

**UNIVERSIDAD NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
ESCUELA DE TOPOGRAFÍA, CATASTRO Y GEODESIA**



Trabajo Final de Graduación en la modalidad de:
Proyecto de Graduación

Implementación de un modelo cinemático lineal para la transformación espacial de coordenadas basado en las soluciones semanales finales de las estaciones GNSS activas del Marco Geodésico Nacional de Referencia CR-SIRGAS: épocas de referencia 2019,24 y 2022,90

Lorenzo David Aguilar Elizondo

CAMPUS OMAR DENGO
HEREDIA, COSTA RICA
AGOSTO, 2025

Este trabajo fue _____ por el Tribunal Evaluador de la Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia de la Universidad Nacional, como requisito parcial para optar al grado de Licenciatura en Ingeniería en Topografía y Geodesia

MEd. Gabriela Cordero Gamboa
Presidenta del Tribunal Evaluador

MSc. Efraín Menjívar Pérez
Representante de la ETCG

Dr-Ing. Jorge Moya Zamora
Tutor

MSc. Sara Bastos Gutiérrez
Asesora

MSc. José Francisco Valverde Calderón
Asesor

Lorenzo David Aguilar Elizondo
Graduando

Dedicatoria

A Dios, a mis padres Carmen Elizondo Fonseca y Carlos Aguilar Castro, que con su apoyo desde siempre me han formado como la persona que actualmente soy, gracias por nunca dejarme solo y por creer en mí. Con su amor, apoyo y esfuerzo me brindaron la oportunidad de estudiar y optar por una profesión. Sin ustedes esto no hubiese sido posible, no existen palabras para describir mi agradecimiento con ustedes. Este trabajo es por y para ustedes. Los amo con todo mi corazón.

Reconocimientos

Sobran las palabras para agradecer a todas las personas que me brindaron todo su apoyo, muy especialmente a mis colegas y amigos: Daniela Flores Porras y Sergio Quirós Arce, gracias, por apoyarme en todo momento y darme esas palabras de aliento que fueron de gran ayuda en este proceso.

A mi grupo de asesores, José Francisco Valverde Calderón y Sara Bastos Gutiérrez gracias inmensamente por su tiempo, toda su ayuda y sugerencias que permitieron mejor el desarrollo de este Trabajo Final de Graduación. Gracias por compartir su conocimiento conmigo.

A mi novia Julissa Barquero Mora, gracias por acompañarme desde el inicio de este proyecto, por todas sus palabras de aliento en cada momento, más en esos de cansancio y de frustración. Fuiste un gran apoyo para mí.

El mayor de los agradecimientos a mi profesor, mentor y gran amigo Jorge Moya Zamora, gracias por brindarme esperanza y confiar en mi cuando tuve un panorama complicado en mi desarrollo profesional y personal. Inmensamente gracias por compartir de su gran conocimiento conmigo durante los cursos brindados y desarrollo de este Trabajo Final de Graduación. Fue, es y será un completo privilegio trabajar con usted. Gracias por todas sus recomendaciones, las cuales permitieron enriquecer esta investigación. Admiro tanto su gran conocimiento, carrera profesional, amor por nuestra profesión, esmero y dedicación con todos sus estudiantes. Le agradezco por todo el tiempo y paciencia que tuvo. Fue un camino arduo con algunos momentos de frustración, pero en todo momento de mucho aprendizaje, gracias por su guía. Finalmente, gracias por ser parte de este proceso de crecimiento personal y profesional, el cual quedará siempre marcado en mi vida. Muchas Gracias, amigo mío.

Índice de contenidos

Contenido	Página
Resumen	xvii
Abstract	xviii
Capítulo 1: Introducción	1
Capítulo 2: Marco teórico	2
2.1 Sistemas y Marcos de Referencia Geodésicos	2
2.2 Red GNSS de Operación Continua de SIRGAS (SIRGAS-CON)	4
2.3 Marco Nacional Geodésico de Referencia de Costa Rica CR-SIRGAS	6
2.4 Relación entre los Marcos de Referencia	8
2.5 Modelo Cinemático de Transformación.....	11
2.6 Determinación de Parámetros de Transformación	13
2.6.1 Modelo lineal de regresión	16
2.7 Análisis exploratorio de datos	18
Capítulo 3: Objetivos	19
Objetivo general:	19
Objetivos específicos:	19
Capítulo 4: Metodología	20
4.1 Búsqueda y respaldo de los datos de coordenadas geocéntricas	20
4.2 Generación de la base de datos con las coordenadas geocéntricas	21
4.3 Rutinas informáticas de cálculo	22
4.3.1 Script para el cálculo de las velocidades de las coordenadas XYZ	22
4.3.2 Script para el cálculo de los parámetros de transformación.....	24
4.3.3 Script para las variaciones de los parámetros de transformación.....	27
4.3.4 Script para la transformación de coordenadas.....	28

4.4	Cálculo de las velocidades de las coordenadas geocéntricas	30
4.5	Depuración de la base de datos	33
4.6	Cálculo de los parámetros de transformación	35
4.7	Cálculo de las variaciones temporales de los parámetros de transformación	39
4.8	Validación del modelo lineal cinemático de transformación	39
Capítulo 5: Análisis de resultados.....		42
5.1	Velocidades para las estaciones GNSS por medio de un modelo lineal	42
5.2	Series de tiempo para las estaciones GNSS	44
5.3	Parámetros de transformación.....	49
5.3.1	Parámetros de transformación estimados con una tolerancia de ± 10 mm	50
5.3.2	Parámetros de transformación estimados con una tolerancia de ± 20 mm	55
5.3.3	Parámetros de transformación estimados con una tolerancia de ± 30 mm	60
5.4	Análisis de los residuales producto del cálculo de parámetros de transformación	66
5.4.1	Residuales estimados con una tolerancia de ± 10 mm	66
5.4.2	Residuales estimados con una tolerancia de ± 20 mm	70
5.4.3	Residuales estimados con una tolerancia de ± 30 mm	74
5.5	Parámetros de transformación ajustados y sus variaciones temporales	79
5.6	Validación del modelo lineal cinemático de transformación	81
Capítulo 6: Conclusiones		89
Capítulo 7: Recomendaciones		94
Referencias		96
Anexos		103

Índice de cuadros

Contenido	Página
Cuadro 4.1. Estructura utilizada para generar la base de datos del proyecto.	21
Cuadro 4.2. Estructura de datos de entrada para el script de cálculo de velocidades. La columna SEM corresponde a la semana y la columna COD al código de la estación.....	23
Cuadro 4.3. Estructura para la información general del ajuste empleado para el cálculo de las velocidades	24
Cuadro 4.4. Estructura para importar datos al script utilizado para el cálculo de las variaciones temporales de los parámetros de transformación	27
Cuadro 4.5. Estructura de los archivos de texto para importar datos al script utilizado para la transformación de coordenadas geocéntricas	28
Cuadro 4.6. Información técnica de las estaciones GNSS de medición continua empleadas en los cálculos matemáticos.....	31
Cuadro 4.6. Coordenadas geocéntricas referidas a la época 2019,24 y semana 2046 de las estaciones empleadas en el cálculo de los parámetros de transformación	37
Cuadro 5.1. Coordenadas geocéntricas que mejor se ajustan al modelo lineal y sus respectivas velocidades referidas a la época 2019,24 de las estaciones GNSS de medición continua incorporadas en CR-SIRGAS y SIRGAS-CON.....	43
Cuadro 5.2. Conjunto de parámetros de transformación calculados mediante la implementación de un valor de tolerancia de ± 10 mm	51
Cuadro 5.3. Conjunto de parámetros de transformación calculados mediante la implementación de un valor de tolerancia de ± 20 mm	56
Cuadro 5.4. Conjunto de parámetros de transformación calculados mediante la implementación de un valor de tolerancia de ± 30 mm	60
Cuadro 5.5. Conjunto de parámetros de transformación y sus respectivas variaciones temporales referidos a la época 2019,24 que dan origen al modelo lineal de transformación cinemático de coordenadas	79
Cuadro 5.6. Estadística del conjunto de diferencias entre las coordenadas planas transformadas y las de verificación para cada proceso de transformación realizado	81

Índice de figuras

Contenido	Página
Figura 2.1. Sistema geocéntrico fijado a la Tierra y definición del ITRS.....	3
Figura 2.2. Distribución espacial de las estaciones GNSS que materializan la Red SIRGAS-CON	5
Figura 2.3. Distribución espacial de las estaciones GNSS que forman parte de CR-SIRGAS y SIRGAS-CON.....	7
Figura 2.4. Serie de tiempo para la estación SAGE.....	8
Figura 2.5. Esquema de los parámetros de transformación que relacionan marcos de referencia...9	
Figura 4.1. Captura de la pantalla inicial de Octave al ejecutar el script de cálculo de velocidades	23
Figura 4.2. Captura de la pantalla inicial de Octave al ejecutar el script de cálculo de parámetros de transformación.....	25
Figura 4.3. Fragmento de código utilizado para la construcción de la matriz de configuración del proceso de ajuste para el cálculo de los parámetros de transformación.....	26
Figura 4.4. Captura de la pantalla inicial de Octave al ejecutar el script de cálculo para las variaciones temporales de los parámetros de transformación.....	28
Figura 4.5. Distribución espacial de las estaciones que se emplearon en el cálculo de los parámetros de transformación.....	35
Figura 4.6. Distribución espacial de las estaciones que se descartaron en el cálculo de los parámetros de transformación.....	36
Figura 4.7. Distribución espacial de los vértices geodésicos utilizados en un primer escenario para la validación del modelo de transformación.....	40
Figura 5.1. Serie de tiempo basada en la diferencia de coordenadas geocéntricas para la estación AACR entre la semana 2046 y la 2237.....	45
Figura 5.2. Serie de tiempo basada en la diferencia de coordenadas geocéntricas para la estación NEIL entre la semana 2046 y la 2237.....	46
Figura 5.3. Serie de tiempo basada en la diferencia de coordenadas geocéntricas para la estación NYCO entre la semana 2046 y la 2237.....	48

Figura 5.4. Desplazamientos en coordenadas planas obtenidos de los vértices empleados en la transformación de coordenadas entre la semana 2046 y la 216783

Figura 5.5. Desplazamientos en coordenadas planas obtenidos de los vértices empleados en la transformación de coordenadas entre la semana 2238 y la 226488

Índice de gráficos

Contenido	Página
Gráfico 4.1. Cantidad de semanas con solución disponible por estación GNSS de medición continua en el periodo de estudio.....	32
Gráfico 5.1. Cantidad de soluciones empleadas por estación GNSS en el proceso de cálculo de los parámetros de transformación según el factor de tolerancia aplicado	49
Gráfico 5.2. Comportamiento de las traslaciones en el eje X calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm.....	52
Gráfico 5.3. Comportamiento de las traslaciones en el eje Y calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm.....	52
Gráfico 5.4. Comportamiento de las traslaciones en el eje Z calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm.....	53
Gráfico 5.5. Comportamiento de las rotaciones en el eje X calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm.....	53
Gráfico 5.6. Comportamiento de las rotaciones en el eje Y calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm.....	54
Gráfico 5.7. Comportamiento de las rotaciones en el eje Z calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm.....	54
Gráfico 5.8. Comportamiento de las traslaciones en el eje X calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm.....	57
Gráfico 5.9. Comportamiento de las traslaciones en el eje Y calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm.....	57
Gráfico 5.10. Comportamiento de las traslaciones en el eje Z calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm.....	58
Gráfico 5.11. Comportamiento de las rotaciones en el eje X calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm.....	58
Gráfico 5.12. Comportamiento de las rotaciones en el eje Y calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm.....	59
Gráfico 5.13. Comportamiento de las rotaciones en el eje Z calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm.....	59

Gráfico 5.14. Comportamiento de las traslaciones en el eje X calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm	61
Gráfico 5.15. Comportamiento de las traslaciones en el eje Y calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm	62
Gráfico 5.16. Comportamiento de las traslaciones en el eje Z calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm	63
Gráfico 5.17. Comportamiento de las rotaciones en el eje X calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm	64
Gráfico 5.18. Comportamiento de las rotaciones en el eje Y calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm	64
Gráfico 5.19. Comportamiento de las rotaciones en el eje Z calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm	65
Gráfico 5.20. Comportamiento de los residuales en la componente norte producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm	66
Gráfico 5.21. Tendencia de los residuales en la componente este producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm	67
Gráfico 5.22. Tendencia de los residuales en la componente altura producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm	68
Gráfico 5.23. Boxplot para los valores de las coordenadas topocéntricas N, E, U contemplando una tolerancia de ± 10 mm	69
Gráfico 5.24. Tendencia de los residuales en la componente norte producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm	70
Gráfico 5.25. Tendencia de los residuales en la componente este producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm	71
Gráfico 5.26. Tendencia de los residuales en la componente altura producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm	72
Gráfico 5.27. Boxplot para los valores de las coordenadas topocéntricas N, E, U contemplando una tolerancia de ± 20 mm	73
Gráfico 5.28. Tendencia de los residuales en la componente norte producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm	74

Gráfico 5.29. Tendencia de los residuales en la componente este producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm	75
Gráfico 5.30. Tendencia de los residuales en la componente altura producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm	76
Gráfico 5.31. Boxplot para los valores de las coordenadas topocéntricas N, E, U contemplando una tolerancia de ± 30 mm	78
Gráfico 5.32. Diferencias de coordenadas planas transformadas de la semana 2046 a la semana 2167	82
Gráfico 5.33. Diferencias de coordenadas planas transformadas para estaciones GNSS de medición continua entre distintas semanas de manera aproximada dentro del marco IGB20.....	86

Índice de anexos

Contenido	Página
Anexo 1. Script utilizado en el cálculo de las velocidades para las coordenadas geocéntricas ...	104
Anexo 2. Script utilizado en el cálculo de los parámetros de transformación	109
Anexo 3. Script utilizado en el cálculo de las variaciones temporales para los parámetros de transformación.....	115
Anexo 4. Script utilizado en la validación del modelo lineal cinemático de transformación de coordenadas.....	120
Anexo 5. Series de tiempo para las estaciones utilizadas en el cálculo de velocidades de las coordenadas geocéntricas y/o en la estimación de los parámetros de transformación.....	128
Anexo 6. Conjunto de parámetros de transformación estimados mediante una tolerancia de 10 mm	133
Anexo 7. Conjunto de parámetros de transformación estimados mediante una tolerancia de 20 mm	139
Anexo 8. Conjunto de parámetros de transformación estimados mediante una tolerancia de 30 mm	145
Anexo 9. Coordenadas geocéntricas transformadas para vértices geodésicos pasivos entre la semana 2046 y la semana 2167 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado	151
Anexo 10. Coordenadas planas producto de la transformación de coordenadas para vértices geodésicos pasivos entre la semana 2046 y la semana 2167 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado	154
Anexo 11. Coordenadas geocéntricas transformadas entre la semana 2238 y la semana 2264 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado	157
Anexo 12. Coordenadas planas producto de la transformación de coordenadas para estaciones GNSS entre la semana 2238 y la semana 2264 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado	160
Anexo 13. Coordenadas geocéntricas transformadas entre la semana 2238 y la semana 2290 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado	162

Anexo 14. Coordenadas planas producto de la transformación de coordenadas para estaciones GNSS entre la semana 2238 y la semana 2290 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado	165
Anexo 15. Coordenadas geocéntricas transformadas entre la semana 2238 y la semana 2316 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado	167
Anexo 16. Coordenadas planas producto de la transformación de coordenadas para estaciones GNSS entre la semana 2238 y la semana 2316 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado	170
Anexo 17. Coordenadas geocéntricas transformadas entre la semana 2238 y la semana 2342 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado	172
Anexo 18. Coordenadas planas producto de la transformación de coordenadas para estaciones GNSS entre la semana 2238 y la semana 2342 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado	175
Anexo 19. Desplazamientos en coordenadas planas obtenidos de los vértices empleados en la transformación de coordenadas entre la semana 2238 y 2290	177
Anexo 20. Desplazamientos en coordenadas planas obtenidos de los vértices empleados en la transformación de coordenadas entre la semana 2238 y la 2316 y la transformación de coordenadas entre la semana 2238 y 2342	179

Lista de acrónimos y siglas

AyA:	Instituto Costarricense de Acueductos y Alcantarillados
BIH:	Bureau International de l'Heure Oficina Internacional del Tiempo
CENAT:	Centro Nacional de Alta Tecnología
CR-SIRGAS:	Costa Rica. Sistema de Referencia Geodésico para las Américas
CRTM05:	Costa Rica Transversa Mercator 2005
CNPDG-UNA:	Centro Nacional de Procesamiento de Datos GNSS-Universidad Nacional
DGFI-TUM:	Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut Instituto Alemán de Investigación Geodésica. Universidad Técnica de Múnich
DORIS:	Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite Orbitografía Doppler y Radio Posicionamiento Integrado por Satélite
EOP:	Earth Orientation Parameters Parámetros de Orientación de la Tierra
GNSS:	Global Navigation Satellite System Sistema Global de Navegación por Satélite
GPS:	Global Positioning System Sistema de Posicionamiento Global

IGS:	International GNSS Service Servicio Internacional de GNSS
IBGE:	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística Instituto Brasileño de Geografía y Estadística
IERS:	International Earth Rotation and Reference Systems Service Servicio Internacional de Rotación de la Tierra y Sistemas de Referencia
IGN:	Instituto Geográfico Nacional de Costa Rica
ITRF:	International Terrestrial Reference Frame Marco Internacional de Referencia Terrestre
ITRS:	International Terrestrial Reference System Sistema Internacional de Referencia Terrestre
NAD83:	North American Datum of 1983 Datum Norteamericano de 1983
RN:	Registro Nacional
SI:	International System Sistema Internacional
SIRGAS:	Sistema de Referencia Geodésico para las Américas
SIRGAS-CON:	Red GNSS de Observación Continua de SIRGAS
SLR/LLR:	Satellite/Lunar Laser Ranging Rastreo Láser y Lunar

UCR: Universidad de Costa Rica

UNA: Universidad Nacional

VLBI: Very Long Baseline Interferometry
Interferometría de Línea Base Muy Larga

WGS84: World Geodetic System 1984

Resumen

Este Trabajo Final de Graduación presenta el desarrollo y validación de un modelo cinemático lineal de transformación espacial de coordenadas, basado en las soluciones finales semanales de las estaciones GNSS activas de CR-SIRGAS, el cual contempló información entre las épocas 2019,24 y 2022,90 en el marco CR-SIRGAS-ITRF14. El modelo se compone únicamente de las traslaciones en los tres ejes del sistema de coordenadas geocéntricas y sus respectivas tasas de cambio anuales.

El estudio evidenció la importancia de incluir las variaciones temporales de los parámetros de transformación, lo cual permite una mayor precisión en la determinación de posiciones espaciales. Las velocidades estimadas para cada estación GNSS reflejaron la influencia de la cinemática nacional, resaltando desplazamientos anuales. Se estudiaron diferentes parámetros de tolerancia para el proceso de transformación. Asimismo, las traslaciones se ajustaron adecuadamente a un modelo lineal y las rotaciones presentaron variaciones en el ámbito de los subsegundos de arco, razón por la cual no fueron integradas en el modelo final.

Se escribieron rutinas de cálculo en entornos como Octave, R Studio y hojas de cálculo, las cuales permitieron automatizar procesos y gestionar eficientemente grandes volúmenes de datos. La disponibilidad gratuita de datos GNSS por parte de SIRGAS fue crucial para la elaboración de la base de datos utilizada. Las validaciones del modelo generaron diferencias menores a ± 13 mm entre coordenadas transformadas y las de referencia, con diferencias inferiores a ± 11 mm cuando se expresaron en la proyección oficial CRTM05. El modelo resultó ser una herramienta robusta y esencial para la transformación de coordenadas.

Palabras clave: CR-SIRGAS, parámetros de transformación, variaciones temporales, programación, modelo lineal.

Abstract

This Final Graduation Project presents the development and validation of a linear kinematic model for spatial coordinate transformation, based on the weekly final solutions of the active GNSS stations of CR-SIRGAS. The model includes data from epochs 2019.24 to 2022.90 within the CR-SIRGAS-ITRF14 reference frame. It consists solely of translations along the three axes of the geocentric coordinate system and their respective annual rates of change.

The study demonstrated the importance of including the temporal variations of the transformation parameters, which allows for greater accuracy in the determination of spatial positions. The estimated velocities for each GNSS station reflected the influence of national kinematics, highlighting annual displacements. Different tolerance parameters for the transformation process were analyzed. Furthermore, the translations fitted well to a linear model, and the rotations showed variations in the range of sub-arcseconds, which is why they were not included in the final model.

Computation routines were developed using environments such as Octave, R Studio, and spreadsheets, enabling automation of processes and efficient management of large data volumes. The free availability of GNSS data provided by SIRGAS was crucial for the creation of the database used. The model validations yielded differences of less than ± 13 mm between transformed coordinates and the reference ones, and less than ± 11 mm when expressed in the official CRTM05 projection. The model proved to be a robust and essential tool for coordinate transformation.

Keywords: CR-SIRGAS, transformation parameters, temporal variations, programming, linear model.

Capítulo 1: Introducción

La transformación espacial de coordenadas es fundamental en la geodesia, ya que permite relacionar distintos sistemas de referencia usados en cartografía, monitoreo de deformaciones, navegación por satélite y gestión de datos geoespaciales. En este contexto, el Sistema Internacional de Referencia Terrestre (ITRS) y sistemas regionales derivados de esta referencia mundial han incorporado el componente temporal en sus modelos, debido a movimientos tectónicos y otras variaciones geodinámicas que afectan la posición de los puntos a lo largo del tiempo.

Con el aumento de la precisión instrumental y la necesidad de usar información geoespacial entre distintas épocas y marcos de referencia, se hace necesario emplear modelos que consideren no solo parámetros estáticos (traslaciones, rotaciones y escala), sino también sus tasas de cambio con respecto al tiempo. Esto es especialmente relevante en regiones como América del Sur y Costa Rica, donde la actividad tectónica puede generar desplazamientos significativos año con año.

Este trabajo propone la estimación de un modelo lineal cinemático para transformar coordenadas espaciales, el cual incorpora las variaciones temporales de los parámetros de transformación. La propuesta brinda una solución más ajustada a las condiciones reales de la cinemática del territorio nacional. Se utilizan coordenadas geocéntricas extraídas de las soluciones semanales de SIRGAS, que ofrecen información precisa y actualizada sobre la posición de estaciones GNSS de medición continúa distribuidas a lo largo del continente.

La metodología se basa en el modelo de transformación de Molodensky-Badekas, usado para establecer relaciones entre sistemas tridimensionales en zonas de poca extensión. Además, se aplica el método de mínimos cuadrados para estimar tanto los parámetros de transformación como sus tasas de cambio. El objetivo es desarrollar un mecanismo que permita realizar transformaciones de coordenadas con mayor precisión, integrando datos de diferentes épocas y la influencia del tiempo. La implementación modelo cinemático lineal para la transformación espacial de coordenadas, mejora la coherencia entre sistemas de referencia y la calidad de los productos geoespaciales generados.

Capítulo 2: Marco teórico

2.1 Sistemas y Marcos de Referencia Geodésicos

Un sistema de referencia es la definición teórica e ideal de una estructura geométrica que permite referir las coordenadas de puntos en el espacio y tiempo, el cual se encuentra definido por una terna de ejes coordenados y está constituido por un conjunto de parámetros, modelos convencionales y algoritmos. Este sistema queda definido por un datum geodésico, es decir, por un origen, direcciones de los ejes, escala y relaciones matemáticas para sus transformaciones espaciales y temporales y las constantes utilizadas en las definiciones y correcciones ([Berné et al, 2014](#)).

Los sistemas de referencia geodésicos permiten determinar la posición y el movimiento de la Tierra, como a su vez de otros cuerpos celestes, incluidos satélites artificiales, posiciones y movimientos en la superficie ([Torge, 2001](#)) y ([Torge & Müller, 2012](#)). Por lo que, contribuyen esencialmente en la obtención de resultados de alta precisión y fiabilidad. Estos sistemas claramente definidos permiten vincular las observaciones geodésicas y los parámetros estimados a una base global unificada o regional ([Angermann et al, 2013](#)).

Por otro lado, un marco de referencia se define como la realización de un sistema de referencia, es decir la materialización de este, por medio de un conjunto de puntos llamados estaciones de control, bases geodésicas, vértices geodésicos, estaciones de medición continua y entre otros, las cuales se acompañan de sus coordenadas, técnicas y métodos utilizados en su definición. Además, a un marco de referencia se le asocia un elipsoide de referencia y sus características físicas ([Hofmann-Wellenhof et al, 2008](#)) y ([Berné et al, 2014](#)).

Actualmente, se cuenta con una referencia global (ITRS), el cual es un sistema que rota con la Tierra en su movimiento debido a que tiene un eje fijado a la Tierra sólida, siendo geocéntrico, ecuatorial y métrico ([Angermann et al, 2013](#)). El origen de este sistema es el centro de masas de la Tierra, incluyendo los océanos y la atmósfera, su escala se define por medio del metro como unidad de longitud en el Sistema Internacional (SI), su orientación se mantiene en continuidad con acuerdos internacionales pasados, más específicamente, la orientación dada por la Oficina Internacional del Tiempo (BIH) a la época 1984,0.

Esta referencia se describe por un sistema cartesiano de mano derecha (X, Y, Z), donde el eje Z coincide con el eje de rotación terrestre y que es perpendicular al plano Ecuatorial, el cual contiene perpendicularmente a los ejes X y Y (Torge, 2001), (Torge & Müller, 2012), (Zhiping et al, 2014) y (Leick et al, 2015), cuya representación se muestra en la Figura 2.1.

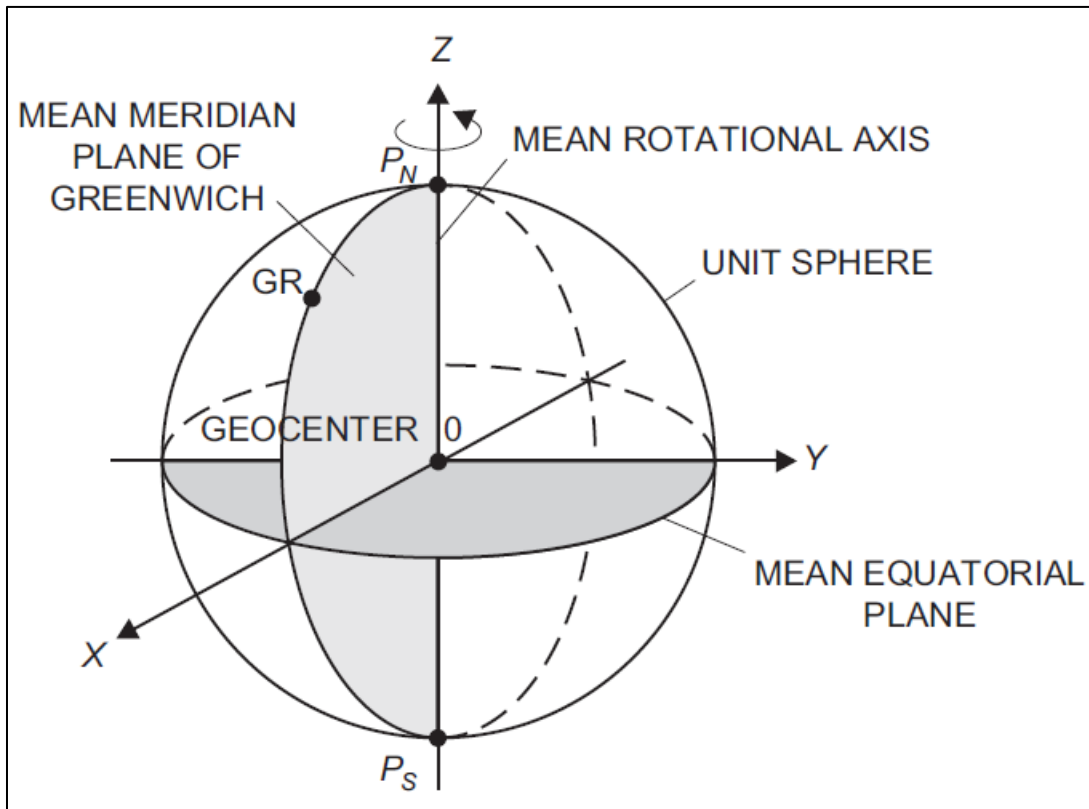


Figura 2.1. Sistema geocéntrico fijado a la Tierra y definición del ITRS
Fuente: (Torge & Müller, 2012)

Así mismo, el ITRS cuenta con su correspondiente materialización, la cual corresponde al Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF), realizado mediante las posiciones geocéntricas (X, Y, Z) de puntos físicos a lo largo del mundo, en una época de referencia acompañadas de sus velocidades, derivadas de la combinación de técnicas espaciales que contribuyen en el desarrollo. Las técnicas utilizadas son la Interferometría de muy Larga Base (VLBI), Rastreo Láser y Lunar (SLR/LLR), GNSS, Orbitografía Doppler y Radio Posicionamiento Integrado por Satélite (DORIS) (Angermann et al, 2013), (Zhiping et al, 2014) y (Altamimi et al, 2023). La realización y mantenimiento de los marcos de referencia son responsabilidad del Servicio Internacional de

Rotación de la Tierra y Sistemas de Referencia (IERS) ([Altamimi et al, 2023](#)), ([Leick et al, 2015](#)) y ([Torge & Müller, 2012](#)).

