceptual de la teoría financiera; contextualiza dichos conceptos a las realidades concretas del sector empresarial de la zona. Asimismo, se ejemplifica en el desarrollo práctico, la utilización de herramientas tecnológicas, como el uso de la calculadora financiera y el programa Microsoft Excel, aplicado al desarrollo práctico de las finanzas empresariales.

editorial
JADE
Publicamos para el Mundo
ISBN 978-9930-509-09-8
9 789930 509098