Cabe mencionar que el marco de referencia está sujeto a actualizaciones, las cuales se nombran como ITRF_{yy} y época t_0 , donde yy indica el último año cuyos datos se usaron en la formación del ITRF y referidos todos al 1 de enero del año correspondiente. Las actualizaciones de la ITRF incluyen ITRF89, ITRF90, ITRF91, ITRF92, ITRF93, ITRF94, ITRF95, ITRF96, ITRF97, ITRF2000, ITRF2005, ITRF2008, ITRF2014 ([Berné et al, 2014](#)) y ([Moya & Cedeño, 2017b](#)) y la más reciente, denominada como ITRF2020 en [Altamimi et al \(2023\)](#).

Un sistema y marco de referencia terrestre altamente preciso, consistente y confiable es fundamental para la medición y cartografía precisa de la superficie terrestre, así como para el seguimiento de sus variaciones a lo largo del tiempo ([Angermann et al, 2013](#)). Además, sus materializaciones son base fundamental para diversas aplicaciones prácticas, tales como ingeniería, navegación de alta precisión, Sistemas de Información Geográfica (SIG) y el establecimiento de redes geodésicas nacionales y regionales, que definen sistemas nacionales y regionales de referencia, como SIRGAS-CON y CR-SIRGAS, descritos en los siguientes enunciados.

2.2 Red GNSS de Operación Continua de SIRGAS (SIRGAS-CON)

El Sistema de Referencia Geodésico para las Américas como entidad científica ha tenido diferentes significados relacionados con su acrónimo a lo largo del tiempo, empezando con Sistema de Referencia Geocéntrico para América del Sur como nombre original, sin embargo, para el año 2021 cambió su nombre a Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas como recomendación de la Séptima Conferencia Cartográfica de las Naciones Unidas para las Américas (Nueva York, 22 al 27 de enero de 2001) y actualmente lleva el nombre de Sistema de Referencia Geodésico para las Américas, con objetivos adicionales como la determinación de un sistema de referencia físico unificado para gravimetría, alturas físicas y geoides ([Sánchez, 2022](#)).

Uno de los principales productos de esta entidad científica es la red SIRGAS-CON, la cual corresponde a la densificación regional del ITRF en América Latina ([Kehm et al, 2022](#)), está compuesta por una red de estaciones GNSS de medición continua con un total de 400 estaciones,

de las cuales 70 pertenecen a la red global de IGS ([Johnston et al, 2017](#)) y ([Kehm et al, 2022](#)). Esta red se basa en la contribución de más de 50 organizaciones, que instalan y operan las estaciones permanentes y proporcionan voluntariamente los datos de seguimiento para el procesamiento semanal ([Sánchez, 2022](#)). La distribución de las estaciones GNSS que materializan a SIRGAS-CON para el 06 de abril de 2025 se muestra en la Figura 2.2.

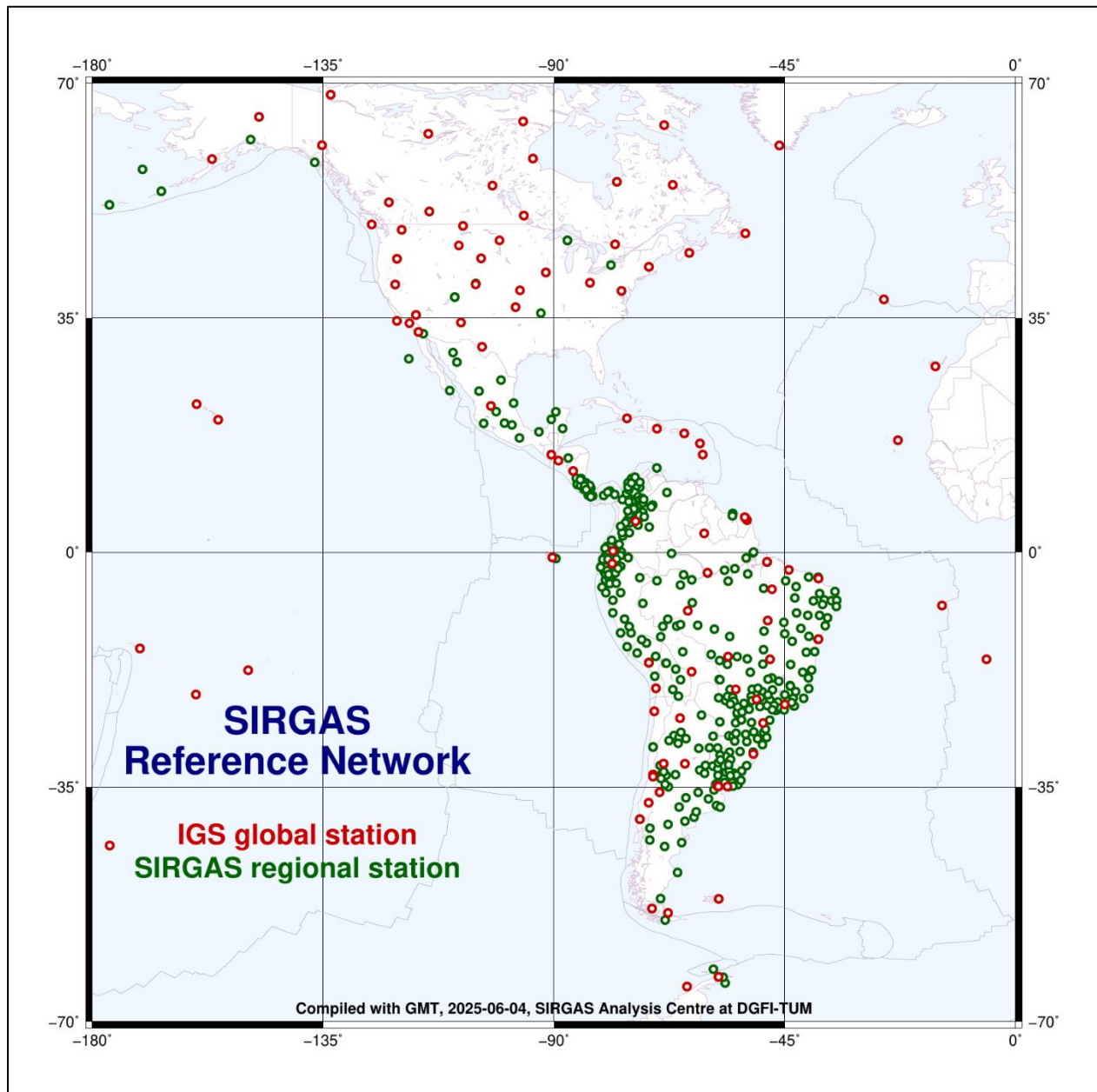


Figura 2.2. Distribución espacial de las estaciones GNSS que materializan la Red SIRGAS-CON
Fuente: <https://www.sirgas.org/es/sirgas-realizations/sirgas-con-network/>

El procesamiento de la red se realiza por medio de subredes, siguiendo los estándares descritos por IERS y contemplando las órbitas y relojes de los satélites, Parámetros de Rotación de la Tierra (EOP) determinados por los puntos fiduciales y utilizando los valores semanales finales pertenecientes a la red IGS ([Johnston et al, 2017](#)), ([Kehm et al, 2022](#)), ([Sánchez, 2022](#)) y ([Sánchez et al, 2022](#)). Lo cual, garantiza que las soluciones SIRGAS presenten estándares altos en cuanto a exactitud, brindando soluciones semanales finales ([Sánchez et al, 2022](#)).

La combinación de las soluciones es efectuada por dos centros de procesamiento, estos son el Instituto Alemán de Investigación Geodésica de la Universidad Técnica de Múnich (DGFI-TUM) y el Instituto Brasileño de Geografía y Estadística (IBGE), para lo cual, reciben los resultados (semilibres) generados por parte de los otros centros de procesamiento y comparan entre sí las soluciones para cada subred, con la finalidad de identificar los posibles valores atípicos y eliminarlos. Con esto se evita que introduzcan ruido a la solución final referida al ITRF y a la época de medición, garantizando resultados con altos estándares de calidad ([Sánchez, 2022](#)).

2.3 Marco Nacional Geodésico de Referencia de Costa Rica CR-SIRGAS

El CR-SIRGAS corresponde al actual marco de referencia geodésico de Costa Rica, siendo una referencia moderna que se basa en observaciones GNSS, realizadas por las estaciones de medición continua que lo componen ([Moya, 2022](#)). Este sistema se materializó en una primera oportunidad por medio de ocho estaciones GNSS de medición continua según la Directriz N° DIG-001-2020 y ([Álvarez & Gómez, 2020](#)), sin embargo, en la actualidad se encuentra materializado por medio por catorce estaciones, las cuales están incluidas en SIRGAS-CON, siendo del Registro Nacional (RN) y administradas por el Instituto Geográfico Nacional de Costa Rica (IGN), institución encargada de su mantenimiento y procesamiento de datos ([Moya et al, 2021](#)).

La primera realización de esta referencia horizontal fue adoptada en el 2018 por medio del Decreto Ejecutivo número 40962-MJP del 17 de abril de 2018, la cual estuvo vinculada el ITRF2008 (IGb08), referido a la época de medición 2014,59. Sin embargo, dos años más tarde se adopta la actual época de referencia de este sistema, oficializada por medio de la Directriz N° DIG-001-2020 del 4 de setiembre de 2020, indicando que el sistema CR-SIRGAS es referido a la época de medición 2019,24 y enlazado al ITRF2014-IGs14 ([Álvarez & Gómez, 2020](#)).

A lo largo del tiempo se han incluido nuevas estaciones de medición continua en CR-SIRGAS y en SIRGAS-CON, lo cual proporciona un total de dieciocho estaciones GNSS de medición continua (Moya, 2022), cuya distribución espacial se puede observar en la Figura 2.3.

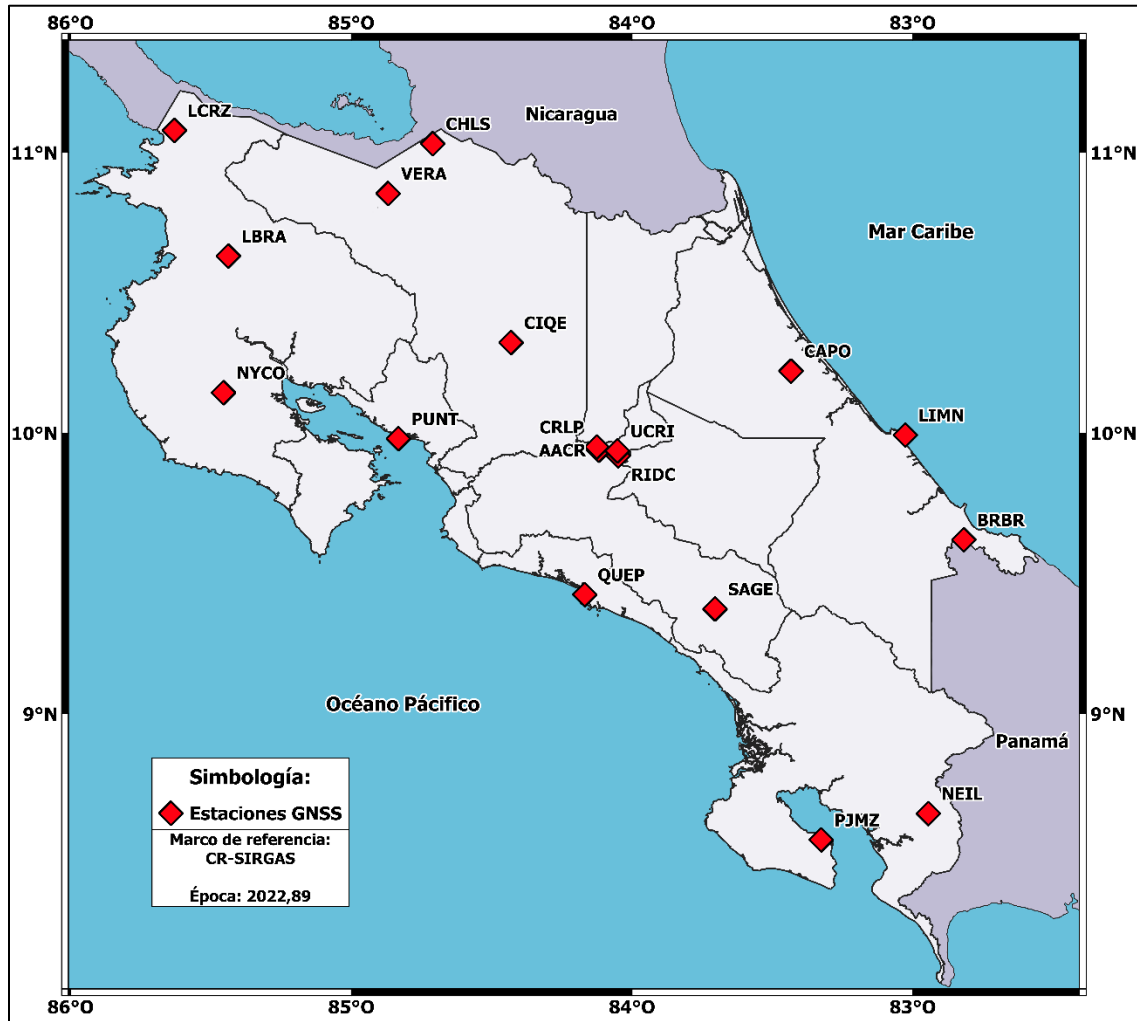


Figura 2.3. Distribución espacial de las estaciones GNSS que forman parte de CR-SIRGAS y SIRGAS-CON

Fuente: elaboración propia por medio del programa QGIS versión 3.32.3, adaptado de <https://www.sirgas.org/en/stations/> y <https://gnss.rnp.go.cr/SBC/spider-business-center>

Por otro lado, CR-SIRGAS es una referencia cinemática debido a que las estaciones que lo forman son procesadas semanalmente por los centros de procesamiento SIRGAS como parte del mantenimiento de SIRGAS-CON, donde las coordenadas geocéntricas son referidas a la versión más actualizada del marco internacional. Esto corresponde a una ventaja, ya que este estilo de procesamiento permite determinar las variaciones temporales en el conjunto de coordenadas,

debido a los cambios físicos de la superficie ([Moya, 2022](#)) y ([Moya et al, 2021](#)). Las variaciones de las coordenadas se pueden modelar mediante las series de tiempo, originando un mecanismo para conocer el comportamiento de las estaciones, por ejemplo, para la estación SAGE se muestra en coordenadas topocéntricas la serie temporal en la Figura 2.4.

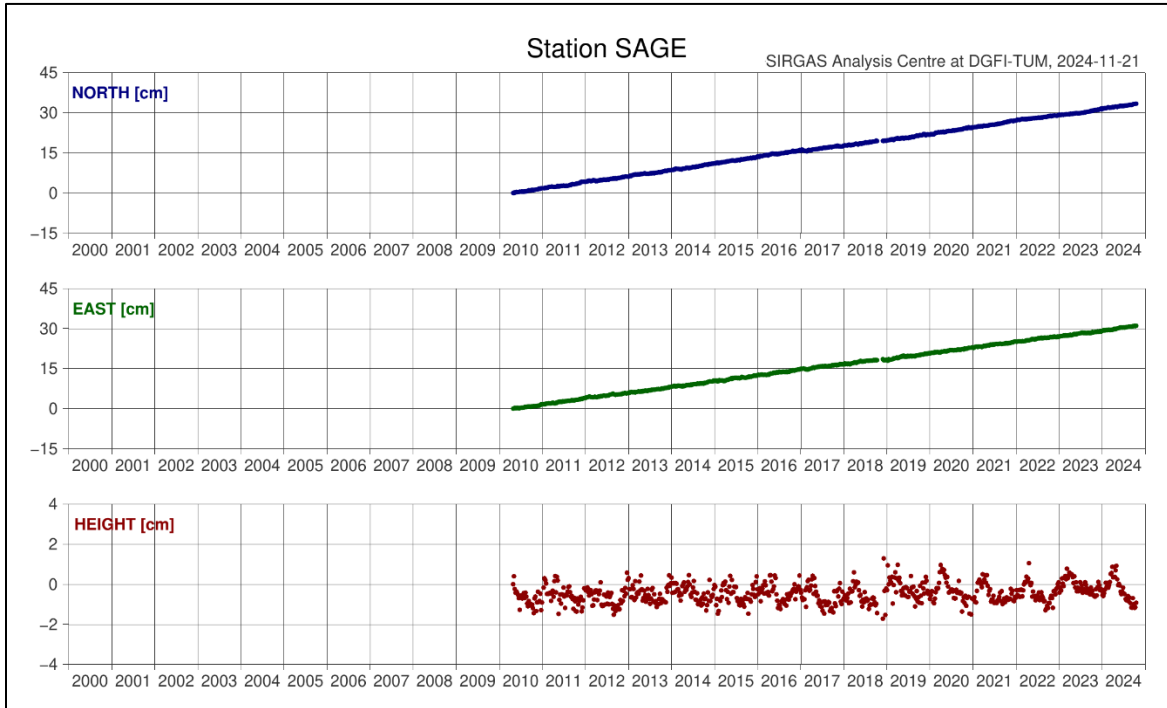


Figura 2.4. Serie de tiempo para la estación SAGE

Fuente: https://www.sirgas.org/fileadmin/data/sirgas_con/series/SAGE.png

2.4 Relación entre los Marcos de Referencia

En el ámbito de la geodesia los marcos de referencia se relacionan por medio de una serie de parámetros, exactamente siete parámetros en total, lo cual corresponde a una transformación de coordenadas llamada transformación de similitud o de Helmert ([Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005](#)), donde los parámetros son estimados por medio de las coordenadas geocéntricas de puntos idénticos, los cuales cuentan con un vínculo en ambos marcos de referencia que deben ser relacionados ([Hofmann-Wellenhof, 2008](#)) y ([Moya et al, 2021](#)).

La relación matemática entre un sistema de coordenadas A y B se establece por medio de tres traslaciones, estas determinan el desplazamiento del geocentro de un sistema con respecto al otro ([Guochang, 2007](#)), tres rotaciones relacionadas con los giros que sufren los tres ejes del sistema

debido al no paralelismo ([Zhiping et al, 2014](#)) y un factor de escala para que ambos sistemas sean del mismo tamaño ([Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005](#)), tal y como se presenta en la Figura 2.5.

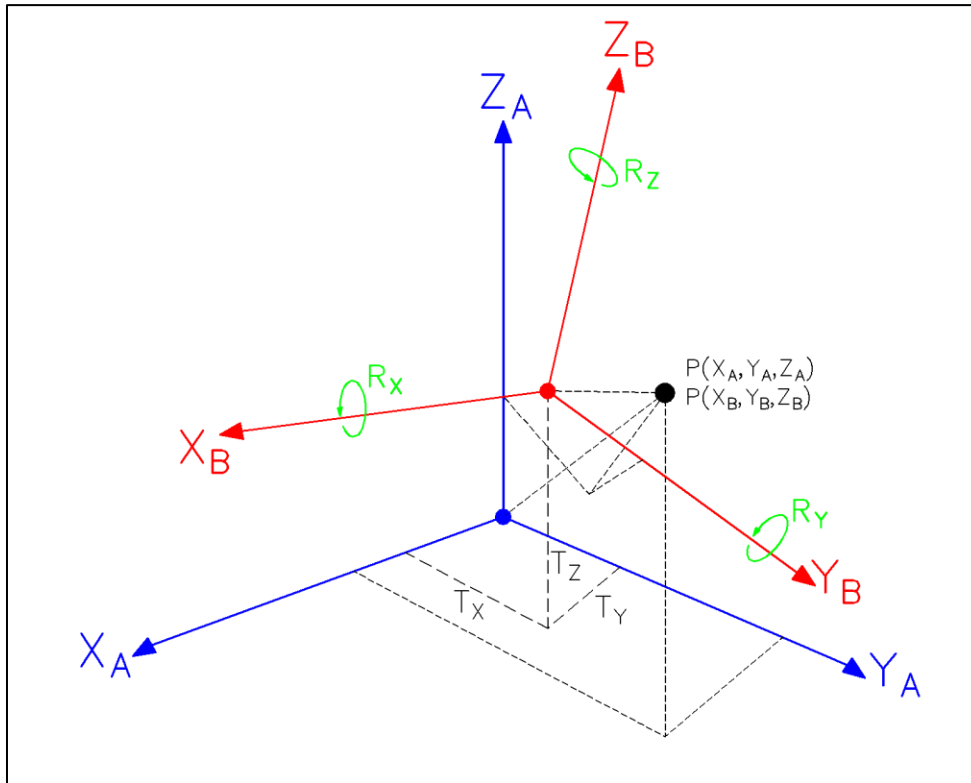


Figura 2.5. Esquema de los parámetros de transformación que relacionan marcos de referencia
Fuente: elaboración propia por medio del programa AutoCAD versión 2024, adaptado de (Moya et al, 2021)

Los parámetros se asocian por medio la relación matemática general de transformación, la cual es descrita por la ecuación 2.1 que se detalla a continuación ([Zhiping et al, 2014](#)):

$$X_B = T + mRX_A \quad (2.1)$$

Donde:

X_B : vector de coordenadas en el sistema B o llamado sistema nuevo.

T : vector de traslaciones.

m : factor de escala.

R : matriz de rotación, la cual es ortogonal.

X_A : vector de coordenadas en el sistema A o llamado sistema viejo.

Además, los giros pueden establecerse mediante la aproximación del seno al ángulo de giro y el coseno a la unidad y despreciando los términos de segundo orden. Por lo cual, la ecuación 2.1 puede escribirse en notación matricial mediante la ecuación 2.2 ([Guochang, 2007](#)) y ([Tran et al, 2022](#)):

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + (1 + m) \begin{bmatrix} 1 & R_z & -R_y \\ -R_z & 1 & R_x \\ R_y & -R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Esta formulación matemática también es conocida como una transformación de coordenadas por medio de la definición Bursa-Wolf, la cual corresponde a una variante del modelo clásico de Helmert. Este cambio es útil en la relación clásica entre marcos de referencia relacionados en área espaciales de mayor tamaño; es decir, preferibles para marcos internacionales ([Berné et al, 2014](#)).

Por otro lado, se encuentra el modelo de transformación de Molodensky–Badekas, el cual es una variante de la transformación definida como Bursa-Wolf que permite transformar coordenadas tridimensionales entre dos sistemas geodésicos distintas en áreas de menor extensión ([Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005](#)). De acuerdo con lo expresado por [Novikova et al \(2020\)](#) la transformación clásica de Helmert se refiere al centro de masas de la Tierra, mientras que el modelo de Molodensky–Badekas realiza la transformación respecto a un punto base o centroide definido por los puntos homólogos y nombrado baricentro. Esta variación mejora la precisión de las transformaciones de coordenadas en áreas de menor extensión, es decir, para zonas regionales y locales ([Kheloufi & Dehni, 2023](#)).

La transformación se basa en siete parámetros igualmente que el modelo de Bursa-Wolf, los cuales corresponden a tres traslaciones, tres rotaciones y un factor de escala. Estos parámetros se aplican a las coordenadas originales trasladadas al baricentro del sistema local. Matemáticamente, el modelo puede expresarse mediante una fórmula linealizada, la cual permite aplicar métodos de mínimos cuadrados para la estimación de los parámetros con ciertas variaciones con respecto al modelo de Bursa-Wolf, optimizando así la transformación para minimizar las discrepancias entre los sistemas de referencia ([Torge & Müller, 2012](#)) y ([Kheloufi & Dehni, 2023](#)).

La ventaja principal de la transformación de Molodensky–Badekas radica en su capacidad para ofrecer resultados precisos en su aplicación en áreas geográficas limitadas, lo que la convierte en una herramienta fundamental en aplicaciones como el ajuste de redes geodésicas nacionales, la integración de sistemas GNSS y la actualización de marcos de referencia regionales ([Zhiping et al., 2014](#)) y ([Kheloufi & Dehni, 2023](#)). Su capacidad para reducir los errores derivados de las transformaciones globales hace que este modelo sea una opción preferida en contextos de alta precisión ([Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005](#)).

2.5 Modelo Cinemático de Transformación

El modelo expresado por medio de la ecuación 2.1 corresponde a una solución estática ([Moya et al., 2021](#)), la cual puede modificarse y ampliarse para ser utilizada como un modelo cinemático de catorce parámetros de transformación, en donde se contemplan los siete parámetros mencionados con anterioridad y sus variaciones temporales a lo largo de un tiempo definido ([Soler & Marshall, 2003](#)), ([Soler & Marshall, 2002](#)) y ([Soler, 1998](#)).

Este modelo de transformación es empleado para relacionar las diferentes soluciones del ITRF ($ITRF_{yy}(t_i) \rightarrow ITRF_{zz}(t_0)$), ya que permite generar resultados con mayores exactitudes en comparación de otros modelos ([Altamimi et al., 2023](#)). El cual, se basa en la ecuación 2.3, donde la relación matemática de variables permite relacionar una posición en una época deseada (t_i) y con la época de referencia (t_0) contemplando su respectiva variación temporal, en otras palabras; con su velocidad de cambio espacial \dot{x} en un tiempo determinado. Esto principalmente respondiendo a un modelo lineal de regresión ([Soler & Marshall, 2002](#)):

$$x_A(t) = x_A(t_0) + \dot{x}_A(t_0)(t - t_0) \quad (2.3)$$

Ahora, partiendo de la ecuación 2.1 y 2.3 se puede determinar la fórmula 2.4, siendo la formulación del modelo lineal de transformación cinemática, que responde al desarrollo matemático que se describe en [Soler & Marshall \(2003\)](#), [Soler & Marshall \(2002\)](#) y [Soler \(1998\)](#), el cual se detalla a continuación.

$$x_B(t) = T_x + mR \left[[x_A(t_0) + \dot{x}_A(t_0)(t - t_0)] \right] + \left[[\dot{T}_x + [\dot{m}R + m\dot{R}]x_A(t_0)] \right] (t - t_0) \quad (2.4)$$

Los términos que presentan un punto como acento, corresponden a las variaciones temporales de cada parámetro según corresponda, por ejemplo, la variación temporal para la traslación del eje X es representada por \dot{T}_x . Ahora bien, para las tasas de cambio se asume una función lineal con el objetivo de determinar el valor de cada variación en función del tiempo, en este caso, entre las distintas épocas de referencia de las soluciones empleadas. Las razones de cambio se pueden determinar mediante la implementación de las ecuaciones 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 2.10 y 2.11 ([Soler, 1998](#)), ([Soler & Snay, 2004](#)), ([Pearson & Snay, 2013](#)), ([Yu & Wang, 2016](#)) y ([Wang et al, 2016](#)).

$$T_x(t) = T_x(t_0) + \dot{T}_x(t - t_0) \quad (2.5)$$

$$T_y(t) = T_y(t_0) + \dot{T}_y(t - t_0) \quad (2.6)$$

$$T_z(t) = T_z(t_0) + \dot{T}_z(t - t_0) \quad (2.7)$$

$$R_x(t) = [R_x(t_0) + \dot{R}_x(t - t_0)]m_r \quad (2.8)$$

$$R_y(t) = [R_y(t_0) + \dot{R}_y(t - t_0)]m_r \quad (2.9)$$

$$R_z(t) = [R_z(t_0) + \dot{R}_z(t - t_0)]m_r \quad (2.10)$$

$$m(t) = m(t_0) + \dot{m}(t - t_0) \quad (2.11)$$

El término $m_r = 4,84813681 \times 10^{-9}$ corresponde a la constante utilizada para la conversión angular de miliarco de segundos (mas) a radianes. Por otro lado, el valor de cada parámetro de transformación y de su correspondiente variación temporal es tomado como una cantidad constante en una época determinada ([Soler & Snay, 2004](#)).

2.6 Determinación de Parámetros de Transformación

En el ámbito de la transformación de coordenadas el principal objetivo es la determinación de los parámetros de transformación, los cuales son desconocidos en su inicio. Este problema es resuelto por medio del principio de mínimos cuadrados, ya que para el cálculo de los parámetros se requieren de al menos tres puntos idénticos (la cantidad de puntos está dada por la letra p), lo cual genera un sistema sobre determinado y cuya solución de basa en un ajuste matemático ([Hofmann-Wellenhof et al, 2008](#)) y ([Gargula & Gawronek, 2023](#)).

Primeramente, la ecuación 2.1 puede escribirse en términos matemáticos para la estimación de los parámetros de transformación mediante la ecuación 2.12 ([Zhiping et al, 2014](#)) y ([Tran et al, 2022](#)), tal y como se detalla a continuación.

$$\begin{bmatrix} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \\ Z_2 - Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_1 & Y_1 & X_1 \\ 0 & 1 & 0 & Z_1 & 0 & -X_1 & Y_1 \\ 0 & 0 & 1 & -Y_1 & X_1 & 0 & Z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ R_x \\ R_y \\ R_z \\ m \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

De la expresión anterior, se parte para la determinación de los parámetros de transformación por medio de las ecuaciones del principio de mínimos cuadrados, en donde las observaciones son las coordenadas geocéntricas de los puntos homólogos, las cuales se emplean para determinar el vector de observaciones reducidas descrito mediante la ecuación (2.13) ([Tran et al, 2022](#)).

$$l_{3p,1} = \begin{bmatrix} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \\ Z_2 - Z_1 \\ \vdots \\ X_p - X_p \\ Y_p - Y_p \\ Z_p - Z_p \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Así mismo, las incógnitas a resolver son los parámetros de transformación, los cuales se agrupan en el vector de incógnitas ([Moya et al, 2021](#)). Este vector está dado por la ecuación matemática 2.14 ([Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005](#)) y ([Hofmann-Wellenhof et al, 2008](#)).

$$\hat{x}_{1,7} = [T_x \ T_y \ T_z \ R_x \ R_y \ R_z \ m]^T \quad (2.14)$$

De acuerdo con [Hofmann-Wellenhof et al \(2008\)](#), los valores de los parámetros se relacionan de forma no lineal en la ecuación 2.1, por lo cual, se debe realizar la linealización correspondiente por medio de la matriz de configuración A o conocida como la matriz de diseño, esta matriz es descrita por la ecuación 2.15 ([Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005](#)) y ([Tran et al, 2022](#)).

$$A_{3p,7} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_1 & Y_1 & X_1 \\ 0 & 1 & 0 & Z_1 & 0 & -X_1 & Y_1 \\ 0 & 0 & 1 & -Y_1 & X_1 & 0 & Z_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_p & Y_p & X_p \\ 0 & 1 & 0 & Z_p & 0 & X_p & Y_p \\ 0 & 0 & 1 & -Y_p & X_p & 0 & Z_p \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Ahora, la solución del modelo de ajuste por mínimos cuadrados se determina en función de la matriz de configuración, del vector de observaciones reducidas y de la matriz P , la cual corresponde a la matriz de pesos y se considera igual a la matriz identidad ($P = I$) para efectos del modelo estocástico del ajuste. Según lo descrito por los autores [Moya et al \(2021\)](#), [Tran et al \(2022\)](#) y [Häkli et al \(2023\)](#), la solución de este modelo está dada por la ecuación 2.16.

$$\hat{x}_{7,1} = (A^T P A)^{-1} (A^T P l) \quad (2.16)$$

Adicionalmente, con la ecuación 2.17 se determina el residual v del ajuste utilizado por medio de la matriz de configuración, vector de incógnitas ajustadas y el vector de observaciones reducidas, tal y como se muestra a continuación ([Tran et al, 2022](#)).

$$v = A\hat{x} - l \quad (2.17)$$

Finalmente, el valor para la unidad de pesos o desviación estándar del ajuste por mínimos cuadrados se determina en función de los grados de libertad calculados por medio de la ecuación 2.18 ([Moya et al, 2021](#)) y en conjunto con lo descrito por la ecuación 2.19 ([Häkli et al, 2023](#)).

$$f = 3p - 7 \quad (2.18)$$

$$s_0 = \pm \sqrt{\frac{v^T P v}{f}} \quad (2.19)$$

La formulación matemática anteriormente descrita corresponde para el modelo de transformación de coordenadas basado en el principio de Bursa-Wolf, dado que el método Molodensky-Badekas como presenta variaciones. De acuerdo [Kheloufi & Dehni \(2023\)](#) el cálculo de los parámetros de transformación se realiza a través de las coordenadas del baricentro en ambos sistemas (1 y 2), las cuales se estiman por medio de la ecuación 2.20.

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^n X_1}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n Y_1}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n Z_1}{n} \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^n X_2}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n Y_2}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n Z_2}{n} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Sistema 1 Sistema 2

Finalmente, partiendo de la ecuación 2.15 y tomando como referencia la ecuación 2.20 se puede obtener la estructura de la matriz de configuración o diseño A para el proceso de determinación de los parámetros de transformación por el método de mínimos cuadrados. Esta matriz se representa a continuación por medio de la expresión matemática 2.21 ([Kheloufi & Dehni, 2023](#)).

$$A_{3p,7} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z'_1 & y'_1 & x'_1 \\ 0 & 1 & 0 & z'_1 & 0 & -x'_1 & y'_1 \\ 0 & 0 & 1 & -y'_1 & x'_1 & 0 & z'_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -z'_p & y'_p & x'_p \\ 0 & 1 & 0 & z'_p & 0 & -x'_p & y'_p \\ 0 & 0 & 1 & -y'_p & x'_p & 0 & z'_p \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Donde: $x'_1 = X_2 - X_0$; $y'_1 = Y_2 - Y_0$; $z'_1 = Z_2 - Z_0$

En la formulación matemática relacionada a la variante Molodensky-Badekas se presenta la única modificación expresada por medio de la ecuación 2.20 y en la ecuación 2.21 con respecto a la variante Bursa-Wolf. Ya que, para definir el resultado de los parámetros de transformación por medio de este modelo se deben realizar de igual manera cada uno de los procesos definidos por la ecuación 2.16, 2.17, 2.18 y 2.19; en los cuales se debe implementar la matriz A definida por la ecuación 2.21 ([Häkli et al, 2023](#)).

La solución para los parámetros de transformación es influenciada por las precisiones de los puntos idénticos empleados y su distribución a lo largo de la zona de estudio, por lo cual se requiere hacer la elección de una cantidad de puntos homólogos con presiones altas y con una buena cobertura sobre la zona de trabajo, con lo que se garantiza que la calidad de los parámetros respondan a los estándares científicos necesarios para su correcta utilización en los distintos procesos en los que se necesiten ([Zhiping et al, 2014](#)).

2.6.1 Modelo lineal de regresión

En la geodesia moderna la estimación de las velocidades para estaciones GNSS corresponde a una labor muy usual e importante, la cual es acompañada de la generación de series de tiempo para conocer el comportamiento de las coordenadas geocéntricas de estas estaciones, en función del tiempo ([Moya, 2014](#)) permitiendo la actualización de coordenadas y sistemas de referencia por medio de los componentes de velocidad respectivos.

La determinación periódica de coordenadas tridimensionales para una estación por medio de metodología GNSS, permite determinar las variaciones en la posición de la estación en función del tiempo, generando consigo un vector de coordenadas a lo largo del tiempo, empleado en distintos estudios ([Moya, 2014](#)). Al conocer este vector, las velocidades de la estación se pueden determinar por medio del proceso de ajuste por mínimos cuadrados, implementando un modelo de regresión lineal y asumiendo que las coordenadas responden a este modelo ([Moya et al, 2014](#)) y ([Moya & Bastos, 2018](#)).

El modelo lineal utilizado para este proceso de ajuste corresponde al expresado en la ecuación 2.3, el cual permite determinar la posición de la estación en cualquier instante del tiempo deseado por

medio de las tasas de cambio de la terna de coordenadas y la diferencia entre las épocas de referencia empleadas ([Bitharis et al, 2018](#)). Además, para el cálculo de las velocidades se quiere de un periodo mayor a dos años de datos disponibles, dado que se garantiza la presencia de efectos que influyen en la posición de la estación ([Moya & Bastos, 2018](#)).

En el proceso de ajuste el vector de observaciones L se compone por las coordenadas geocéntricas de las estaciones implicadas en el cálculo y las ecuaciones utilizadas para obtener las observaciones aproximadas se expresan por medio de la ecuación 2.22 ([Moya, 2014](#)).

$$l_0 = \begin{bmatrix} X_{t1} = X_{t0} + v_{xt0}(t_0 - t_1) \\ X_{t2} = X_{t0} + v_{xt0}(t_0 - t_2) \\ \vdots \\ X_{tn} = X_{t0} + v_{xt0}(t_0 - t_n) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Así mismo, las incógnitas a resolver corresponden a la posición de la estación en la época t_0 y las velocidades correspondientes, las cuales se agrupan en el vector de incógnitas mostrado en la ecuación 2.23. Por otro lado, en la ecuación 2.24 se describe la matriz de diseño para este proceso de ajuste ([Moya et al, 2014](#)).

$$\hat{x}_{1,6} = [X_{t0} \ Y_{t0} \ Z_{t0} \ v_{xt0} \ v_{yt0} \ v_{zt0}]^T \quad (2.23)$$

$$A_{p,6} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (t_1 - t_0) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & (t_1 - t_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & (t_1 - t_0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & (t_n - t_0) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & (t_n - t_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & (t_n - t_0) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Los siguientes procesos de cálculo corresponden a los que describen el proceso de ajuste por mínimos cuadrados. El cual, es utilizado para la estimación de las variaciones temporales de los parámetros de transformación, contemplando las observaciones requeridas y los modelos lineales expresados por las ecuaciones 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 2.10 y 2.11.

2.7 Análisis exploratorio de datos

El análisis exploratorio de datos constituye una fase fundamental en la exploración y comprensión de conjuntos de datos. Su propósito es identificar tendencias y patrones presentes, antes de efectuar un análisis más detallado o la implementación de un modelado estadístico. Estos patrones pueden desencadenar valores anómalos, los cuales son un problema en la recolección y tratamiento de datos, ya que son observaciones que se desvían con respecto al comportamiento general del resto del conjunto de datos, afectando los análisis respectivos y por consiguiente la calidad de los resultados. Por lo cual, se deben detectar para eliminarlos por completo del resto de datos o disminuir su afectación en los resultados finales ([Marcano & Fermín, 2013](#)).

La detección de valores atípicos se puede realizar por medio de un proceso manual, sin embargo, por medio de la utilización de enfoques estadísticos se puede efectuar de manera automatizada, permitiendo que los valores buscados sean detectados de forma rápida y eficaz en el proceso de análisis de datos ([Valverde & Acuña, 2018](#)).

Para llevar a cabo el análisis exploratorio, se emplean diversas técnicas, como el cálculo de resúmenes estadísticos, por ejemplo, la media, mediana y desviación estándar que proporcionan una visión cuantitativa de la distribución de los datos ([Marcano & Fermín, 2013](#)). Así mismo, se puede acompañar de un factor gráfico como histogramas, diagramas de dispersión y boxplots, para representar gráficamente la distribución y relaciones entre variables, facilitando una mejor comprensión de los datos. Ya que, histogramas y matrices de correlación pueden generar información adicional acerca del comportamiento de las diferencias de coordenadas, siendo útil para el proceso de análisis ([Murillo, 2021](#)).

Capítulo 3: Objetivos

Objetivo general:

- Determinar los parámetros de una transformación espacial de coordenadas y sus variaciones temporales por medio de la implementación de un modelo cinemático lineal, usando los resultados derivados de las soluciones semanales finales SIRGAS de las estaciones GNSS activas del Marco Geodésico Nacional de Referencia CR-SIRGAS, como insumo para la contribución a los procesos de georreferenciación nacional.

Objetivos específicos:

1. Generar una base de datos usando los resultados de las coordenadas geocéntricas cartesianas (XYZ) de las soluciones semanales finales SIRGAS para las estaciones GNSS activas del Marco Geodésico Nacional de Referencia CR-SIRGAS, como insumo principal para la aplicación del modelo cinemático de transformación espacial.
2. Depurar los resultados de la base de datos por medio de un análisis estadístico exploratorio, permitiendo la elaboración de un registro limpio con la información necesaria para la determinación de las estaciones que se usarán en el cálculo del modelo cinemático de transformación entre las épocas de referencia 2019,24 (semana 2046) y 2022,90 (semana 2238).
3. Generar una rutina informática por medio de la utilización del lenguaje de programación de acceso libre, para el cálculo y salida gráfica de los 14 parámetros que definen el modelo cinemático de transformación.
4. Realizar la validación de los resultados obtenidos, por medio de la utilización de las coordenadas geocéntricas en distintas épocas de observación de estaciones GNSS activas y puntos pasivos que no forman parte del Marco Geodésico Nacional de Referencia CR-SIRGAS, logrando la cuantificación y representación de las diferencias respectivas.

Capítulo 4: Metodología

4.1 Búsqueda y respaldo de los datos de coordenadas geocéntricas

En la presente investigación se emplearon las soluciones semanales finales con las coordenadas geocéntricas de las estaciones que materializan el marco de referencia costarricense CR-SIRGAS y otras estaciones de medición continua presentes en el territorio nacional, que se encuentran vinculadas a SIRGAS-CON, cuya configuración o distribución espacial se muestra en la Figura 2.3 para un total de 18 estaciones GNSS. Estas soluciones fueron brindadas por SIRGAS, producto del cálculo realizado por los centros de procesamiento de esta entidad. Las coordenadas se descargaron de la página web de SIRGAS, a la cual se accede por el siguiente enlace:

https://www.sirgas.org/es/weekly-solutions/xyz_station/

Las soluciones semanales finales se pudieron consultar por medio de distintos filtros, por ejemplo, por el número de semana GPS, nombre de la estación o por latitud, longitud y altura elipsoidal. Sin embargo, para este caso se procedió a descargar los archivos filtrados por nombre de la estación correspondiente, lo cual generó un archivo con las coordenadas geocéntricas acompañadas de sus respectivos errores y demás información de carácter importante a considerar cuando se trabaja con este tipo de datos, esto para cada una de las estaciones involucradas en la presente investigación.

La semana de inicio para la descarga de datos correspondió a la 2046, semana de referencia de CR-SIRGAS y la semana final fue la 2237, cuya semana hace referencia a la última solución referida al ITRF14. Esto se realizó con el objetivo de emplear únicamente los pares de coordenadas que se encuentren referidos a un mismo marco de referencia, ya que la finalidad del proyecto se basó en realizar transformaciones de coordenadas entre distintas semanas de medición, dentro de un mismo marco de referencia y garantizando la homogeneidad en las soluciones.

Dado que los archivos descargados se nombraron bajo el nombre de la estación según correspondiera, se procedió a respaldar esta información bajo este mismo criterio, lo cual garantizó un manejo ordenado y correcto de la información y con esto se evitó la pérdida de datos valiosos

para la investigación. Además, estos archivos se tomaron como un historial de cada estación de CR-SIRGAS y otras en el país, ya que se contó con soluciones desde el momento en el cual cada estación brindó datos y desde que inició su funcionamiento dentro de SIRGAS-CON.

4.2 Generación de la base de datos con las coordenadas geocéntricas

Los archivos descargados con las coordenadas geocéntricas estaban conformados de distinta información relacionada con la estación y los resultados para las coordenadas. Esta información se basó en la época de medición, fecha, semana GPS, marco de referencia, ID de la estación, número de domo (Domes Number) y de los valores para las coordenadas geocéntricas y de sus respectivos errores.

Dado que los archivos se descargaron individualmente por estación GNSS, se necesitó generar una base de datos en función de las variables que realmente fueron necesarias para los distintos cálculos. Por lo cual, se extrajo la información relacionada con la semana, fecha de la solución, época de referencia, nombre de la estación y el conjunto de coordenadas, descartándose la información que no fuera de carácter obligatoria para los objetivos de la investigación.

La información que se descartó de los archivos originales se aclara que eran datos importantes, pero carecían de influencia en los cálculos del modelo lineal de transformación cinemático, por ende, la base de datos se construyó únicamente con la información relevante para el cálculo matemático de los parámetros de transformación. Un ejemplo del formato que se empleó para crear el registro de los datos se muestra en el Cuadro 4.1, dicha base de datos fue generada en una hoja de cálculo de Excel.

SEMANA	ITRF	FECHA	ÉPOCA	ESTACIÓN	X [m]	Y [m]	Z [m]
2046	ITRF14	27/3/2019	2019,2356	AACR	644009,043	-6251064,263	1093780,944
2047	ITRF14	27/3/2019	2019,2356	CIQE	609086,607	-6246622,933	1135491,751
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Cuadro 4.1. Estructura utilizada para generar la base de datos del proyecto.

Fuente: elaboración propia por medio del programa Excel, adaptado de https://www.sirgas.org/en/weekly-solutions/xyz_station/

Además, la base de datos se generó de tal manera que permitió un manejo adecuado y sin dificultad para la depuración realizada y para la incorporación de los datos en las rutinas informáticas, diseñadas con el fin de optimizar los cálculos realizados durante todo el proceso de ejecución de la presente investigación.

En base a la época de inicio y la época final definidas para el presente trabajo final de graduación, se debía contar para cada estación de medición continuán con un total de 191 semanas con solución, para incorporarlas a los cálculos. Sin embargo, fue una condición que no se obtuvo para todas, dado que cada estación contaba con una época de inicio distinta; es decir, cada estación empezó a transmitir datos en una fecha en específico para brindar una solución semanal, la cual no precisamente coincidía con la época de referencia para los cálculos. Por lo tanto, algunas estaciones contaban con un número inferior de semanas con solución con respecto a las otras.

4.3 Rutinas informáticas de cálculo

Durante el desarrollo de la investigación se trabajó con un alto volumen de datos, dado que se contó con un conjunto de información correspondiente a más de tres años de soluciones semanales. Por dicha razón y debido a que el manejo de muchos datos puede volverse engorroso y generar errores en los cálculos, se procedió a crear cuatro rutinas de cálculo, lo cual facilitó el manejo de la información y automatizaron los distintos procedimientos matemáticos efectuados.

Las rutinas o scripts se crearon en el aplicativo Octave, siendo este un software de libre acceso y sin necesidad de adquirir una licencia de pago. La programación realizada tuvo una importante influencia en el desarrollo de la investigación, a la cual se le dedicó un gran esfuerzo y tiempo; permitiendo así la óptima ejecución de este proyecto final de graduación. Estos scripts contaron con una estructura lógica-matemática que se describe en los siguientes enunciados.

4.3.1 Script para el cálculo de las velocidades de las coordenadas XYZ

La primera rutina se confeccionó para el cálculo de las variaciones temporales de las coordenadas geocéntricas de las estaciones involucradas en la investigación; este script se nombró *Velocidades_XYZ*. Primeramente, se diseñó un formato para importar los datos al lenguaje de programación, mediante un archivo de texto con la estructura que se muestra en el Cuadro 4.2.

SEM.	ITRF	FECHA	ÉPOCA	EST	X [m]	Y [m]	Z [m]	COD
2046	ITRF14	27/3/2019	2019,2356	AACR	644009,043	-6251064,263	1093780,944	1
2047	ITRF14	27/3/2019	2019,2356	CIQE	609086,607	-6246622,933	1135491,751	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Cuadro 4.2. Estructura de datos de entrada para el script de cálculo de velocidades. La columna SEM corresponde a la semana y la columna COD al código de la estación

Fuente: elaboración propia

La variable nombrada “COD” correspondió a un consecutivo que se le asignó a cada estación desde el número 1 al 18, con la finalidad de que el script pudiera identificar los datos únicamente para una estación GNSS de medición continua en específico y con esto evitar que se utilizarán coordenadas de otra estación que no correspondieran a la sujeta en el momento del cálculo. Ya que, la lógica empleada permitió que el aplicativo identificara la cantidad de estaciones total en el archivo de entrada, tal y como lo muestra la Figura 4.1.

```

=====
UNIVERSIDAD NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
ESCUELA DE TOPOGRAFÍA, CATASTRO Y GEODESIA
PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE LAS VELOCIDADES DE
UNA ESTACIÓN GNSS DE MEDICIÓN CONTINUA USANDO
SERIES TEMPORALES
PROGRAMA ELABORADO POR : ING. LORENZO AGUILAR ELIZONDO
CONTACTO : lorenzoaguilare@gmail.com / lorenzo.aguilar.elizondo@est.una.ac.cr
=====

FECHA Y HORA DE USO: 2025-01-08 23:04:27.2155

=====

ESTE PROGRAMA APLICA EL ALGORITMO DE AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS
PARA ESTIMAR LAS VELOCIDADES EN LAS COORDENAS X Y Z DE UNA ESTACIÓN
DE MEDICIÓN CONTINUA. EL APLICATIVO EMPLEA LAS COORDENADAS AJUSTADAS
SEMANALMENTE POR SIRGAS, EMPLEANDO UN MODELO LINEAL Y CONSIDERANDO
SU ÉPOCA DE MEDICIÓN Y LA ÉPOCA DE REFERENCIA DESEADA.

=====

EN TOTAL HAY 18 ESTACIONES DISPONIBLES Y SE MUESTRAN EN LA SIGUIENTE TABLA:
=====

```

Figura 4.1. Captura de la pantalla inicial de Octave al ejecutar el script de cálculo de velocidades

Fuente: programa Octave versión 8.3.0

La cantidad de los cálculos para las velocidades se realizó en función al número de estaciones, de manera simultánea, desde la primera identificada hasta culminar con la última estación. Los resultados se almacenaron en vectores independientes, para que una vez finalizado los procesos matemáticos el script pudiera construir una matriz relacionándolos a cada nombre de la estación utilizada.

Los resultados de esta rutina se mostraron en la interfaz de Octave, donde se lograba observar el valor más probable para las coordenadas junto con la velocidad para cada componente del sistema de coordenadas geocéntrico (X, Y, Z). Adicionalmente en la pantalla también se visualizó la información relacionada con la cantidad de años procesados, semana inicial y final, época inicial y final, el respectivo error para cada velocidad y el total de grados de libertad por estación involucrada en el proceso de cálculo. Finalmente, el aplicativo generó dos archivos de respaldo o salida de los resultados, uno de estos archivos presentaba la estructura que se detalla en el Cuadro 4.3.

Estación	Años procesados	Época inicial	Época final	Semana inicial	Semana final	s ₀ _X	s ₀ _Y	s ₀ _Z	Grados de libertad
AACR	3,66	2019,24	2022,90	2046	2237	0,0024	0,0041	0,0020	190
BRBR	1,82	2021,07	2022,90	2142	2237	0,0012	0,0043	0,0015	89
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Cuadro 4.3. Estructura para la información general del ajuste empleado para el cálculo de las velocidades

Fuente: elaboración propia

Además, para las casillas de la base de datos correspondientes a semanas sin solución, se rellenaron con el número -1, esto con la finalidad de que la rutina fuera capaz de identificar las semanas en las cuales no se contaba con información y que las excluyera de los cálculos, lo cual permitió utilizar únicamente las épocas donde fue posible encontrar coordenadas geocéntricas para las estaciones.

4.3.2 Script para el cálculo de los parámetros de transformación

La rutina de cálculo para los parámetros de transformación se nombró como *Parametros_Transformacion*, la misma contempló una estructura más compleja y detallada para su correcto funcionamiento con respecto a las otras rutinas. Primeramente, se tomó la decisión de utilizar un formato similar al del cuadro 4.2 para importar los datos de la base de datos al script en Octave; la única diferencia es que este formato no involucró la columna de código, debido a que no era necesario para el cálculo. Además, se utilizó prácticamente el mismo formato dado la practicidad del caso y con esto se evitó la generación de distintos formatos.

De igual manera que para el script utilizado en el cálculo de las velocidades, esta rutina realizó los cálculos referidos a una época de referencia, la cual se indicó manualmente cuando el aplicativo lo solicitó, situación que lo evidencia la Figura 4.2. Por lo cual, en primera instancia se programó de una manera que el código identificó las estaciones y sus coordenadas para esta época, seguidamente identificaba el total de semanas disponibles en la estructura de datos que se importó a la rutina y luego determinaba las estaciones y sus coordenadas para la semana siguiente de la establecida como de referencia, esto permitió identificar los puntos homólogos.

```
=====
                                UNIVERSIDAD NACIONAL
                                FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
                                ESCUELA DE TOPOGRAFÍA, CATASTRO Y GEODESIA
                                PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS DE
                                TRANSFORMACIÓN ENTRE DISTINTAS ÉPOCAS DE MEDICIÓN
                                USANDO COORDENADAS X Y Z
                                PROGRAMA ELABORADO POR : ING. LORENZO AGUILAR ELIZONDO
                                CONTACTO : lorenzoaguilare@gmail.com / lorenzo.aguilar.elizondo@est.una.ac.cr
=====

FECHA Y HORA DE USO: 2025-01-08 23:47:42

=====

ESTE PROGRAMA APLICA EL ALGORITMO DE AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS,
PARA ESTIMAR LOS PARÁMETROS DE TRANSFORMACIÓN ENTRE ÉPOCAS DE MEDICIÓN,
USANDO COORDENADAS X Y Z DE ESTACIONES GNSS DE MEDICIÓN CONTINUA.
EL APLICATIVO EMPLEA LAS COORDENADAS AJUSTADAS SEMANALMENTE POR SIRGAS
EMPLEANDO EL MODELO DE TRANSFORMACIÓN MOLODENSKY-BADEKAS.

=====

EN TOTAL HAY 191 SEMANAS DISTINTAS PARA LOS CÁLCULOS
=====
```

Figura 4.2. Captura de la pantalla inicial de Octave al ejecutar el script de cálculo de parámetros de transformación

Fuente: programa Octave versión 8.3.0

El total de puntos idénticos varió según la semana de observación, por ende, si en una semana se presentaron menos soluciones en comparación con la época de referencia, la rutina era capaz de evaluar uno a uno los datos y con esto determinar únicamente las mismas estaciones en ambas semanas y con esto se construían nuevos vectores con las coordenadas de los puntos idénticos.

El proceso de identificación que se menciona anteriormente, se realizó en función de la cantidad de semanas disponibles y de manera simultánea una vez se concluían todos los cálculos matemáticos del proceso de ajuste; es decir, primeramente se efectuó la estimación de los

parámetros de transformación entre la semana de referencia y la semana siguiente, una vez se culminaban estos cálculos, se iniciaban unas nuevas estimaciones entre la semana referencia y la siguiente de la utilizada en el cálculo anterior, esto se realizó simultáneamente hasta utilizar la última semana identificada en la base de datos.

Ahora bien, todo el proceso de cálculo para los parámetros de transformación se programó en base a la formulación matemática descrita por las ecuaciones 2.12, 2.13, 2.14, 2.16, 2.17, 2.18, 2.19, 2.20 y 2.21. Estas ecuaciones describieron el proceso de ajuste por mínimos cuadrados utilizando el modelo de transformación denominado Molodensky Badekas. Además, en la Figura 4.2 se evidencia un ejemplo de cómo se construyó la matriz de configuración.

```

% 2. MATRIZ A
A = ones((3*n_Pto),6);

c = 1;
for t = 1 : n_Pto
%-----%
% TRASLACIONES %
%-----%
A((t*3-2),1) = 1;
A((t*3-1),1) = 0;
A((t*3),1) = 0;

A((t*3-2),2) = 0;
A((t*3-1),2) = 1;
A((t*3),2) = 0;

A((t*3-2),3) = 0;
A((t*3-1),3) = 0;
A((t*3),3) = 1;
%-----%

%-----%
% ROTACIONES %
%-----%
A((t*3-2),4) = 0;
A((t*3-1),4) = (XYZ_redu((c*3),1)); %Z
A((t*3),4) = -1*(XYZ_redu((c*3-1),1)); %Y

A((t*3-2),5) = -1*(XYZ_redu((c*3),1)); %Z
A((t*3-1),5) = 0;
A((t*3),5) = (XYZ_redu((c*3-2),1)); %X

A((t*3-2),6) = (XYZ_redu((c*3-1),1)); %Y
A((t*3-1),6) = -1*(XYZ_redu((c*3-2),1)); %X
A((t*3),6) = 0;
%-----%

c = c + 1;
endfor

```

Figura 4.3. Fragmento de código utilizado para la construcción de la matriz de configuración del proceso de ajuste para el cálculo de los parámetros de transformación

Fuente: programa Octave versión 8.3.0

Los resultados de esta rutina se mostraron en la interfaz de Octave, donde en primera instancia se logró observar los parámetros de transformación, las semanas y cantidad de puntos homólogos utilizadas en cada proceso de cálculo. En segunda instancia se mostró la información relacionada con los respectivos errores para de uno de los parámetros. Finalmente, el aplicativo generó dos archivos de respaldo de la información, siguiendo la estructura detallada en el Cuadro 4.4.

4.3.3 Script para las variaciones de los parámetros de transformación

Esta rutina se confeccionó bajo el nombre de *Variaciones_Parametros_Transformacion*, con la finalidad de calcular las variaciones temporales de los parámetros de transformación resultantes del script anterior, por lo cual, se definió un formato para importar estos resultados al lenguaje de programación, mediante la creación de un archivo de texto con la estructura que se muestra en el Cuadro 4.4. Esta estructura de datos contempló la semana empleada, cada uno de los parámetros y la cantidad de puntos homólogos utilizados.

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	PUNTOS IDÉNTICOS
2047	-0,971	1,375	1,776	-8,625	1,334	10,298	13
2048	-0,518	4,902	-0,629	-5,797	-0,463	5,120	13
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Cuadro 4.4. Estructura para importar datos al script utilizado para el cálculo de las variaciones temporales de los parámetros de transformación

Fuente: elaboración propia

Esta rutina de igual manera realizó los respectivos cálculos referidos a una época de referencia, por ende, al script se le indicó de manera manual a como se muestra en la Figura 4.4, esto para que posteriormente realizará las estimaciones matemáticas, las cuales se programaron en función de las ecuaciones 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 2.10 y 2.11.

Las igualdades matemáticas que se utilizaron para la escritura del script representaron un modelo lineal de regresión, por dicha razón se procedió a realizar la programación de todo el principio del ajuste por mínimos cuadrados, al igual que se utilizó en el aplicativo para el cálculo de las velocidades de las coordenadas geocéntricas.

Para los resultados de esta rutina se programó de tal forma que permitió consultarlos en la interfaz de Octave, donde en la primera oportunidad se podía observar la información general del proceso del ajuste aplicado y en segunda instancia se mostraba cada parámetro de transformación ajustado con su respectiva razón de cambio en el tiempo y su error.

```

=====
UNIVERSIDAD NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
ESCUELA DE TOPOGRAFÍA, CATASTRO Y GEODESIA
PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE LAS VARIACIONES DE
LOS PARÁMETROS DE TRANSFORMACIÓN DE UN MODELO
CINEMÁTICO
PROGRAMA ELABORADO POR : ING. LORENZO AGUILAR ELIZONDO
CONTACTO : lorenzoaguilare@gmail.com / lorenzo.aguil.ar.elizondo@est.una.ac.cr
=====

FECHA Y HORA DE USO: 2025-01-09 00:07:20.4522

=====
ESTE PROGRAMA APLICA EL ALGORITMO DE AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS
PARA ESTIMAR LAS VARIACIONES EN LOS PARÁMETROS DE TRANSFORMACIÓN
(TX, TY, TZ, RX, RY, RZ y m). EL APLICATIVO USA LOS PARÁMETROS ESTIMADOS
A PARTIR DE LAS SOLUCIONES SEMANALES PARA CR-SIRGAS EMITIDAS POR SIRGAS,
EMPLEANDO UN MODELO LINEAL DE REGRESIÓN.
=====

EN TOTAL HAY 191 JUEGOS DE PARÁMETROS PARA EL CÁLCULO DE SUS VARIACIONES TEMPORALES

=====
DIGITE LA ÉPOCA DE REFERENCIA A UTILIZAR ::>

```

Figura 4.4. Captura de la pantalla inicial de Octave al ejecutar el script de cálculo para las variaciones temporales de los parámetros de transformación
Fuente: programa Octave versión 8.3.0

4.3.4 Script para la transformación de coordenadas

Se confeccionó un script informático nombrado como *Transformacion_Coordenadas_XYZ* que permitió la automatización de la implementación del modelo cinemático lineal de transformación de coordenadas geocéntricas. Esta rutina realizó los cálculos correspondientes a partir de archivos de texto que se importaron a la rutina, la cual, tuvo la capacidad de leer cada uno de los datos y separarlos según fuera la variable de interés. Por lo tanto, la estructura confeccionada para crear el archivo de texto se basó en la información relacionada con la estación, semana de observación, época de observación y la terna de coordenadas geocéntricas (X, Y y Z), tal y como se evidencia en el Cuadro 4.5.

ESTACIÓN	SEMANA	ÉPOCA	X [m]	Y [m]	Z [m]
BATA	2046	2019,24	724416.629	-6238098.111	1110899.907
BIJA	2046	2019,24	594201.319	-6259021.098	1073097.892
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Cuadro 4.5. Estructura de los archivos de texto para importar datos al script utilizado para la transformación de coordenadas geocéntricas
Fuente: elaboración propia

Además, la rutina de cálculo requirió que se le importaran dos archivos de texto, uno para las coordenadas en la época de referencia o de origen y otro con las coordenadas en la época de observación o destino. Así mismo, utilizó un archivo externo y en formato compatible con octave (.m), el cual contenía cada una de las constantes y parámetros requeridos para los procesos matemáticos que formaron parte de la rutina.

Primeramente, este script permitió realizar la transformación de coordenadas mediante el modelo estimado, utilizando las coordenadas geocéntricas en el sistema de partida, las traslaciones de los ejes, las variaciones temporales de las traslaciones y los baricentros. Este proceso de cálculo respondió a la relación matemática que se obtuvo partiendo de la Ecuación 2.2 y Ecuación 2.3, expresándose como la Ecuación 4.1; la cual se detalla en [Moya & Cedeño \(2017b\)](#) y se muestra a continuación.

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + \left[\begin{bmatrix} TX \\ TY \\ TZ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{TX} \\ \dot{TY} \\ \dot{TZ} \end{bmatrix} (t_i - t_0) \right] + \begin{bmatrix} X_A - X_0 \\ Y_A - Y_0 \\ Z_A - Z_0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Donde:

$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix}$: vector de coordenadas destino

$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}$: vector de baricentros

$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}$: vector de coordenadas origen

$\begin{bmatrix} TX \\ TY \\ TZ \end{bmatrix}$: vector de traslaciones

$\begin{bmatrix} \dot{TX} \\ \dot{TY} \\ \dot{TZ} \end{bmatrix}$: vector de variaciones temporales de las traslaciones

Adicionalmente, se programó la rutina para que fuera capaz de realizar la conversión de las coordenadas geocéntricas transformadas a coordenadas geodésicas, utilizando como referencia el elipsoide de referencia WGS84. Esto mediante la formulación matemática expresada por [Hofmann-Wellenhof \(2008\)](#) y [Zhiping et al \(2014\)](#).

Así mismo, se confeccionó un fragmento de código dentro de este mismo script para que estimara cada una de las diferencias topocéntricas (n, e, u) y el vector de desplazamiento total entre las coordenadas transformadas y las seleccionadas para evaluar la transformación, con la finalidad de mostrar los resultados o diferencias de coordenadas en términos referidos a un mismo plano cartográfico.

Finalmente, se programó un último cálculo dentro de esta rutina mediante la formulación matemática descrita en [Moya & Cedeño \(2017b\)](#), el cual permitió el proceso de conversión de coordenadas geodésicas a coordenadas planas de cuadrícula, esto en la proyección oficial de Costa Rica, siendo la proyección CRTM05, lo que permitió, utilizar directamente las coordenadas de interés en la proyección oficial del país, sin necesidad de realizar el proceso mediante otros mecanismos.

4.4 Cálculo de las velocidades de las coordenadas geocéntricas

El cálculo de las velocidades de las coordenadas geocéntricas se realizó para dieciocho estaciones, cuya distribución espacial se muestra en la Figura 2.3 y la información técnica para cada una se detalla en el Cuadro 4.6.

Estación	Localización geográfica	Época de inicio para el cálculo	Administrador	Tipo de antena	Número de domo
AACR	Pavas	2019.2356	AyA	TPSCR.G5	40612M001
BRBR	Sector Bribri	2021.0740	IGN-RN	TRM159900	40627M001
CHLS	Los Chiles	2021.0164	IGN-RN	TRM159900	40625M001
CIQE	Ciudad Quesada	2019.2356	IGN-RN	TRM159900	40603M002
CRLP	Pavas	2019.2356	CENAT	TRM55971	40612M003
ETCG	Heredia	2019.2356	CNPDG-UNA	TRM55971	40602M001

Estación	Localización geográfica	Época de inicio para el cálculo	Administrador	Tipo de antena	Número de domo
LCRZ	La Cruz	2019.2548	IGN-RN	TRM159900	40624M001
LIBE	Liberia	2021.0740	IGN-RN	TRM159900	40604M001
LIMN	Limón	2019.2356	IGN-RN	TRM159900	40605M001
NEIL	Ciudad Neily	2019.2356	IGN-RN	TRM159900	40606M001
NYCO	Nicoya	2019.2356	IGN-RN	TRM159900	40607M002
PUNT	Puntarenas	2019.2356	IGN-RN	TRM159900	40608M001
QUEP	Quepos	2019.2356	IGN-RN	TRM159900	40626M001
RIDC	Curridabat	2021.0356	IGN-RN	TRM159900	40609M001
SAGE	San Isidro del General	2019.2356	IGN-RN	TRM159900	40610M001
UCRI	San Pedro	2019.2356	UCR	TRM59800	40614M001
VERA	Caño Negro	2019.2356	UNAVCO	TRM59800	40622M001

Cuadro 4.6. Información técnica de las estaciones GNSS de medición continua empleadas en los cálculos matemáticos

Fuente: elaboración propia, mediante información de <https://www.sirgas.org/en/stations/>

Para la estimación de las velocidades, se tomó como información base las coordenadas geocéntricas de cada estación dentro del periodo de investigación, el cual se definió entre la época 2019,24 y la 2022,90; relacionadas a las semanas 2046 y 2237 respectivamente. Así mismo, las coordenadas se acompañaron de las semanas a las que se encontraban referidas; situación realizada para conocer el periodo utilizado por cada estación, ya que, algunas comenzaron al inicio y otras casi a la mitad del periodo de estudio definido.

En la conformación de la base de datos con las coordenadas de cada estación GNSS, se identificó que cada una contaba con un total de semanas con solución distinto en comparación a las otras, por lo cual, la cantidad de datos utilizados para cada estación fue diferente. En el Gráfico 4.1 se puede consultar lo anteriormente mencionado, en el cual las barras horizontales representan la cantidad de semanas con solución disponible para cada estación GNSS.

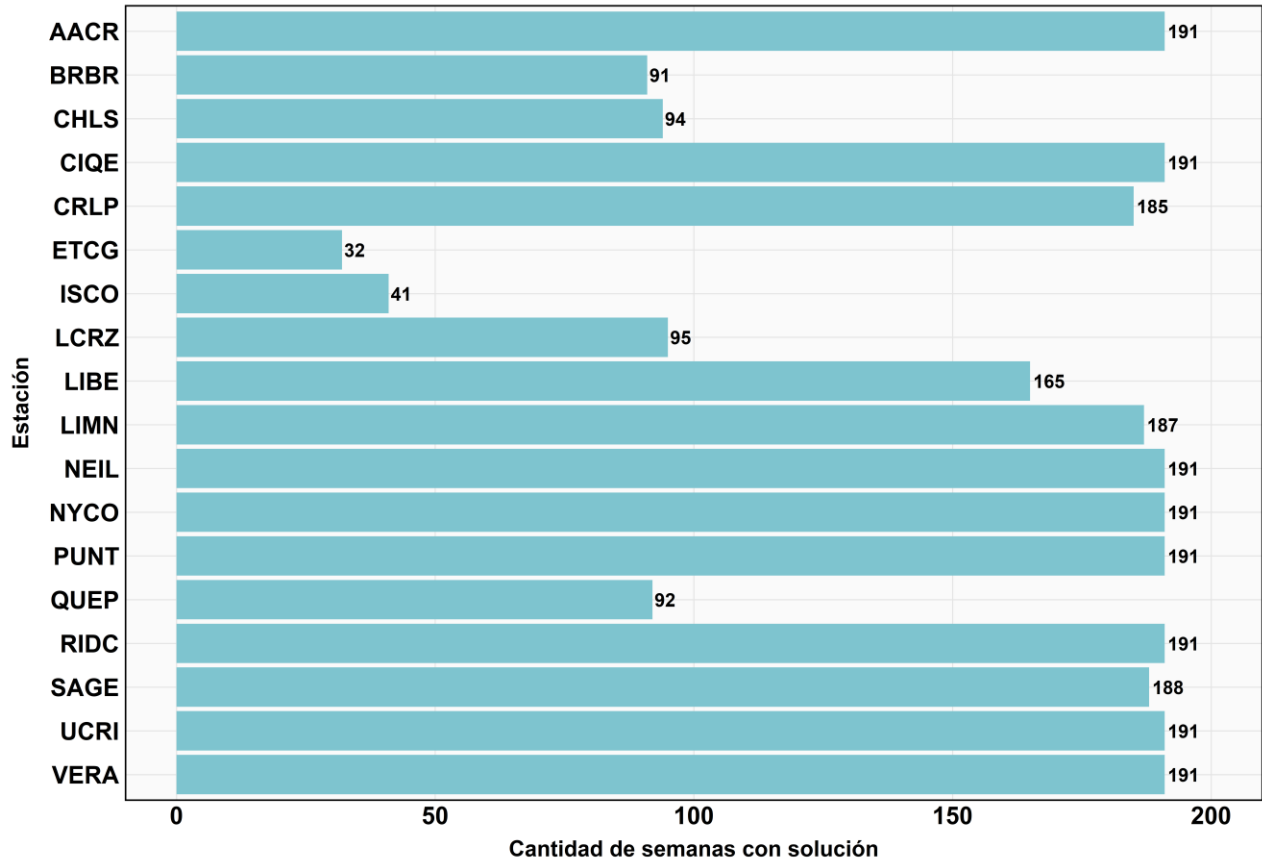


Gráfico 4.1. Cantidad de semanas con solución disponible por estación GNSS de medición continua en el periodo de estudio

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Este cálculo se basó en la implementación del principio de mínimos cuadrados, mediante un modelo lineal de regresión, el cual es descrito por la ecuación 2.3 y resuelto por medio del ajuste por mínimos cuadrados, tomando como partida la época de referencia la 2019.24, además debido a la gran cantidad de datos, se implementó la rutina o script confeccionado específicamente para esta labor, con la finalidad de automatizar el proceso.

Así mismo, se procedió a realizar una verificación de los cálculos realizados por el script, mediante una hoja de Excel, con lo que se verificó si los resultados obtenidos eran correctos o presentaban inconsistencias. Esta actividad permitió validar el funcionamiento de la rutina informática para conocer las velocidades de las estaciones y por consiguiente el comportamiento anual de las mismas.

4.5 Depuración de la base de datos

La depuración de la base de datos correspondió a una tarea importante en el desarrollo de la presente investigación, dado que permitió utilizar únicamente los datos que realmente se ajustaron a la tolerancia empleada para garantizar resultados con alta precisión. Es importante aclarar que la depuración se efectuó para los cálculos a partir de la estimación de los parámetros de transformación; es decir, para el cálculo de las velocidades no se contempló esta tarea y se utilizó la base de datos original.

Primeramente, se utilizó de manera preliminar la rutina informática para el cálculo de los parámetros de transformación, para conocer los residuales topocéntricos (n,e,u) por estación y que se encontraban relacionados a cada semana según correspondía. Los cuales, se obtuvieron por medio del proceso de ajuste por mínimos cuadrados que formaban a la rutina de cálculo.

El conjunto de residuales de cada estación permitió implementar un mecanismo experimental para definir el proceso de depuración de la base de datos. Este proceso, consistió en identificar por medio de un análisis estadístico y exploratorio de datos el comportamiento de los residuales, proceso que se llevó a cabo específicamente por parámetros estadísticos como valores promedio, máximos, mínimos y rango, los cuales se muestran en el Cuadro 5.2, Cuadro 5.3 y el Cuadro 5.4.

Por otro lado, el análisis exploratorio de datos se acompañó del análisis visual por medio de boxplots (gráficos de caja) e histogramas con la distribución de estos valores, tal y como son representados por el Gráfico 5.20, Gráfico 5.21, Gráfico 5.22, Gráfico 5.23, Gráfico 5.24, Gráfico 5.25, Gráfico 5.26, Gráfico 5.27, Gráfico 5.28, Gráfico 5.29, Gráfico 5.30 y en el Gráfico 5.31. Esto permitió una mayor comprensión de las distintas tendencias de los residuales.

Una vez realizados los análisis previos, se definieron valores de tolerancia para la depuración de los datos, estos correspondieron a ± 10 , ± 20 y ± 30 milímetros. Para definir estas tolerancias, en primera instancia se consideraron los promedios de los residuales, sin embargo, al ser cantidades poco representativas de los datos debido a los valores negativos empleados en el cálculo del promedio, se tomó como referencia los valores máximos y mínimos para cada componente topocéntrico y por consiguiente, del respectivo rango. Estos valores correspondieron a cantidades

similares a la tolerancia definida, así mismo, se consideró definir valores de tolerancia en función de los estándares de calidad que ofrecen los centros de procesamiento de SIRGAS para las soluciones finales semanales; los cuales de antemano se conocía que eran soluciones con precisiones de excelente calidad.

Se definieron tres valores con el fin de tener la oportunidad de evaluar, clasificar y cuantificar la influencia de un mecanismo de tolerancia en el cálculo de los parámetros de transformación de coordenadas espaciales, en otras palabras, se definió un experimento con tres distintas posibilidades que permitieron lograr lo esperado de este proceso.

El mecanismo empleado se utilizó mediante un enfoque parcialmente estricto, dado que fue permisible en algunos casos para que se llevaran a cabo los distintos cálculos con la cantidad mínima de puntos homólogos. Ya que, si bien es cierto, se definieron los valores de tolerancia mencionados con anterioridad; sin embargo, se permitió que los residuales tomaran valores superiores a la tolerancia, pero con la restricción de que no podían sobrepasar la decena siguiente.

Se realizó de una manera ligeramente estricta, con lo que se eliminaron la menor cantidad de soluciones posibles y con esto, primeramente, se garantizó la permanencia del número de estaciones mínimo requerido en algunos casos con la tolerancia de ± 10 mm; dado que de lo contrario se volvía nula la posibilidad de calcular los parámetros de transformación bajo este escenario. Y en segunda instancia, se garantizó en todo momento un número considerable de soluciones por semana, esto permitió que los resultados fueran acordes al tipo de cálculo que se efectuara y que los valores fueran representativos, esto se detalla en el apartado de análisis de resultados.

Finalmente, se procedió a depurar la base de datos en función de los parámetros de tolerancia establecidos, es decir, se eliminaron todos los valores que sobrepasaban los límites establecidos. Además, al contar con tres escenarios distintos para el mecanismo experimental, se elaboraron tres bases de datos, donde cada una respondió al parámetro de tolerancia correspondiente. Las tres bases de datos se emplearon en el respectivo cálculo de los parámetros de transformación, lo que permitió contar con tres distintos conjuntos de valores para evaluar y comparar.

4.6 Cálculo de los parámetros de transformación

En el cálculo de los parámetros de transformación se emplearon trece estaciones GNSS de medición continua y no las dieciocho estaciones que se utilizaron en la estimación de la razón de cambio para las coordenadas geocéntricas. La distribución espacial de las estaciones que se utilizaron en el cálculo se puede consultar en la Figura 4.5.

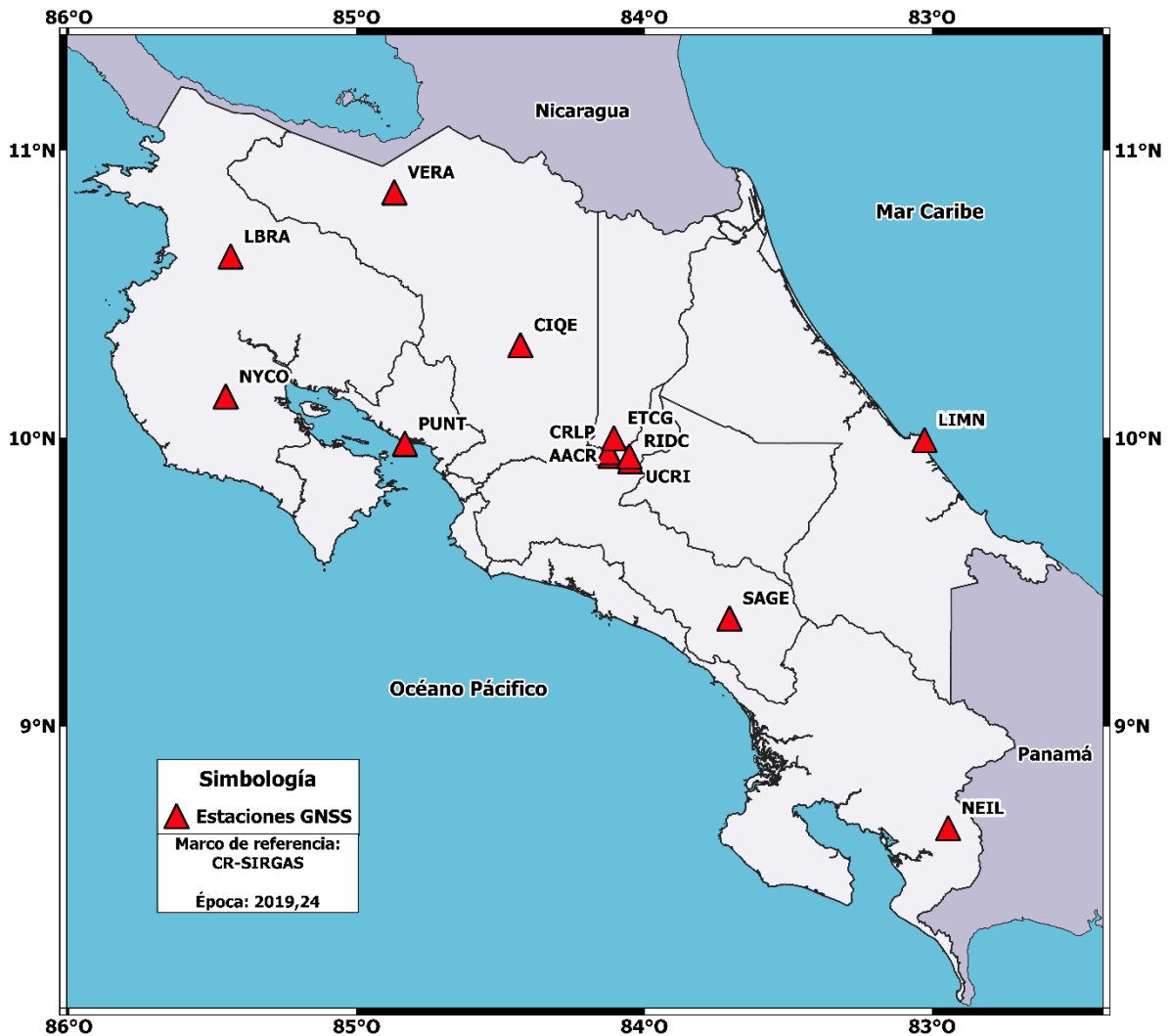


Figura 4.5. Distribución espacial de las estaciones que se emplearon en el cálculo de los parámetros de transformación

Fuente: elaboración propia por medio del programa QGIS versión 3.32.3

Adicionalmente, se definió como época $t_0 = 2019,24$ para el cálculo de los parámetros de transformación, la cual se encuentra relacionada con la época de referencia de CR-SIRGAS y a la semana 2046. Es decir, los parámetros se redujeron a la semana o época mencionada anteriormente.

No obstante, es importante mencionar que este factor correspondió a la principal causa de que se descartaran cinco estaciones, dado que sus primeras soluciones se encontraban referidas a épocas superiores a la definida como de referencia.

Las estaciones descartadas, carecieron de homogeneidad con los datos de la época t_0 ; es decir, no fue posible establecerlas como puntos homólogos. Dentro de las que se descartaron, se ubicó la estación ISCO, la cual adicionalmente a lo anterior, se descartó debido a su ubicación (Isla del Coco), ya que se encuentra alejada con respecto a las otras estaciones GNSS. La distribución dentro del territorio nacional de las estaciones descartadas se muestra en la Figura 4.6.



Figura 4.6. Distribución espacial de las estaciones que se descartaron en el cálculo de los parámetros de transformación

Fuente: elaboración propia por medio del programa QGIS versión 3.32.3

Las coordenadas geocéntricas de las estaciones que se utilizaron en el cálculo se describen en el Cuadro 4.6. Además, para este proceso matemático se empleó la rutina informática *Parametros_Transformacion*. Esta rutina permitió calcular simultáneamente el conjunto de parámetros de transformación desde la semana 2046 hasta la semana 2037, en otras palabras, se estimaron 191 conjuntos de parámetros, ya que se calcularon semana a semana referidas a la época t_0 . El script empleado, respondió a toda la formulación matemática del modelo de transformación Molodensky-Badekas, basado en una solución por medio del ajuste estadístico por mínimos cuadrados.

Estación	X [m]	Y [m]	Z [m]
AACR	644009,042	-6251064,265	1093780,944
CIQE	609086,608	-6246622,935	1135491,750
CRLP	643206,627	-6250876,426	1095086,122
ETCG	645208,341	-6249842,138	1100399,654
LIBE	498678,648	-6249679,870	1168903,107
LIMN	762717,367	-6235556,504	1099500,477
NEIL	774610,383	-6258471,540	952303,120
NYCO	497578,606	-6259494,777	1115958,795
PUNT	565870,354	-6256745,209	1098060,857
RIDC	651566,622	-6250735,974	1091707,817
SAGE	690230,917	-6256292,388	1032020,738
UCRI	651221,108	-6250477,126	1093509,271
VERA	560280,923	-6239744,252	1193119,942

Cuadro 4.7. Coordenadas geocéntricas referidas a la época 2019,24 y semana 2046 de las estaciones empleadas en el cálculo de los parámetros de transformación

Fuente: elaboración propia a partir de los datos descargados de SIRGAS

Es importante mencionar que para el cálculo de los parámetros se aplicaron tres valores distintos de tolerancia, sin embargo, fueron valores calculados por medio de los residuales y considerando la calidad de las coordenadas geocéntricas emitidas semanalmente por SIRGAS. Ya que, al utilizarse un valor excesivo hubiera existido la posibilidad de una afectación a la integridad del marco de referencia.

Este proceso se realizó en un total de tres ocasiones, debido a las tres bases de datos que se construyeron por medio de la depuración estadística realizada previamente, donde, cada conjunto de parámetros de transformación contó con la influencia de distintas cantidades de estaciones GNSS, por lo tanto, la cantidad de puntos idénticos empleados se encontró en función del parámetro de tolerancia aplicado, tal y como lo muestra el Anexo 6, Anexo 7 y Anexo 8.

La cantidad de parámetros de transformación que se estimaron correspondió a un total de seis, los cuales fueron las traslaciones (TX, TY y TZ) y rotaciones (RX, RY y RZ) de los ejes que definen el sistema geocéntrico de referencia; así mismo se calcularon los errores para estos parámetros. El parámetro que define el factor de escala no se estimó, ya que al trabajar con datos GNSS dentro de un marco de referencia global, se espera que el factor de escala sea cercano a 1, gracias a la rigurosa definición del marco en función de observaciones extremadamente precisas. Adicionalmente, de acuerdo con [Zhiping et al \(2014\)](#), en este tipo de transformaciones el factor de escala suele ser al orden de partes por billón, por esta razón las distorsiones de escala son insignificantes para la mayoría de las aplicaciones prácticas.

Por otro lado, los parámetros relacionados a las traslaciones de los ejes se estimaron en la unidad de medida de milímetros (mm) y los parámetros encargados de determinar las rotaciones de los ejes se calcularon en milisegundos de arco (mas). Esto permitió una mejor perspectiva, representación y facilidad para el momento del análisis de los resultados, ya que los parámetros tomaron valores pequeños; por lo cual, se definió una correcta escala basada en la unidad de medida para su mejor representación.

Finalmente, se generó un archivo de salida mediante el mismo script y bajo el mismo el formato descrito por el Cuadro 4.4, lo cual respondió a dos objetivos, primeramente, para importar los resultados a la rutina de cálculo de sus variaciones temporales y segundo con el fin de incorporarlos bajo ese formato a un script diseñado en la aplicación de R estudio, mediante el cual se elaboraron los gráficos que representaron el comportamiento de los parámetros de transformación.

4.7 Cálculo de las variaciones temporales de los parámetros de transformación

En el cálculo de las variaciones temporales de los parámetros de transformación, se empleó el script nombrado *Variaciones_Parametros_Transformacion*. En el cual, se utilizó como información base o datos de entrada, cada conjunto de parámetros de transformación estimados. Más específicamente, se implementaron 191 datos por parámetro para estimar su variación temporal o tasa de cambio. Estos datos se importaron al script mediante el formato descrito por el Cuadro 4.4.

El proceso de cálculo en el que se basó el script correspondió a un modelo lineal de regresión, respondiendo a la misma formulación matemática del modelo empleado en la estimación de las velocidades para las coordenadas geocéntricas. De igual manera, se utilizó el principio de mínimos cuadrados para resolver el sistema de ecuaciones, dado que se formó un sistema sobredeterminado.

Para el cálculo se definió la época referencia como $t_0=2019,24$, a la cual se redujeron las tasas de cambio, lo que garantizó que se empleará la misma época para los cálculos anteriores y que se tuviese concordancia en los resultados. Adicionalmente, se estimaron los errores para cada variación, con la finalidad de contar con las precisiones de cada valor.

Además, los datos de entrada determinaron la unidad de medida para la representación de las variaciones temporales, es decir, para las traslaciones se calcularon tasas de cambio al orden del milímetro por año y para las rotaciones al orden de miliarcos de segundo por año. Las unidades de medida empleadas garantizaron una correcta escala para la representación de los datos.

Finalmente, las variaciones temporales se calcularon usando únicamente los parámetros de transformación estimados mediante una tolerancia de ± 30 mm. Debido a que estos parámetros presentaron una mejor representación y un mejor ajuste mediante el modelo lineal empleado, en comparación a los obtenidos mediante los otros valores de tolerancia.

4.8 Validación del modelo lineal cinemático de transformación

El proceso de validación del modelo lineal cinemático de transformación de coordenadas se llevó a cabo por medio de la implementación del script *Transformacion_Coordenadas_XYZ*. Donde se

realizaron distintas validaciones en base a diferentes juegos de coordenadas geocéntricas de los puntos establecidos para este proceso.

Primeramente, se realizó la validación del modelo estimado, por medio de la transformación de coordenadas de un total de 24 vértices geodésicos, cuya distribución espacial se puede consultar en la Figura 4.7. En este proceso, se tomó como origen la época 2019,24 y como época objetivo la 2021,53; definiendo una transformación con una diferencia de tiempo igual a 2,29 años, cuyos resultados se pueden consultar en el Anexo 9 y Anexo 10. Adicionalmente, se garantizó que los datos empleados estuvieran dentro del mismo marco de referencia ITRF14. Además, se aclara que las coordenadas geocéntricas para cada punto se describen en [Moya \(2022\)](#).

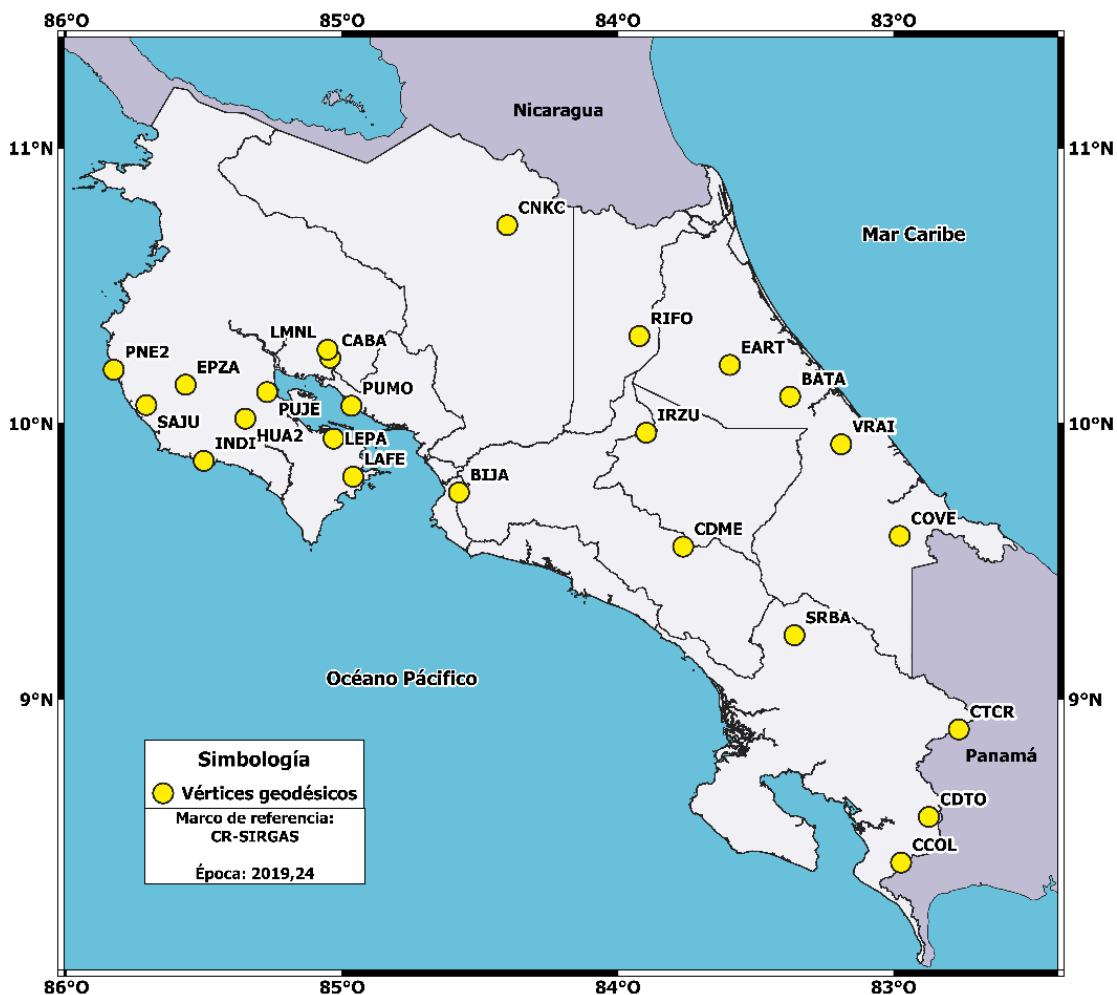


Figura 4.7. Distribución espacial de los vértices geodésicos utilizados en un primer escenario para la validación del modelo de transformación

Fuente: elaboración propia por medio del programa QGIS versión 3.32.3

Debido a la falta de un número más amplio de vértices geodésicos y de estaciones GNSS de medición continua para la comprobación del modelo calculado, se procedió a realizar cuatro procesos de transformación de coordenadas de manera aproximada y no de forma más acertada como la del primer escenario; cuyos resultados se pueden consultar en los Anexos 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 y 18. Estas validaciones correspondieron a una aproximación de coordenadas, ya que se emplearon estaciones GNSS con juegos de coordenadas referidas a semanas dentro de la nueva versión del ITRS, en su materialización IGB20.

La implementación de una serie de transformaciones de coordenadas de manera aproximada generó que los resultados obtenidos no fueran tan veraces, dado que se realizaron transformaciones sin contemplar el cambio de marco de referencia. Por lo cual, se aclara que, para haber obtenido resultados más representativos, se tuvo que llevar a cabo una transformación donde se contemplará el cambio de marco; no obstante, ese proceso quedaba fuera de los objetivos planteados para esta investigación y por esta razón no se realizó.

Las cuatro transformaciones de coordenadas de manera aproximada se llevaron a cabo con ventanas de tiempo distinto entre la época de origen t_0 y la época de destino t_i , donde, la época de origen para cada caso se definió como t_0 : 2022,92, la cual se encuentra relacionada a la semana 2238 y corresponde a la primera semana con solución dentro del marco IGB20. Así mismo, esta semana de referencia es la más cercana a la última semana donde el modelo lineal cinemático de transformación es válido, con lo cual, se garantizó una menor influencia negativa en los resultados por el cambio de marco de referencia.

El primer caso de transformación de coordenadas dentro del marco de referencia IGB20 (caso #2), se realizó entre la época t_0 : 2022,92 y la época t_i : 2023,42 relacionada a la semana 2264. Seguidamente, el caso #3 se efectuó para una diferencia de tiempo igual a 12 meses, más específicamente entre la época t_0 : 2022,92 y la época t_i : 2023,92 relacionada a la semana 2290. Posteriormente, para el caso #4 se definió un lapso de 18 meses, el cual se definió entre la época t_0 : 2022,92 y la época t_i : 2024,41 relacionada a la semana 2316. Finalmente, para el caso #5 se presentó una diferencia de tiempo igual a 24 meses, más concretamente, entre la época t_0 : 2022,92 y la época t_i : 2024,91 relacionada a la semana 2342.

Capítulo 5: Análisis de resultados

5.1 Velocidades para las estaciones GNSS por medio de un modelo lineal

Se determinaron velocidades para las coordenadas geocéntricas de las 18 estaciones GNSS de medición continua, de las cuales, la estación ISCO presentó la mayor velocidad por componente del total de estaciones, con una velocidad en la componente X de 54,73 mm/año, para la componente Y de 46,27 mm/año y para la componente Z igual a 64,55 mm/año; tal y como se evidencia en el Cuadro 5.1.

Estación	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	V _X [mm/a]	V _Y [mm/a]	V _Z [mm/a]
	s _X [mm]	s _Y [mm]	s _Z [mm]	sv _X [mm/a]	sv _Y [mm/a]	sv _Z [mm/a]
AACR	644009,0416 0,34	-6251064,2563 0,59	1093780,9398 0,29	12,41 0,16	5,13 0,28	17,64 0,14
BRBR	786277,4262 0,67	-6239733,0496 2,33	1058842,3205 0,83	14,90 0,24	10,69 0,83	10,91 0,29
CHLS	577247,5102 0,89	-6234437,6746 1,96	1212416,0473 1,06	12,35 0,32	3,54 0,70	9,46 0,38
CIQE	609086,6061 0,36	-6246622,9274 0,72	1135491,7473 0,44	13,84 0,17	3,96 0,34	12,88 0,21
CRLP	643206,6258 0,38	-6250876,4233 0,78	1095086,1192 0,32	9,82 0,18	9,62 0,37	16,38 0,15
ETCG	645208,3420 0,48	-6249842,1358 0,99	1100399,6528 0,47	9,28 1,37	13,91 2,80	14,55 1,32
ISCO	326077,6862 0,77	-6340127,2529 1,76	612126,1119 0,50	54,73 1,64	46,27 3,73	64,55 1,07
LCRZ	477017,6806 0,90	-6242093,4004 2,85	1217586,6993 1,02	5,72 0,32	4,53 1,02	16,16 0,36
LIBE	498678,6484 0,22	-6249679,8631 0,80	1168903,1024 0,31	9,65 0,12	2,58 0,44	20,12 0,17
LIMN	762717,3697 0,68	-6235556,4923 0,75	1099500,4757 0,45	18,54 0,32	9,17 0,35	11,06 0,21
NEIL	774610,3830 0,25	-6258471,5335 0,57	952303,1264 0,40	20,55 0,12	7,13 0,27	20,88 0,19
NYCO	497578,6006 0,44	-6259494,7674 0,77	1115958,7908 0,27	13,09 0,21	8,01 0,37	23,81 0,13
PUNT	565870,3525 0,28	-6256745,2011 1,10	1098060,8525 0,29	13,78 0,13	5,77 0,52	17,20 0,14

Estación	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	V _X [mm/a]	V _Y [mm/a]	V _Z [mm/a]
	s _X [mm]	s _Y [mm]	s _Z [mm]	s _{VX} [mm/a]	s _{VY} [mm/a]	s _{VZ} [mm/a]
QUEP	639372,2631 0,83	-6260063,2409 2,11	1037519,9558 1,29	16,31 0,29	8,22 0,75	22,27 0,46
RIDC	651566,6198 0,42	-6250735,9608 0,75	1091707,8130 0,27	12,05 0,20	5,21 0,36	18,20 0,13
SAGE	690230,9157 0,20	-6256292,3832 0,65	1032020,7364 0,26	20,99 0,09	7,54 0,31	24,07 0,12
UCRI	651221,1074 0,32	-6250477,1199 0,59	1093509,2682 0,23	12,65 0,15	4,96 0,28	17,96 0,11
VERA	560280,9223 0,28	-6239744,2526 0,66	1193119,9417 0,30	12,50 0,13	4,20 0,31	10,05 0,14

Cuadro 5.1. Coordenadas geocéntricas que mejor se ajustan al modelo lineal y sus respectivas velocidades referidas a la época 2019,24 de las estaciones GNSS de medición continua incorporadas en CR-SIRGAS y SIRGAS-CON

Fuente: elaboración propia por medio de los resultados obtenidos con el script Velocidades_XYZ

La estación LCRZ presentó la velocidad menor para la componente X, con un valor igual a 5,72 mm/año, la estación LIBE que se ubica dentro de la misma provincia, mostró la tasa de cambio más pequeña para la componente Y igual a 2,58 mm/año y, por otro lado, la estación que se ubica al norte del país y denominada como CHLS obtuvo la menor velocidad para la componente Z; con un valor igual a 9,46 mm/año. Lo anterior, se describe mediante el Cuadro 5.1.

Así mismo, en base a los resultados obtenidos se determinó que el valor promedio de la velocidad para la componente X es igual a 15,73 mm/año, para la componente Y de 8,91 mm/año y finalmente para la coordenada Z una velocidad promedio de 19,34 mm/año. Donde, se aprecia un comportamiento sistemático para cada coordenada en específico. Además, que las velocidades para la componente Z presentaron los valores más altos y las velocidades para la componente Y fueron las más bajas en comparación con la componente X, lo que se puede consultar en el Cuadro 5.1

Los valores de las velocidades se encontraron al orden de pocos centímetros, exceptuando los valores para la estación ISCO, por lo cual, se excluyó de un análisis más específico para conocer la tendencia general del resto de las estaciones, con lo que se logró identificar que las velocidades por componente X, Y, Z de las otras estaciones GNSS eran inferiores a los 2,50 cm/año y que el vector de velocidad promedio era de 2,30 cm/año. Lo cual, se relaciona con lo descrito por [Moya](#)

(2014), ya que este autor calculó un modelo de velocidades constante para Costa Rica, donde la velocidad promedio del país corresponde a 2,58 cm/año en dirección noreste.

De acuerdo con lo publicado por [Protti et al \(2001\)](#), Costa Rica presenta una alta amenaza sísmica e importante potencial sísmico, lo cual, acompañado de diversos procesos geofísicos ocasionan que sea un territorio dinámico. Esto se debe a la ubicación del país dentro del cinturón de fuego del Pacífico, que corresponde a una región geográfica relativamente joven ([Camacho, 2020](#)). Ahora bien, los resultados obtenidos para las velocidades permitieron conocer parte de esa dinámica, dado que representaron una razón de cambio en la posición tridimensional para las estaciones GNSS, la cual puede estar asociada a la actividad sísmica que sufre el territorio nacional.

Por otro lado, los valores que se muestran en el Cuadro 5.1 junto a las velocidades, representan las coordenadas geocéntricas (X0, Y0 y Z0) referidas a la época 2019,24 que mejor se ajustan al modelo lineal empleado, donde, en base a los resultados, se determinó que cada coordenada presentó un error menor a 1 mm, en excepción de las estaciones BRBR, CHLS, ISCO, LCRZ, PUNT y QUEP, dado que estas referencias geodésicas tienen errores mayores al valor indicado.

5.2 Series de tiempo para las estaciones GNSS

Se elaboraron series de tiempo para todas las estaciones involucradas en el cálculo de las velocidades para las coordenadas geocéntricas, las cuales, permitieron una representación gráfica del comportamiento de las estaciones GNSS, cuyas irregularidades o diferencias con respecto a una coordenada de referencia se detallan a lo largo del periodo de estudio. Se aclara que se analizaron los resultados para una estación ubicada en la parte central del país, para una ubicada en la zona sur y para otra ubicada en la zona noroeste del territorio nacional.

Las series de tiempo se construyeron mediante las diferencias de coordenadas, definiendo como coordenadas de referencia las relacionadas a la semana 2046, las cuales se describen en el Cuadro 4.6. Es decir, esta visualización del comportamiento de las estaciones responde a la diferencia entre las coordenadas de cada semana con respecto a las coordenadas de referencia.

Por ejemplo, la serie de tiempo para la estación AACR mostró de manera general que las diferencias de coordenadas presentaron un patrón de aumento al pasar el tiempo, dado que para el periodo entre la semana 2046 y 2116 se presentaron diferencias inferiores a los 20 mm para las tres componentes. Sin embargo, posterior a este periodo, se identificó un aumento en las diferencias de hasta los 60 mm y 40 mm para la coordenada Z y X respectivamente, siguiendo ambas componentes una tendencia lineal. Lo anterior se puede consultar en la Figura 5.1.

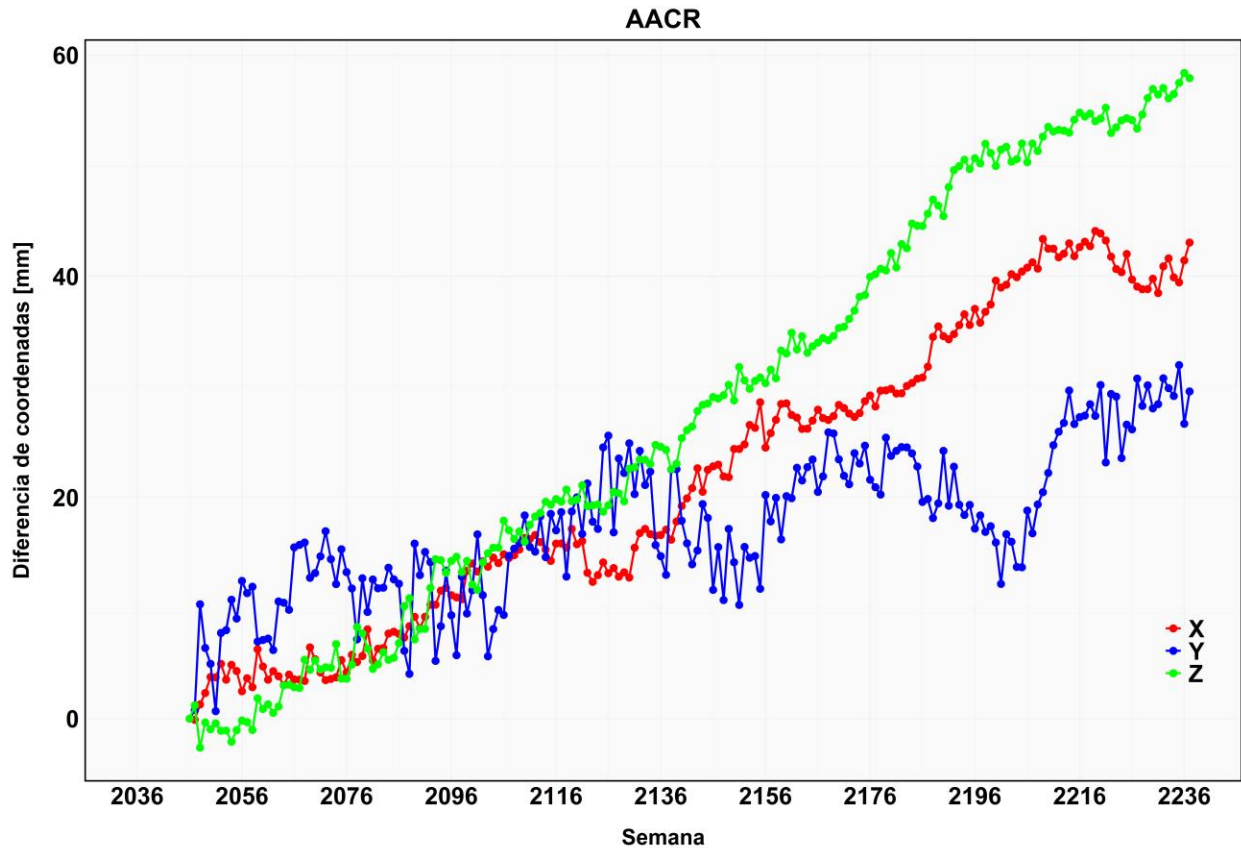


Figura 5.1. Serie de tiempo basada en la diferencia de coordenadas geocéntricas para la estación AACR entre la semana 2046 y la 2237

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Adicionalmente, la serie de tiempo para la coordenada Y de la estación AACR, presentó un comportamiento senoidal, lo cual ocasionó que no representara una tendencia lineal de los datos. Así mismo, se logró apreciar un ciclo o patrón en el comportamiento de las coordenadas, ya que en la Figura 5.1 se observaron algunos valles y crestas a partir de la semana 2126 aproximadamente. No obstante, este comportamiento es usual; ya que la coordenada Y se encuentra relacionada al componente vertical y a la latitud en Costa Rica. Por lo tanto, se esperaba que las diferencias

presenten un comportamiento más ruidoso y careciendo de las características de una tendencia lineal.

Por otro lado, se presenta la serie de tiempo para una estación ubicada en la zona sur del país, la cual lleva el nombre de NEIL. Para esta estación se pudo apreciar una tendencia lineal más marcada, tanto para las coordenadas X y para las coordenadas en la componente Z. Además, esta tendencia presentó un aumento progresivo y mayor en las diferencias de coordenadas con respecto a la estación AACR, tal y como se puede consultar en la Figura 5.2.

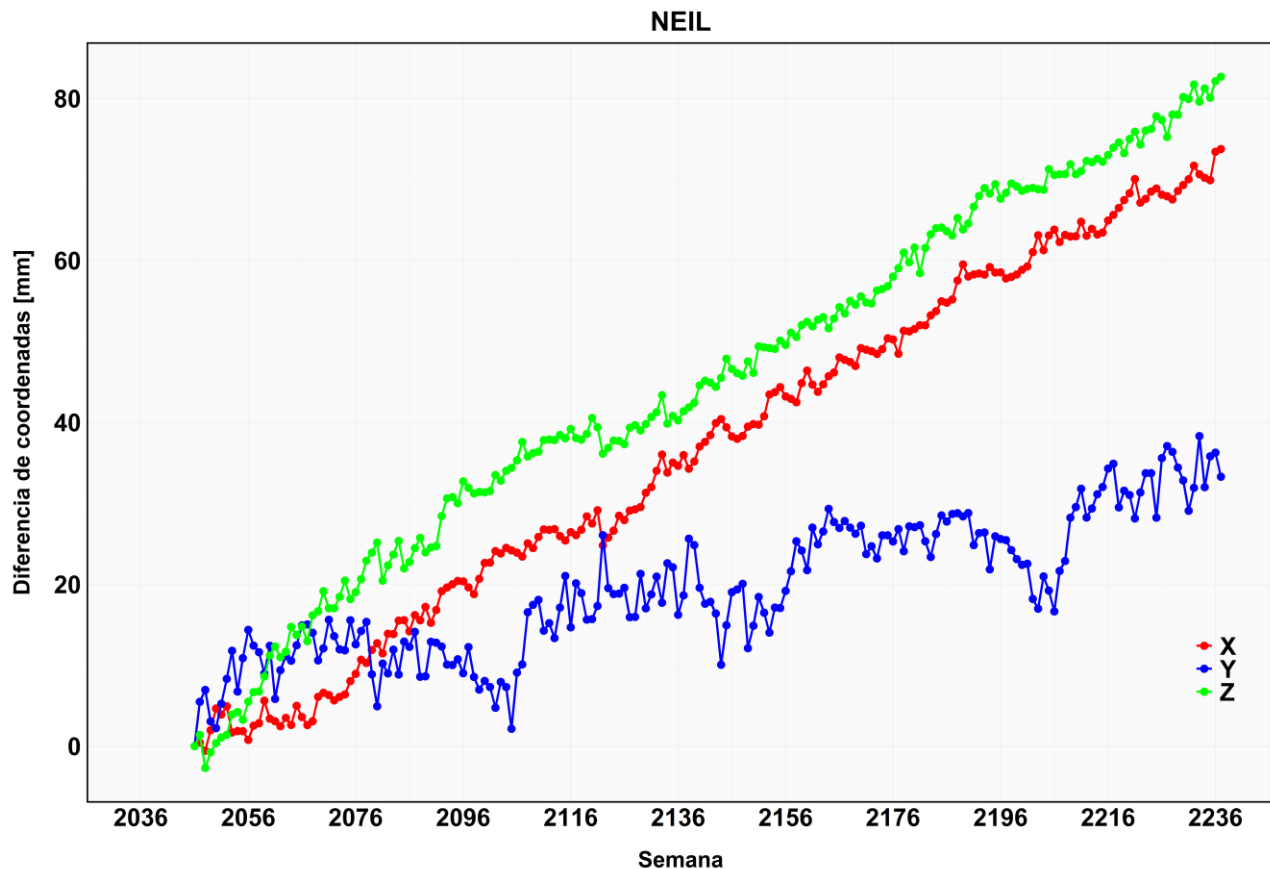


Figura 5.2. Serie de tiempo basada en la diferencia de coordenadas geocéntricas para la estación NEIL entre la semana 2046 y la 2237

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Continuando con el análisis de las componentes X y Y de la estación NEIL, se determinaron algunas diferencias mayores a los 70 mm, correspondiendo a un indicado de que la estación presentó un mayor dinamismo en comparación a la estación AACR, pero muy similar a la tendencia de las coordenadas en Z de la estación NYCO, cuyo comportamiento se detalla en la Figura 5.3.

Así mismo, las coordenadas en Y presentaron un comportamiento particular, dado que la Figura 5.2 describe un patrón definido por ciclos, donde los valles y crestas de la tendencia se presentaron como desde el inicio hasta el final del tiempo de datos procesados. La cual, contó con un punto de convergencia entre la semana 2116 y 2126 con la componente X, es decir, en este punto las diferencias son similares.

En la Figura 5.2 se evidencia como los valores de diferencias para las coordenadas en Y se mantuvieron por debajo de los 40 mm, sin embargo, como era de esperarse, su comportamiento fue más ruidoso y careciente de linealidad. Caso contrario para las coordenadas en X y Z, las cuales presentaron valores de diferencias mayores, con una tendencia a linealidad, pero no por completo en lo largo del estudio.

Finalmente, para la estación NYCO ubicada en la parte noroeste del territorial nacional, se identificó una tendencia lineal para las coordenadas en la componente Z, cuyas mayores diferencias se encontraban cercanas a los 80 mm, tal y como se muestra en la Figura 5.3. Además, estos resultados brindaron la oportunidad de identificar que las diferencias en este componente seguirán aumentando a lo largo del tiempo a transcurrir.

Para la estación NYCO, ocurrió algo peculiar con las diferencias en las coordenadas para la componente Z, ya que presentaron un comportamiento distinto a las coordenadas en X, lo cual no ocurrió para las estaciones AACR y NEIL. En la Figura 5.3 se muestra un comportamiento careciente de linealidad, donde se identificaron cambios más marcados, cuyos mantienen una secuencia de aumento, disminución y un aumento nuevamente en las diferencias de coordenadas; esto para el periodo entre la semana 2046 y la semana 2146. Posterior a estas semanas siguió careciendo de una tendencia definida, sin embargo, se observó una menor influencia de la secuencia anteriormente descrita.

Ahora bien, para las coordenadas en la componente Y de la estación NYCO, se evidencia en la Figura 5.3 un tendencia muy ruidosa y careciente de linealidad, donde al inicio de la serie temporal y hasta la semana 2136 se presentaron cambios abruptos en la diferencia de coordenadas. Sin embargo, los datos no se alejaron de un comportamiento similar a la de la función del seno.

Además, a partir de la semana 2136 el cambio de los valores de coordenadas fue mayormente controlado, marcándose el patrón del ciclo, el cual es muy similar al de la estación NEIL mostrado en la Figura 5.2. Este ciclo fue más extenso entre las semanas, es decir, una mayor separación entre cresta y cresta de la tendencia senoidal de los datos.

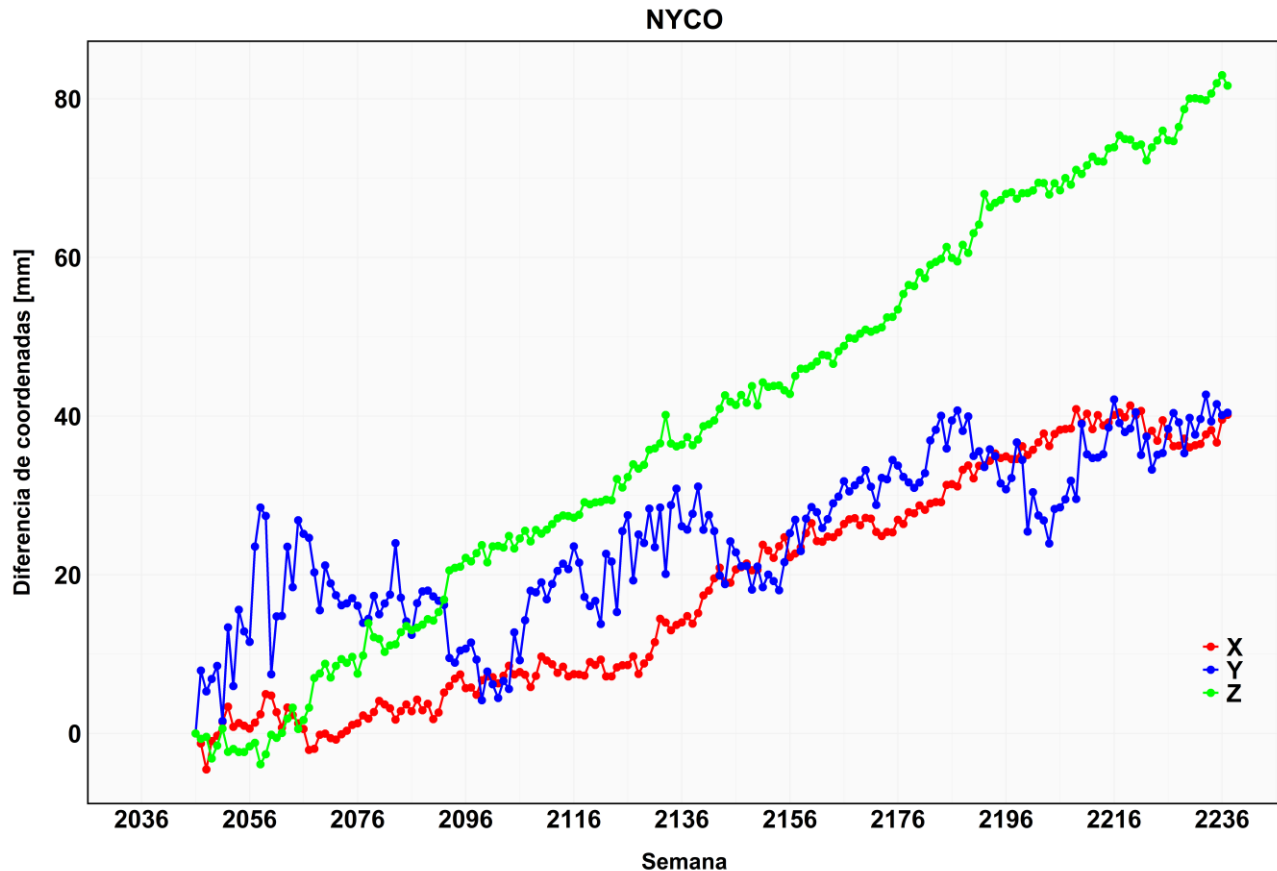


Figura 5.3. Serie de tiempo basada en la diferencia de coordenadas geocéntricas para la estación NYCO entre la semana 2046 y la 2237

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

La tendencia en Y, contuvo puntos de congruencia con el comportamiento de las coordenadas en Z y una cantidad mayor de puntos con la tendencia de las coordenadas en X. Además, en la Figura 5.3 se observó como la tendencia para Y y para X fueron congruentes en la última semana de estudio, lo cual no es coincidencia; debido a que, según los resultados obtenidos, se identificó que la diferencia en la componente X y la componente Y tenían un punto de congruencia cada 50 semanas.

Cada estación utilizada en los procesos de cálculo de las velocidades o tasas de cambio en las coordenadas presentó tendencias diferentes; las cuales, permitieron determinar que Costa Rica es un país con movimientos muy dinámicos, siendo identificados mediante estos estudios o similares. Finamente, el resto de las series de tiempo de las 15 estaciones GNSS restantes se pueden consultar en el Anexo 5.

5.3 Parámetros de transformación

Los parámetros estimados fueron completamente dependientes de la cantidad de puntos idénticos u homólogos por semana de cálculo, cuya cantidad fue influenciada por el parámetro de tolerancia empleado. La cantidad de ocasiones en la que se utilizó una estación en el proceso de cálculo se describe mediante el Gráfico 5.1. Este gráfico representa la cantidad de soluciones (coordenadas geocéntricas) utilizadas por estación durante el cálculo, la cual se encuentra reflejada en el eje x. Es importante aclarar que en el eje x se representa la cantidad de semanas y no el inicio de las soluciones de cada estación.

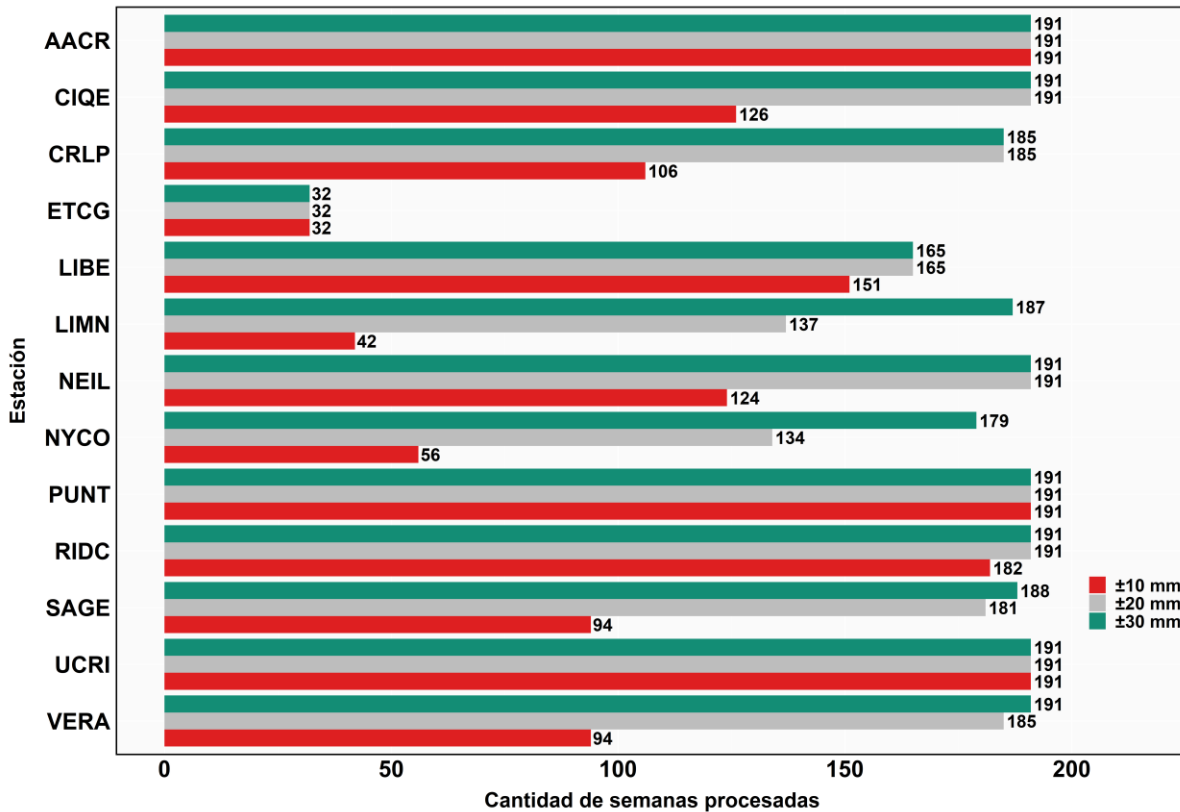


Gráfico 5.1. Cantidad de soluciones empleadas por estación GNSS en el proceso de cálculo de los parámetros de transformación según el factor de tolerancia aplicado
 Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

El proceso de cálculo se realizó bajo la implementación de tres parámetros de tolerancia, tal y como se detalló en el apartado número cuatro y como se representa en el Gráfico 5.1; por lo cual, se obtuvieron tres distintos conjuntos de parámetros de transformación. Cada conjunto de valores se acompañó de su error o desviación estándar, análisis técnico y estadístico. Lo cual, se representa en los siguientes enunciados.

5.3.1 Parámetros de transformación estimados con una tolerancia de ± 10 mm

El conjunto de parámetros estimados con una tolerancia igual a ± 10 mm representó un escenario o experimento de carácter estricto; ya que la cantidad de soluciones disponibles por semana presentó una disminución, tal y como se muestra en el Gráfico 5.1. Además, esta situación generó que para algunas semanas se contara únicamente con la cantidad mínima de puntos idénticos para efectuar la estimación de los parámetros, lo que se puede consultar en el Anexo 6.

Las estaciones GNSS que presentaron una mayor afectación por la influencia del valor de tolerancia correspondieron a NYCO, CIQE, CRLP, LIMN, NEIL, SAGE y VERA, ya que el número de soluciones o semanas empleadas en el cálculo fueron menores en comparación a las utilizadas con las otras tolerancias. Esto ocasionó que los parámetros de transformación fueran poco representativos, dado que faltaron datos para un mejor ajuste por mínimos cuadrados.

Los valores para este grupo de parámetros se pueden consultar en el Cuadro 5.2, los cuales no representaron correctamente cada parámetro. El rango de valores para cada rotación fue muy amplio, teniendo la presencia de cantidades altamente aleatorias y carecientes de linealidad, lo que se puede consultar en la Figura 5.7, Figura 5.8 y Figura 5.9. El modelamiento de los valores para cada conjunto de parámetros se realizó mediante gráficos, en los cuales la línea de color negro representa la tendencia lineal a la que debían responder los resultados.

Adicionalmente, las rotaciones del eje X (RX), las rotaciones del eje Y (RY) y las rotaciones del eje Z (RZ) incluyeron valores muy elevados para la unidad de medida empleada en su representación; esta situación se pudo relacionar con la cantidad de puntos homólogos utilizados. Ya que, en base a los resultados, se identificó que entre menor fuese la cantidad de puntos idénticos, los parámetros serían menos representativos y sus errores más elevados.

Parámetro de transformación	Promedio	Máximo	Error	Rango
		Mínimo		
TX [mm]	22,94	+47,42	13,61	48,33
		-0,91		
TY [mm]	17,11	+31,09	7,02	29,71
		-1,38		
TZ [mm]	29,76	+59,41	18,56	60,46
		-1,05		
RX [mas]	-461,14	+29,38	1655,35	11501,02
		-11471,64		
RY [mas]	-24,95	+25,19	121,15	856,13
		-830,94		
RZ [mas]	25,03	+598,47	87,49	621,21
		-22,74		

Cuadro 5.2. Conjunto de parámetros de transformación calculados mediante la implementación de un valor de tolerancia de ± 10 mm
Fuente: elaboración propia

Los valores promedio para las traslaciones en el eje X (TX), para las traslaciones en el eje Y (TY) y para las traslaciones en el eje Z (TZ) se detallan en el Cuadro 5.2. Estas cantidades presentaron un comportamiento distinto a las rotaciones; lo cual, se describió por medio del rango del conjunto de parámetros, es decir, a partir de los valores mínimos y máximos. Así mismo, los errores para cada traslación fueron más representativos a los resultados y presentaron mayor credibilidad en comparación al de las rotaciones.

Según los resultados obtenidos, las traslaciones para el X y Z respondían a una tendencia lineal a como se puede ver en la Figura 5.4 y Figura 5.6, por lo cual, fue posible su correcto modelamiento por medio de un modelo lineal. No obstante, las traslaciones para el eje Y seguían una tendencia senoidal a como se representa en la Figura 5.5, siendo un comportamiento más ruidoso al esperado por un modelamiento mediante una función lineal. Estas situaciones, los casos particulares con las rotaciones de los ejes y sumado la cantidad de puntos homólogos, generaron una incógnita en la confiabilidad del uso del conjunto de estos parámetros.

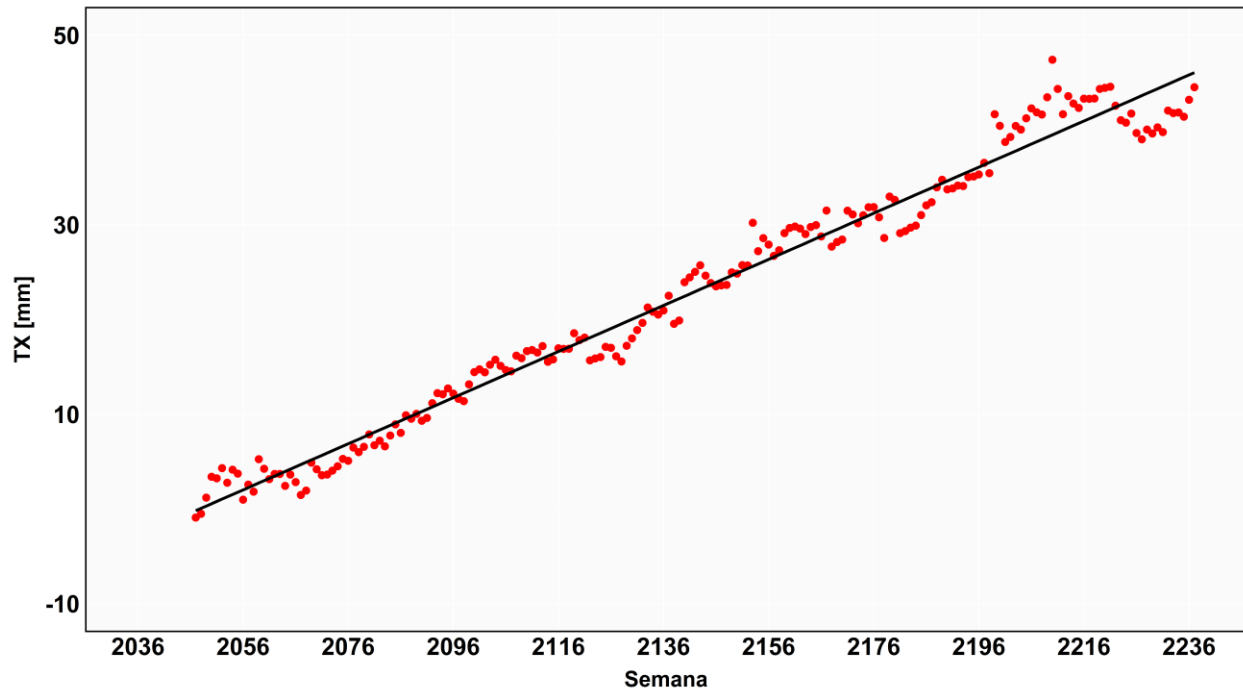


Gráfico 5.2. Comportamiento de las traslaciones en el eje X calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

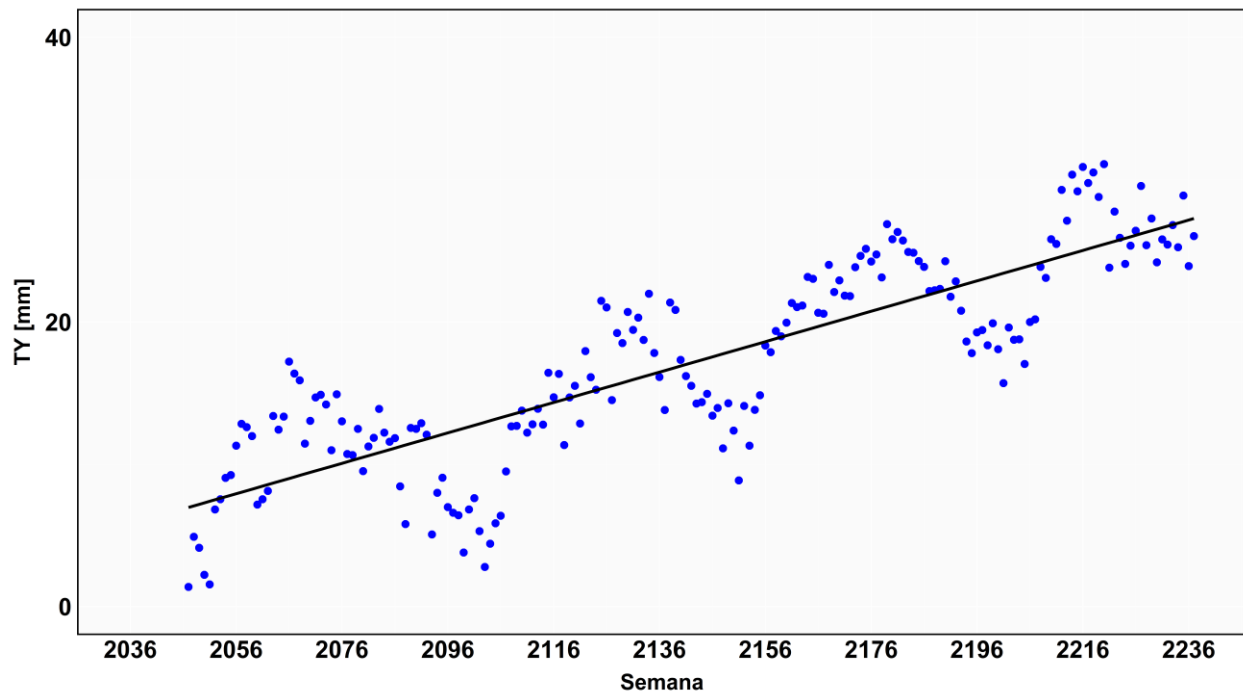


Gráfico 5.3. Comportamiento de las traslaciones en el eje Y calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

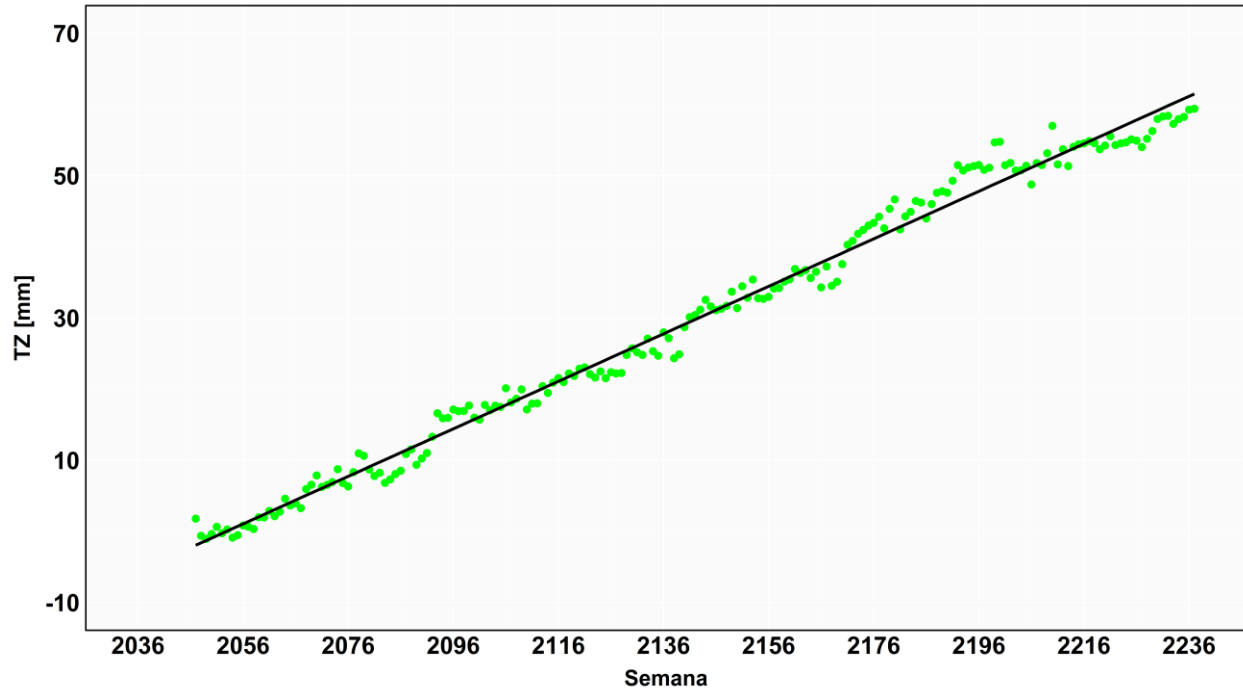


Gráfico 5.4. Comportamiento de las traslaciones en el eje Z calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

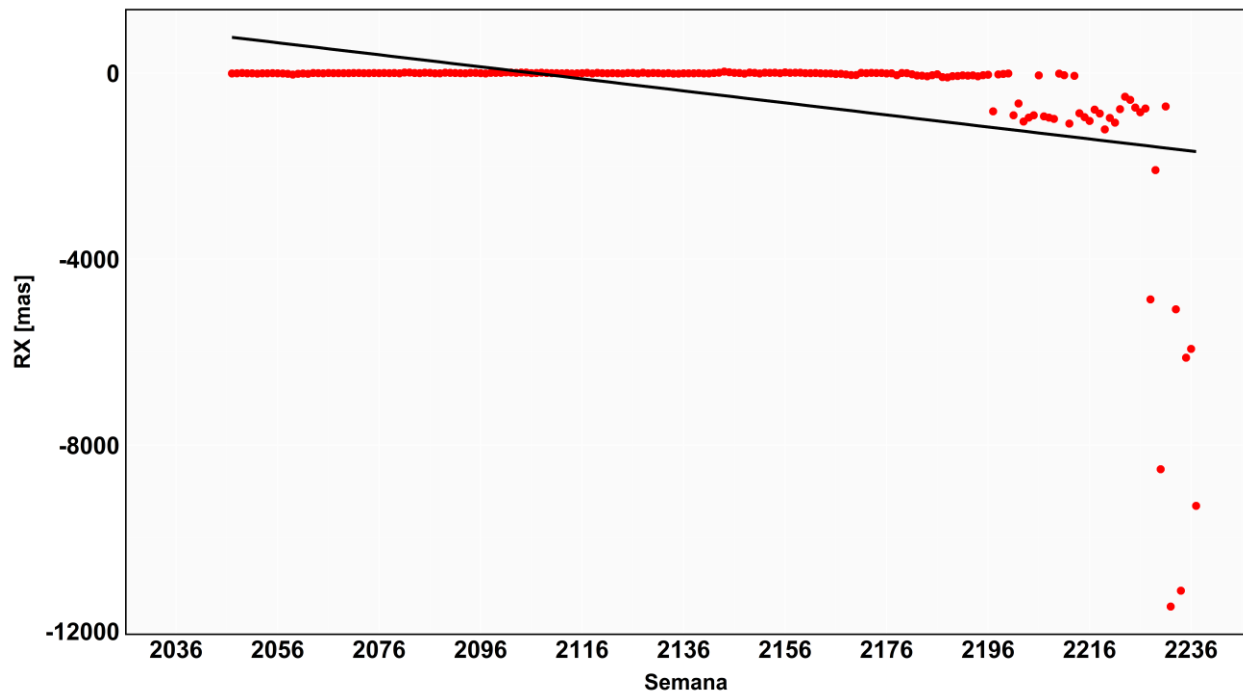


Gráfico 5.5. Comportamiento de las rotaciones en el eje X calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

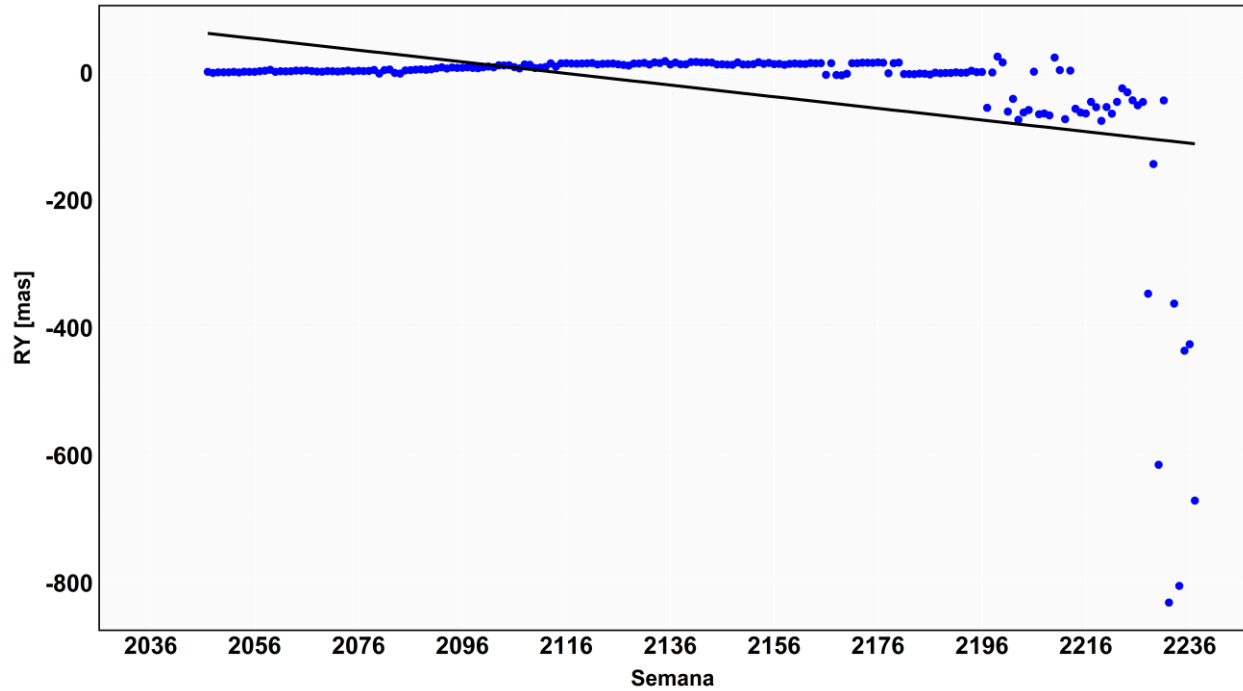


Gráfico 5.6. Comportamiento de las rotaciones en el eje Y calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

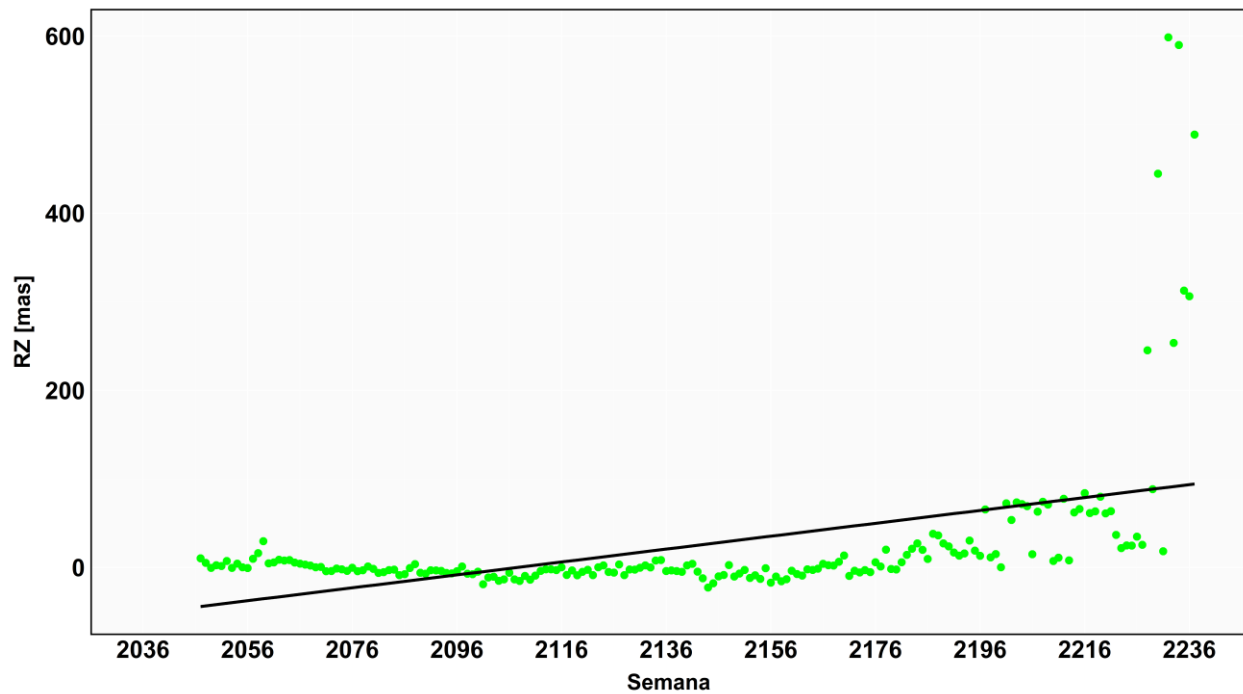


Gráfico 5.7. Comportamiento de las rotaciones en el eje Z calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

5.3.2 Parámetros de transformación estimados con una tolerancia de ± 20 mm

Los parámetros de transformación estimados con un valor de tolerancia de ± 20 mm correspondieron a un proceso menos estricto y más permisivo; ya que, para este caso se contó con más información por estación para el cálculo, lo que se constata en el Gráfico 5.1, donde estaciones como CIQE y CRLP tuvieron más incidencia en los parámetros, dado que esta tolerancia permitió utilizar la totalidad de datos disponibles para estas estaciones en el periodo de estudio; caso contrario cuando se aplicó un valor de tolerancia ± 10 mm.

Adicionalmente, el Gráfico 5.1 muestra como las estaciones LIMN, NYCO SAGE y VERA presentaron un mayor aporte en el cálculo de los parámetros, dado que la cantidad de soluciones eliminadas para el proceso fue menor en comparación a las descartadas por el valor de tolerancia de ± 10 mm. De igual manera, esta situación generó una mayor cantidad de puntos idénticos utilizados en el cálculo semanal de los parámetros, los cuales se puede observar en el Anexo 7.

El rango de los valores asociados a las traslaciones en cada uno de los ejes reveló un comportamiento similar al del obtenido por los parámetros calculados bajo una tolerancia de ± 10 mm, el cual es más amplio para los parámetros TX y TZ, con valores de 50,18 mm y 61,96 mm respectivamente; lo cual, fue diferente para el parámetro TY, ya que su rango fue menor al de los anteriores con un valor igual a 31,12 mm. Lo anterior descrito se puede consultar en el Cuadro 5.3.

Las rotaciones en los ejes describieron un cambio positivo con respecto a las estimadas con una tolerancia de ± 10 mm, tal y como se muestra en el Cuadro 5.5; situación que se encontró completamente relacionada con la cantidad de datos iniciales (soluciones geocéntricas semanales) aportados por las estaciones GNSS homólogas.

En este escenario, se tuvo la influencia de una cantidad mayor de puntos homólogos por semana de cálculo. Por lo tanto, en base a los resultados obtenidos, se determinó que la calidad de los parámetros calculados se encontró relacionada con la calidad de las soluciones empleadas y a la cantidad de puntos idénticos; dado que entre mayor fue la cantidad de datos empleados, los resultados fueron mayormente representativos a la calidad de las soluciones semanales.

Los resultados obtenidos para los parámetros de transformación fueron más acordes a lo esperado cuando se trabaja con este tipo de soluciones semanales. Cada uno de los valores presentó un factor de representación mejor en comparación a los calculados con una tolerancia de ± 10 mm. Al ser más representativos, permitieron determinar que el eje Z presentaba la mayor traslación promedio con respecto a los tres ejes, tomando un valor de 29,87 mm, lo que se puede consultar en el Cuadro 5.4. Así mismo, se identificó que el eje Y involucró la mayor rotación promedio en comparación a la de los otros ejes y por otro lado el eje X abarcó la menor rotación con un valor de -1,00 mas, tal y como se describe en el Cuadro 5.4.

Parámetro de transformación	Promedio	Máximo	Error	Rango
		Mínimo		
TX [mm]	24,71	+49,27 -0,91	14,96	50,18
TY [mm]	17,78	+32,49 -1,38	7,14	31,12
TZ [mm]	29,87	+60,64 -1,05	18,54	61,69
RX [mas]	-1,00	+28,91 -31,97	9,75	60,88
RY [mas]	12,00	+40,05 -0,46	10,37	40,51
RZ [mas]	-5,23	+21,43 -36,59	8,82	58,02

Cuadro 5.3. Conjunto de parámetros de transformación calculados mediante la implementación de un valor de tolerancia de ± 20 mm

Fuente: elaboración propia

En otros aspectos, las traslaciones para los ejes X y Z describieron un comportamiento lineal, a como se muestra en la Figura 5.8 y Figura 5.9. En la Figura 5.10 se evidencia como para el eje Z se presentó una tendencia más similar al de la función del seno. Estos comportamientos se asemejaron a los obtenidos en el escenario donde se aplicó un factor de tolerancia de ± 10 mm. Por otro, el modelamiento de las tres rotaciones se puede observar en la Figura 5.11, Figura 5.12 y Figura 5.13, el cual representó una mejoría. Sin embargo, una vez más existió la carencia de una completa linealidad en los resultados, siendo un indicativo de que estos valores requieren de la implementación de un modelo de orden mayor para su correcto modelamiento.

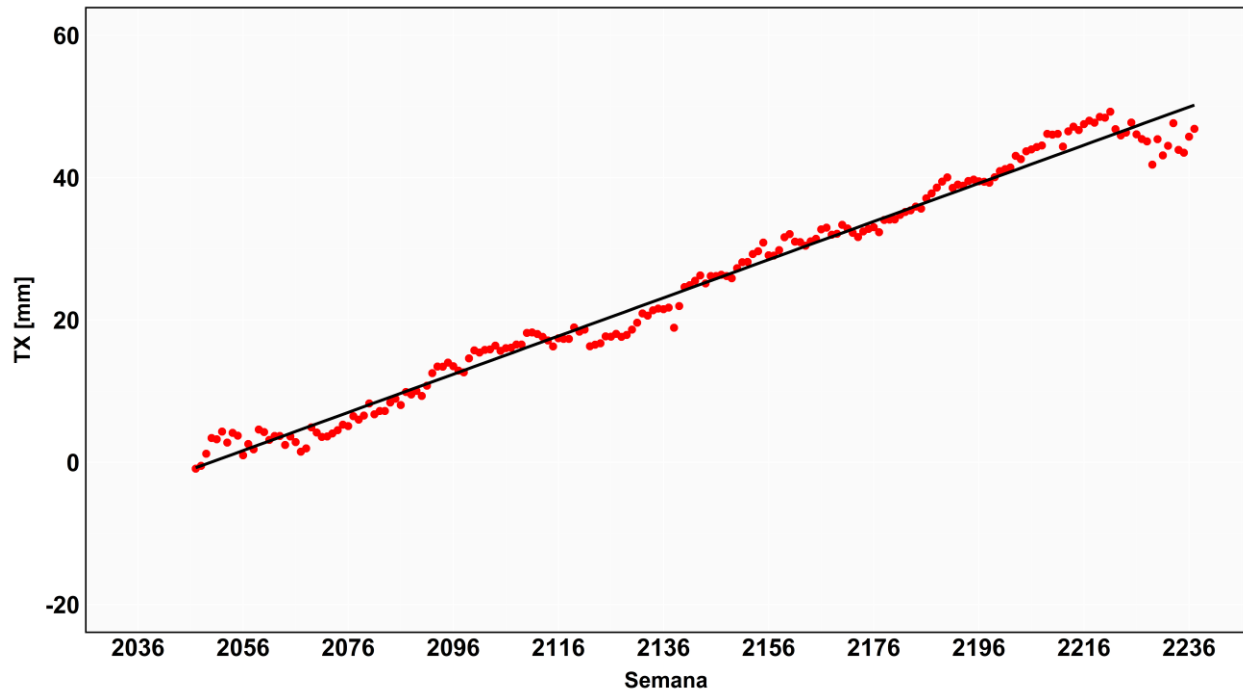


Gráfico 5.8. Comportamiento de las traslaciones en el eje X calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

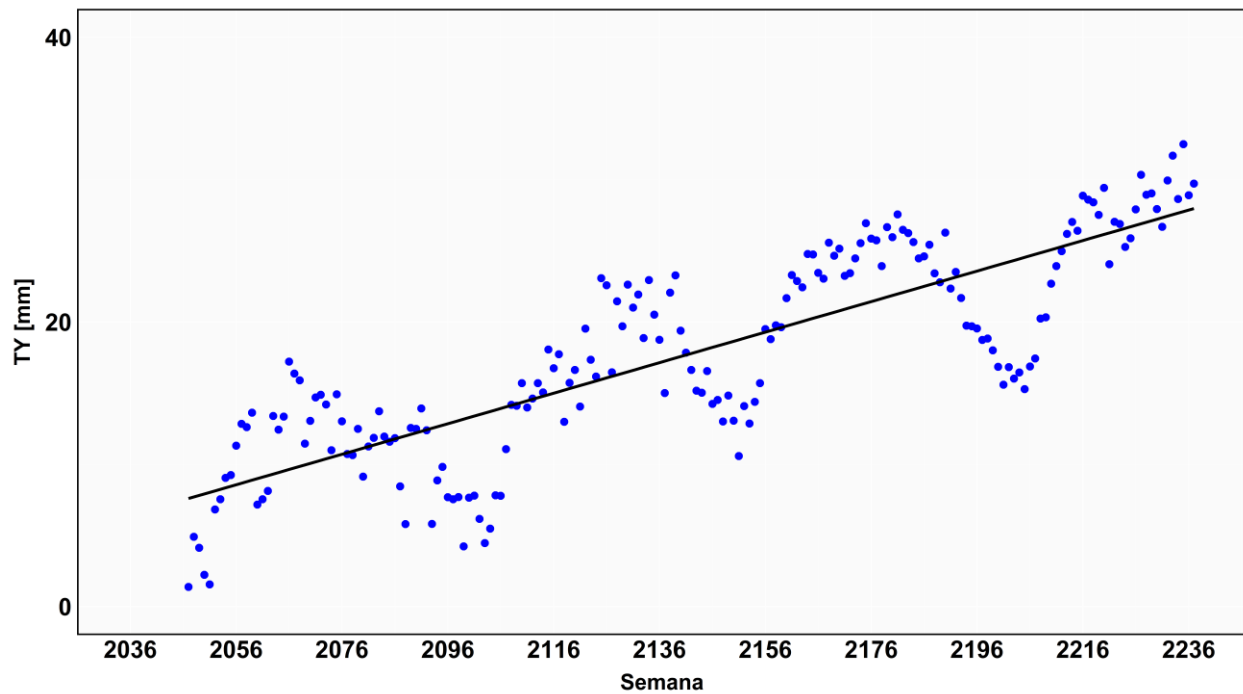


Gráfico 5.9. Comportamiento de las traslaciones en el eje Y calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

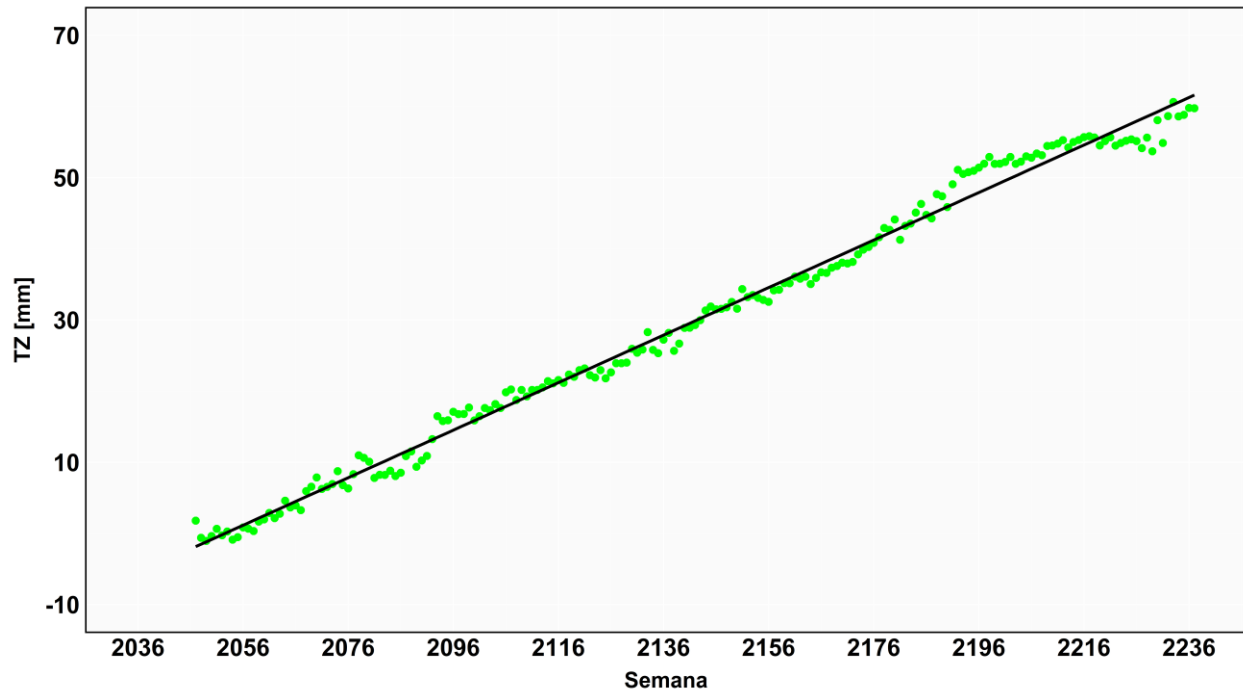


Gráfico 5.10. Comportamiento de las traslaciones en el eje Z calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm
 Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

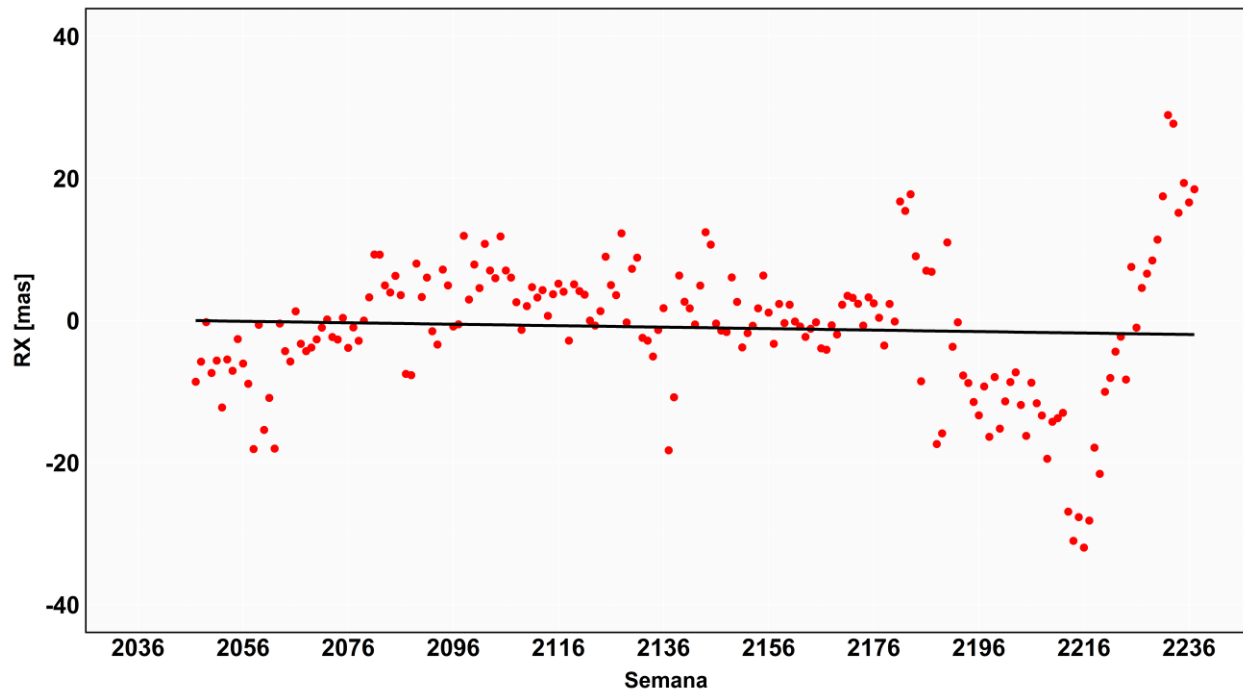


Gráfico 5.11. Comportamiento de las rotaciones en el eje X calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm
 Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

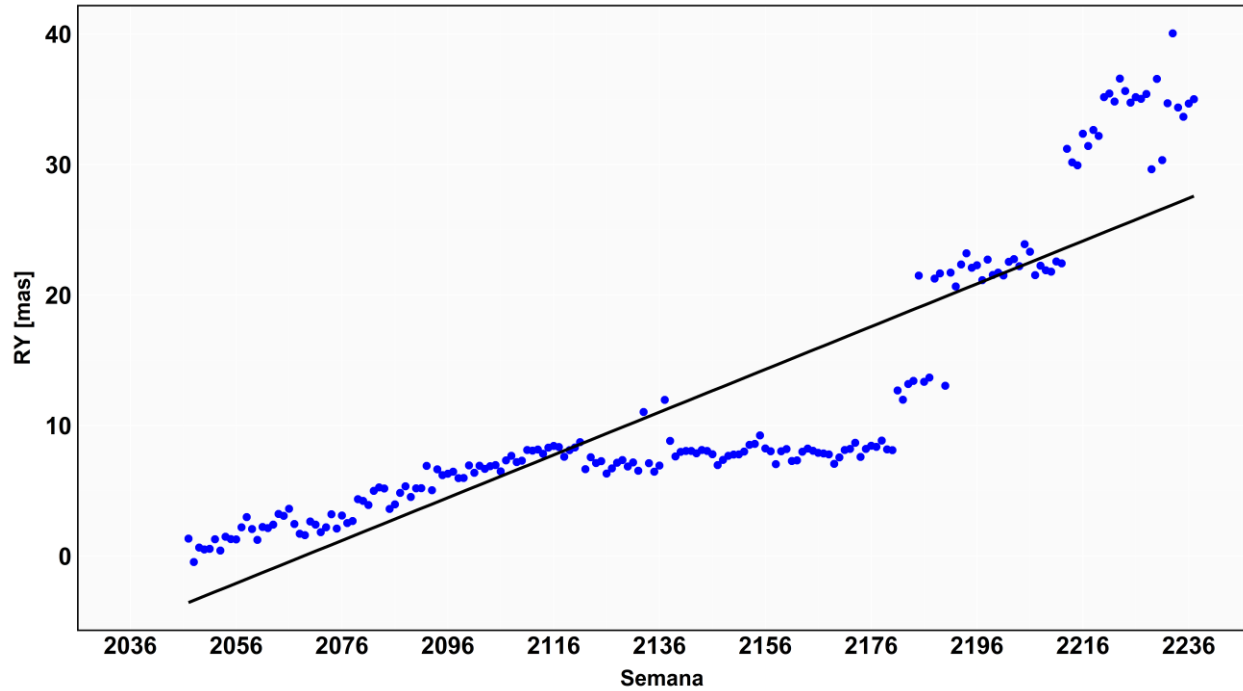


Gráfico 5.12. Comportamiento de las rotaciones en el eje Y calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm
 Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

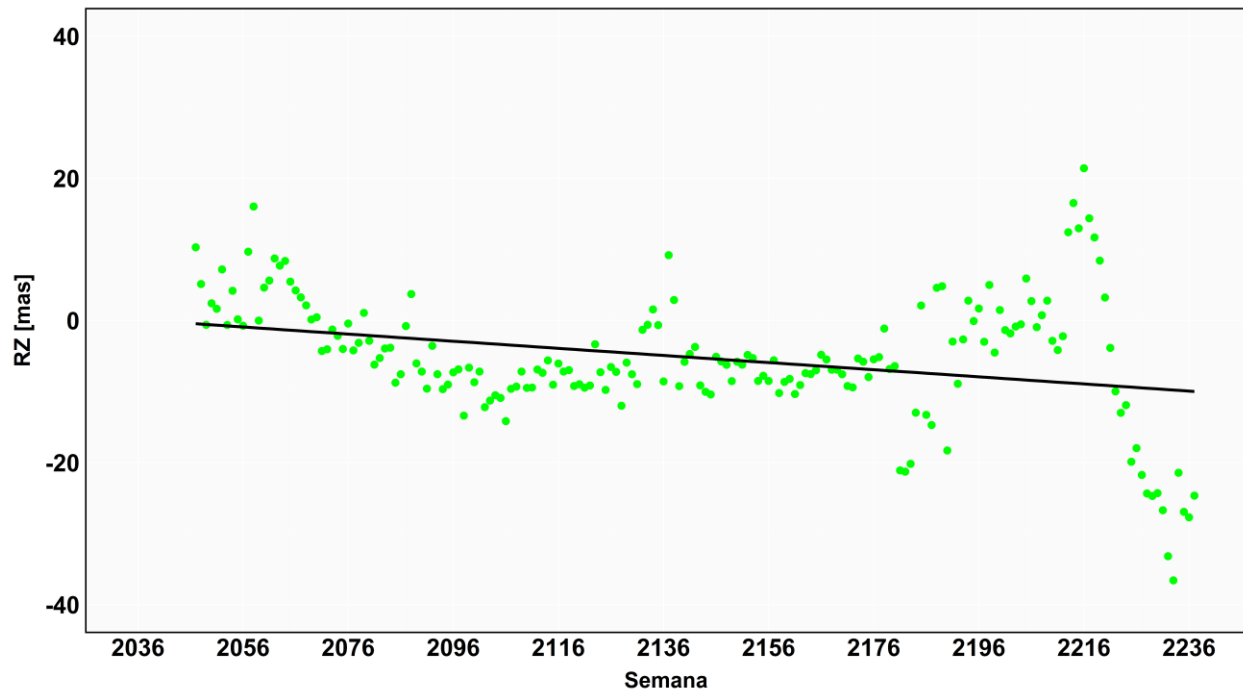


Gráfico 5.13. Comportamiento de las rotaciones en el eje Z calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm
 Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

5.3.3 Parámetros de transformación estimados con una tolerancia de ± 30 mm

El conjunto de parámetros calculados mediante la implementación de un valor de tolerancia igual a ± 30 mm se basó en un proceso matemático sin restricciones; ya que, en el Gráfico 5.1 se puede apreciar la cantidad total de semanas procesadas, donde se puede identificar con ayuda del Gráfico 4.1 la influencia del total de soluciones semanales disponibles para el periodo de estudio. En otras palabras, se comprobó el uso completo de todas las estaciones descritas por la Figura 4.5. Los resultados estadísticos de este proceso se detallan en el Cuadro 5.4.

Las traslaciones obtenidas para este conjunto de parámetros mostraron pequeñas diferencias en comparación con las estimadas en el escenario de tolerancia de ± 20 mm, ya que para TX se obtuvo una diferencia de -0,33 mm, para TY un valor de -0,59 mm y para TZ una diferencia de 0,14 mm. Por otro lado, las rotaciones mantuvieron este mismo comportamiento, dado que para la rotación en el eje X se tiene una diferencia de -2,69 mas, para la rotación del eje Y un valor de 4,17 mas y para la rotación en el eje Z un valor de 1,44 mas.

Parámetro de transformación	Promedio	Máximo	Error	Rango
		Mínimo		
TX [mm]	25,04	+51,09	15,41	52,00
		-0,91		
TY [mm]	18,37	+33,24	7,66	31,86
		1,38		
TZ [mm]	29,72	+57,23	18,31	58,28
		-1,05		
RX [mas]	1,69	+28,37	7,24	46,64
		-18,27		
RY [mas]	7,83	+25,69	4,96	26,15
		-0,46		
RZ [mas]	-6,67	+16,03	7,96	49,35
		-33,32		

Cuadro 5.4. Conjunto de parámetros de transformación calculados mediante la implementación de un valor de tolerancia de ± 30 mm
Fuente: elaboración propia

Las traslaciones manifestaron un caso distinto al de las rotaciones, ya que, si bien es cierto se identificaron diferencias en el rango de los parámetros estimados según la tolerancia aplicada; sin

embargo, estas diferencias fueron de orden menor al de las rotaciones. Esta situación, permitió determinar que tanto las rotaciones como las traslaciones de los ejes presentaron comportamientos distintos.

Además, se añade que las traslaciones para los ejes X y Z describieron una tendencia lineal, ya que en el Gráfico 5.14 y Gráfico 5.16, se aprecia como los resultados se ajustaron en gran medida a línea negra, la cual representa la linealidad a la que deben responder. Esta tendencia o modelamiento mostró una mejor representación al final del periodo de estudio, en comparación a las realizadas para los otros parámetros determinados. Por lo cual, se estableció que estos parámetros son los que más se ajustan al modelamiento lineal.

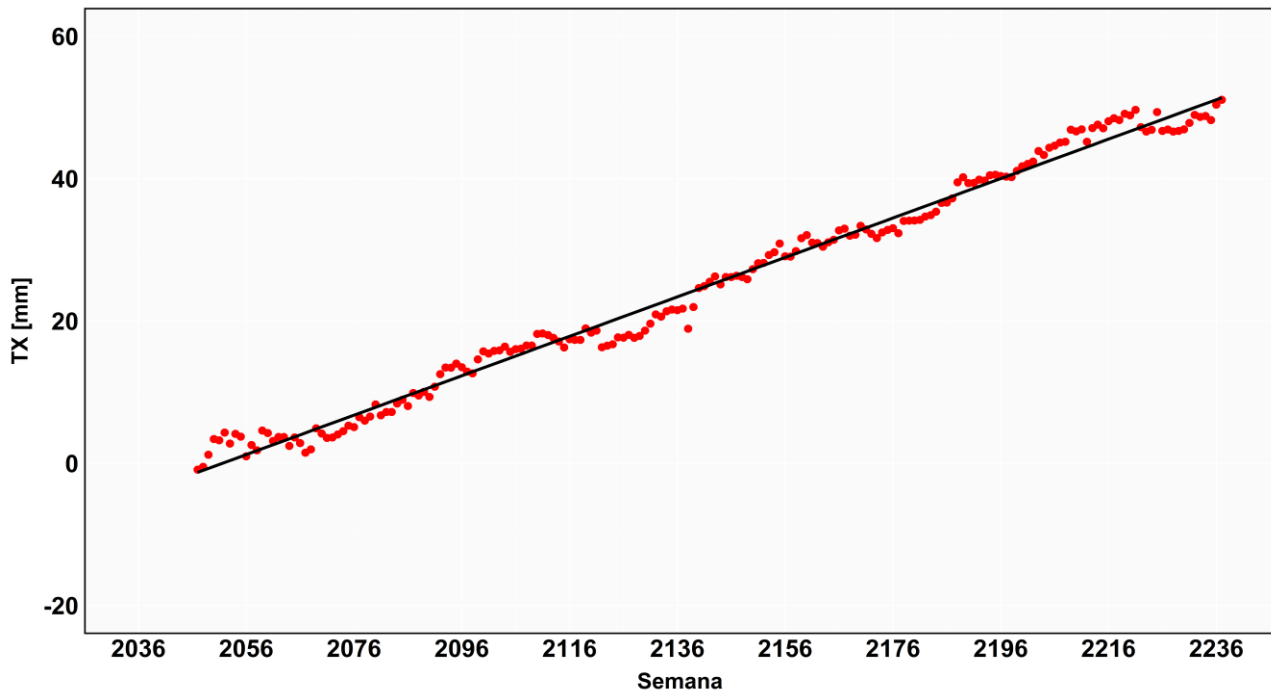


Gráfico 5.14. Comportamiento de las traslaciones en el eje X calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Por otro lado, para las traslaciones en el eje Y se presentó el mismo comportamiento que el identificado en los otros casos, ya que su tendencia se asemeja a la función del seno a como lo describe el Gráfico 5.15. Además, se identificó un patrón bien definido en el modelamiento de los

datos, dado la formación de los valles y crestas, ya que estos describieron ciclos entre las semanas con datos disponibles.

Los ciclos identificados se relacionan con las estaciones climáticas del país, dado que las crestas observadas en el Gráfico 5.15 coinciden con la época seca. Un ejemplo de esto es la semana 2136, correspondiente a diciembre de 2020, mes que marca el inicio del periodo seco en Costa Rica. De manera similar, los valles presentes en dicho gráfico tienden a asociarse con el inicio de la estación lluviosa; por ejemplo, la semana 2156 se sitúa en mayo de 2021, mes que representa el comienzo teórico de las lluvias. No obstante, en este punto del año las precipitaciones aún no han alcanzado una magnitud suficiente como para consolidar una carga hidrológica significativa que genere efectos evidentes en las estructuras sobre las que están colocadas las estaciones GNSS. Sin embargo, con el avance de la temporada lluviosa, la saturación progresiva del suelo podría contribuir a desplazamientos verticales o diferenciales que se reflejan en las traslaciones observadas sobre el eje.

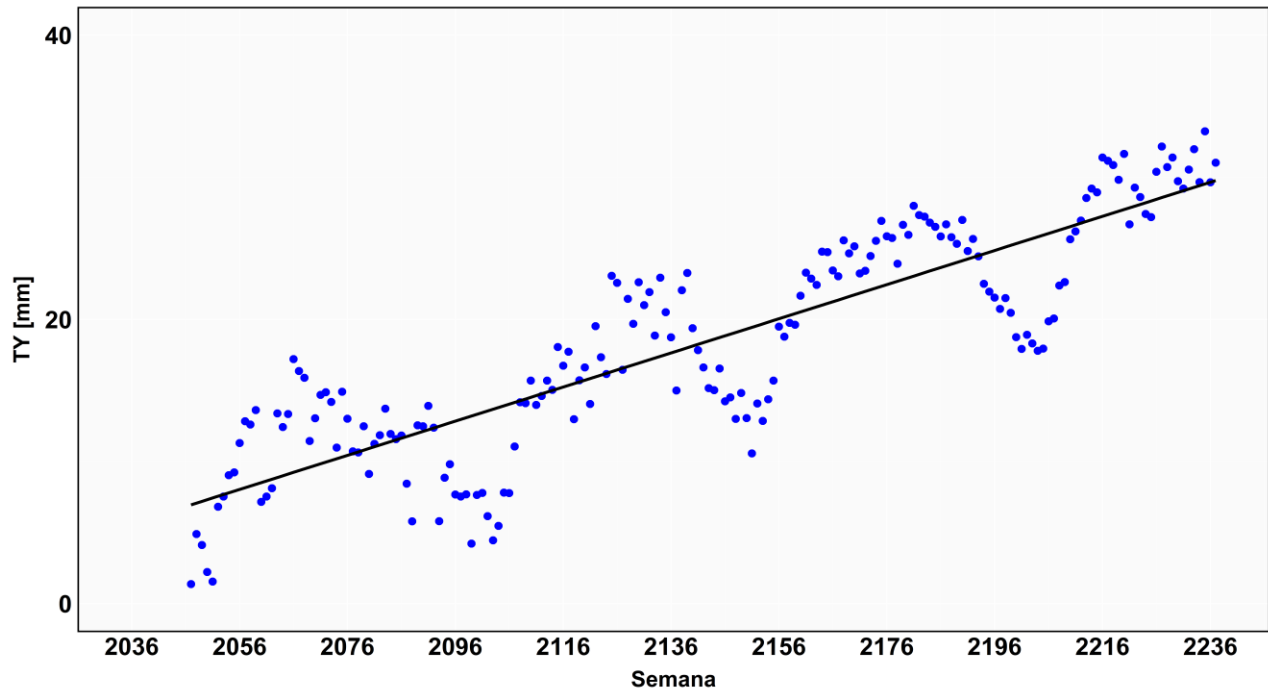


Gráfico 5.15. Comportamiento de las traslaciones en el eje Y calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

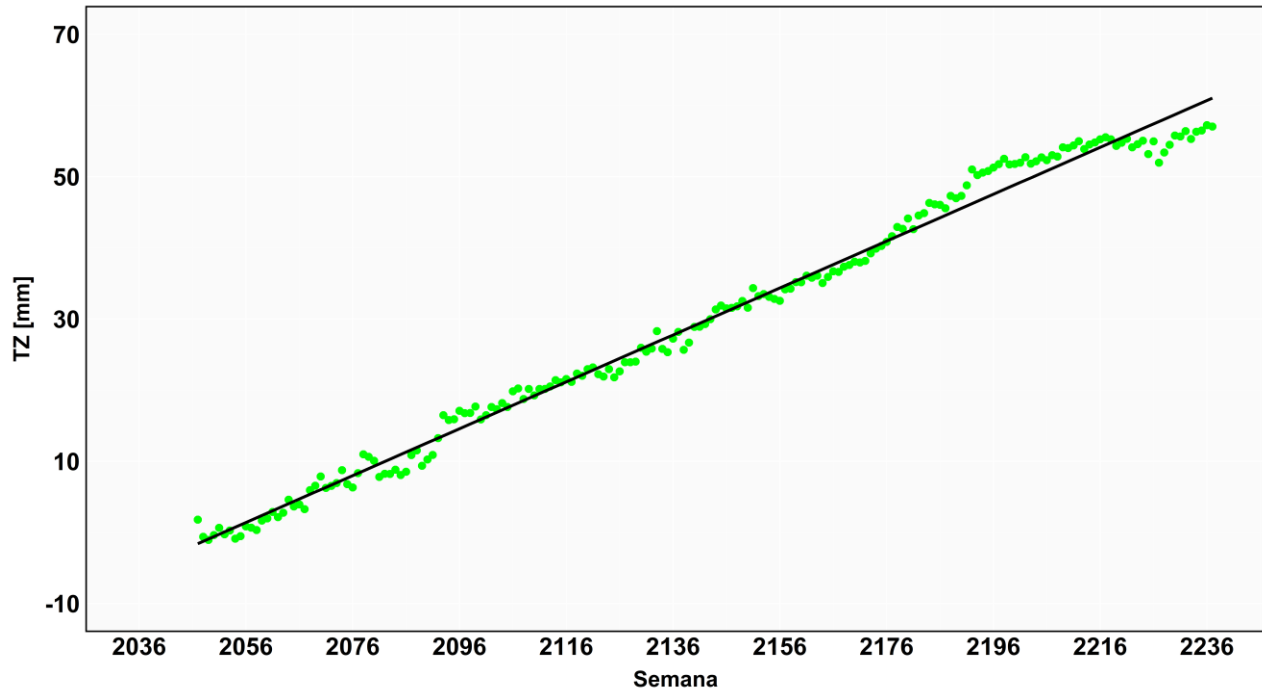


Gráfico 5.16. Comportamiento de las traslaciones en el eje Z calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Por otro lado, realizando la comparación del rango de los tres conjuntos de parámetros, se identificó un cambio abrupto en los valores entre las rotaciones obtenidas al aplicar una tolerancia de ± 10 mm, de ± 20 mm y de ± 30 mm, lo cual una vez más indicó la importancia de contar con un número considerable de puntos idénticos presentes en el cálculo, cuyos resultados sugirieron que 7 puntos homólogos como mínimo permitieron obtener datos representativos y confiables para los parámetros de transformación.

Adicionalmente, con el modelado del comportamiento de los resultados, se identificó que estos carecen de linealidad a como lo muestra el Gráfico 5.17, Gráfico 5.18 y Gráfico 5.19. Por lo cual, se consideró que las rotaciones para cada uno de los tres escenarios no respondieron a un modelo lineal y que para su correcto modelamiento se debió utilizar un modelo de orden mayor. Sin embargo, los resultados si presentan un cambio positivo para este caso. Además, tomando como referencia los parámetros determinados por las otras restricciones de calidad, se identificó que estos resultados si se ajustaron de una mejor manera al modelo lineal, mas no por completo a como se esperaba.

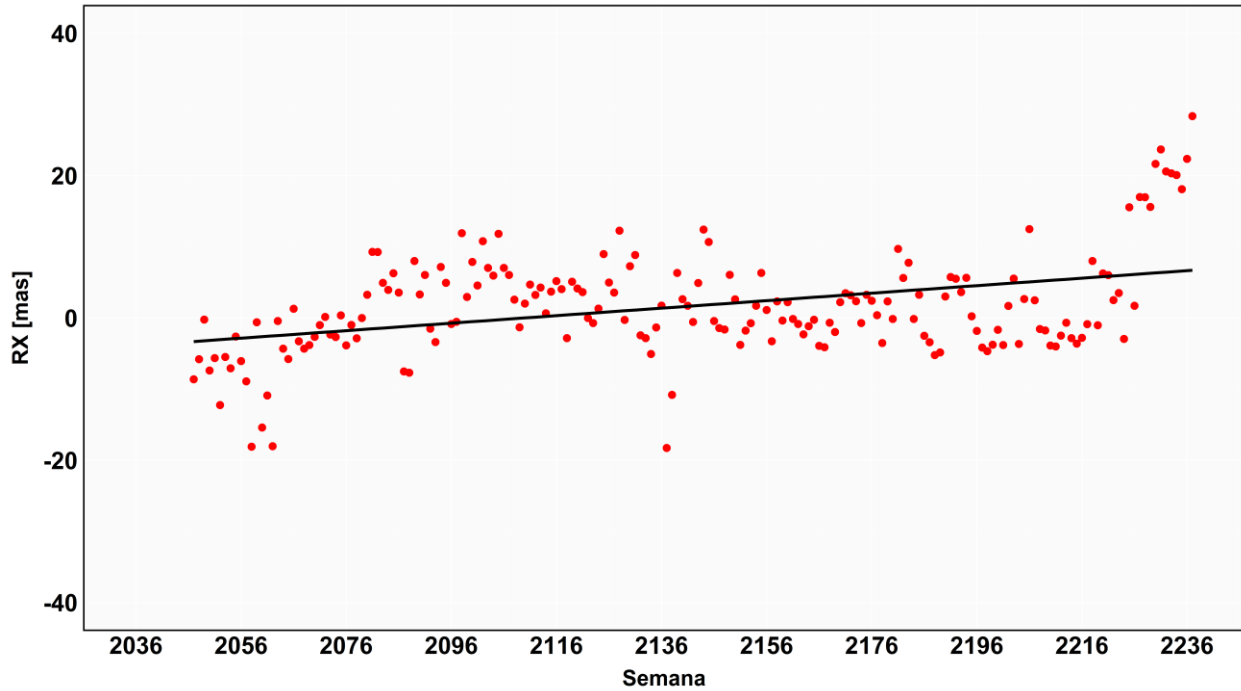


Gráfico 5.17. Comportamiento de las rotaciones en el eje X calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm
 Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

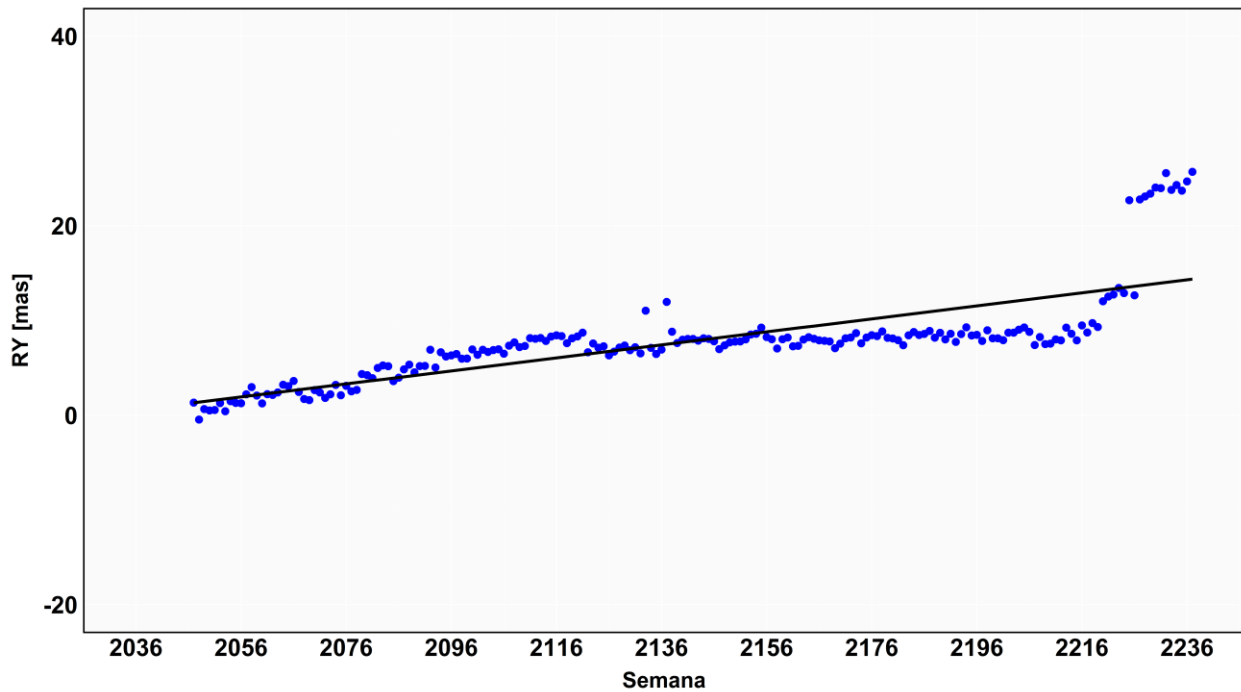


Gráfico 5.18. Comportamiento de las rotaciones en el eje Y calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm
 Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

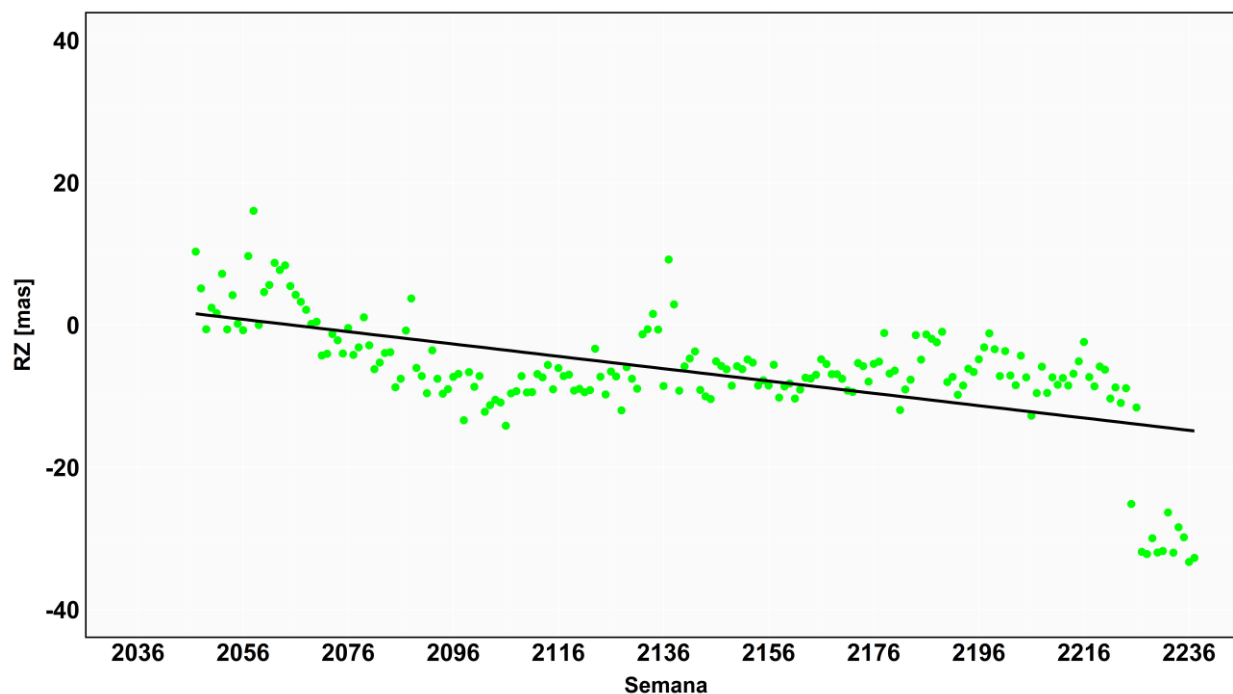


Gráfico 5.19. Comportamiento de las rotaciones en el eje Z calculadas mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

No obstante, alejado del concepto de carencia de linealidad para las rotaciones, se determinó que los valores obtenidos representaron cantidades bajas, ya que las variaciones para los procesos donde se empleó un valor de tolerancia de ± 10 mm y ± 20 mm no sobrepasaron los 40 milisegundos de arco, en excepción de un valor para el primer proceso mencionado. Esta cantidad representó 0.04 segundos de arco, siendo una variación únicamente detectada por este tipo de estudios, dado que es relativamente una diferencia baja.

Finalmente, en base a los resultados obtenidos, fue posible demostrar que las rotaciones en los ejes no son significativas, las cuales sugirieron un paralelismo en los tres ejes que definen la terna de coordenadas del sistema de referencia. Donde, únicamente se presentaron movimientos en cada uno de los ejes, es decir, traslaciones en X, Y y Z. Por lo tanto, se consideró esta situación para realizar la validación del modelo calculo mediante la aplicación exclusivamente de las traslaciones y sus variaciones temporales.

5.4 Análisis de los residuales producto del cálculo de parámetros de transformación

El análisis de los residuales se dividió de la misma manera que en cálculo de los parámetros de transformación, es decir, se presentaron tres distintos escenarios donde se pudo comparar cada comportamiento de los valores, según la tolerancia de cálculo empleada. Cada resultado se detalla en los siguientes párrafos, los cuales, se muestran en componentes topocéntricos.

5.4.1 Residuales estimados con una tolerancia de ± 10 mm

Primeramente, al utilizar un valor de tolerancia de ± 10 mm, se apreció que los residuales relacionados al componente norte (n) presentaron una tendencia de asimetría positiva, ya que los valores más frecuentes se ubicaron a la derecha del gráfico. Por esta razón, se logró identificar una distribución normal y sesgada a valores positivos, donde la mayor concentración de residuales se ubicó entre valores mayores a cero y menores a cinco. Así mismo, en el Gráfico 5.20 se aprecia como la media de los resultados presentaron una frecuencia casi igual a 200 y con valores mayores a cero; donde la extensión de las barras de frecuencia, indican una alta desviación estándar en los datos.

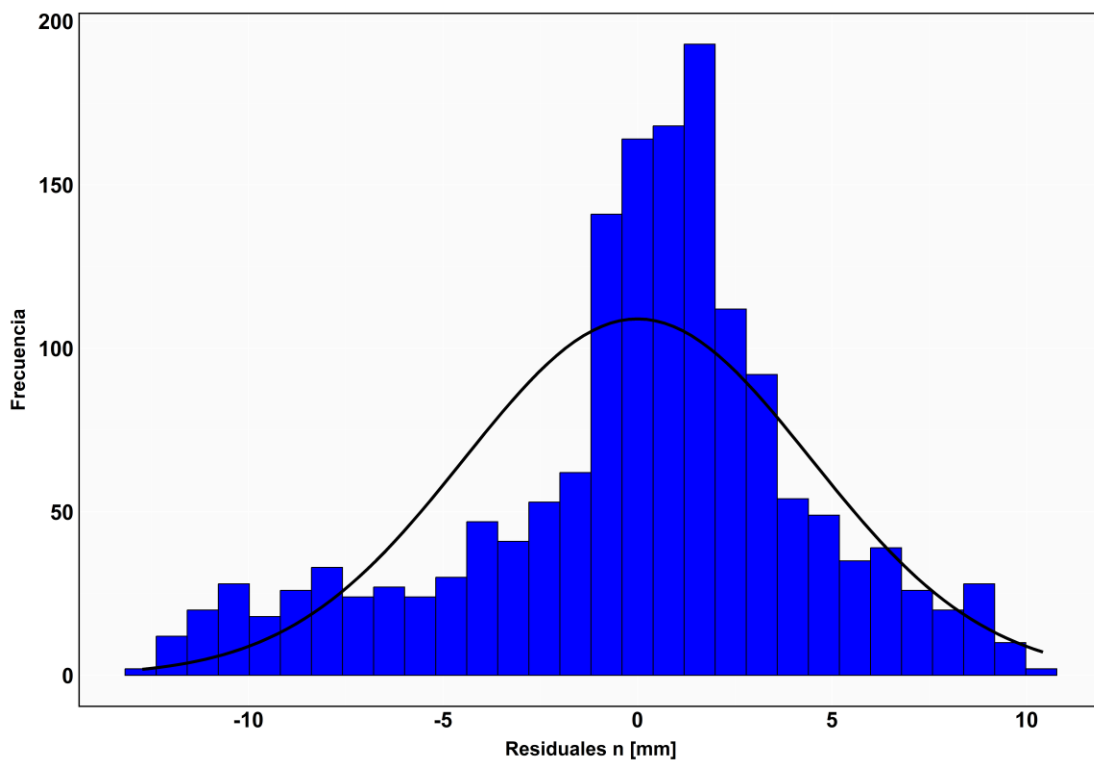


Gráfico 5.20. Comportamiento de los residuales en la componente norte producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Por otro lado, los residuales relacionados al componente este (e) presentaron un comportamiento relacionado a una distribución normal. Ya que, al sobreponer el gráfico de frecuencias con la curva teórica de distribución normal, se logró identificar simetría en los residuales, es decir, la mayor concentración de valores se ubica en el centro y van disminuyendo gradualmente hacia los extremos como lo muestra el Gráfico 5.21.

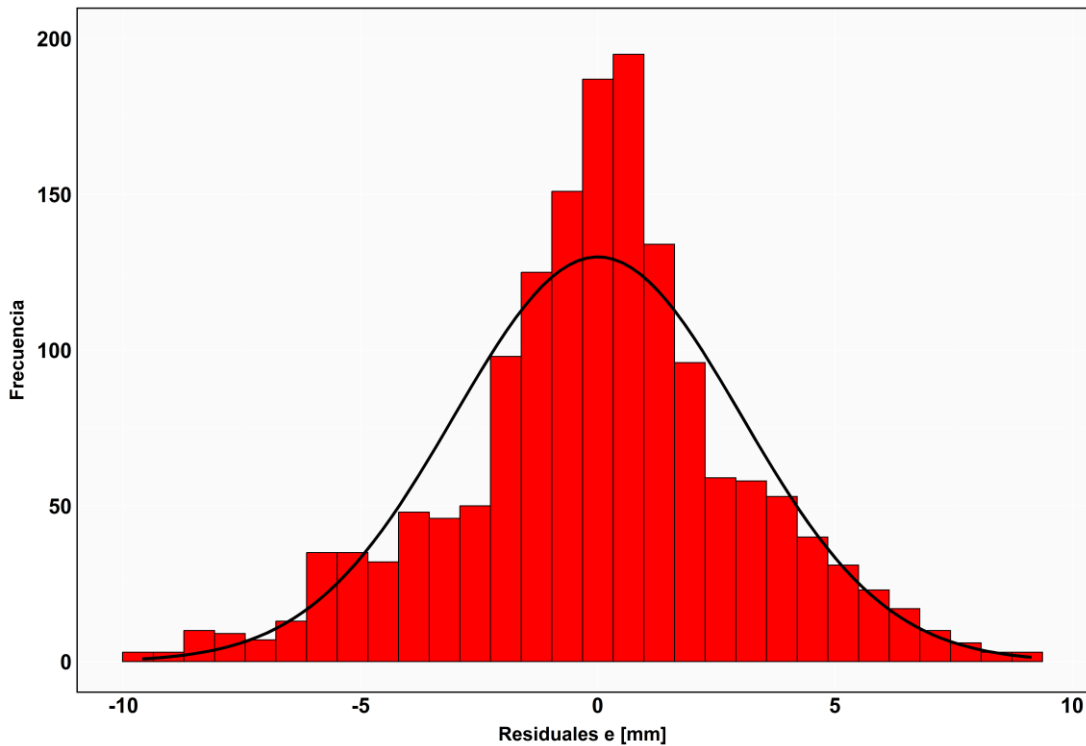


Gráfico 5.21. Tendencia de los residuales en la componente este producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 10 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

En el Gráfico 5.21, se muestra como la media de los residuales presenta una alta frecuencia de las barras relacionadas a los valores cercanos a cero, siendo valores esperados del proceso de cálculo por medio del algoritmo de ajuste por mínimos cuadrados. Adicionalmente, analizando la extensión de las barras de frecuencia, se determinó que los residuales correspondieron a valores poco dispersos y con baja desviación estándar.

Finalmente, para la componente de altura (u) se logró apreciar que los residuales al igual que para la componente n, presentaban una tendencia relacionada a una distribución normal sesgada, pero con tendencia a valores negativos, donde la mayor concentración de valores se encontró del valor

referente a la media hacia la izquierda. El modelamiento de estos residuales se muestra en el Gráfico 5.22.

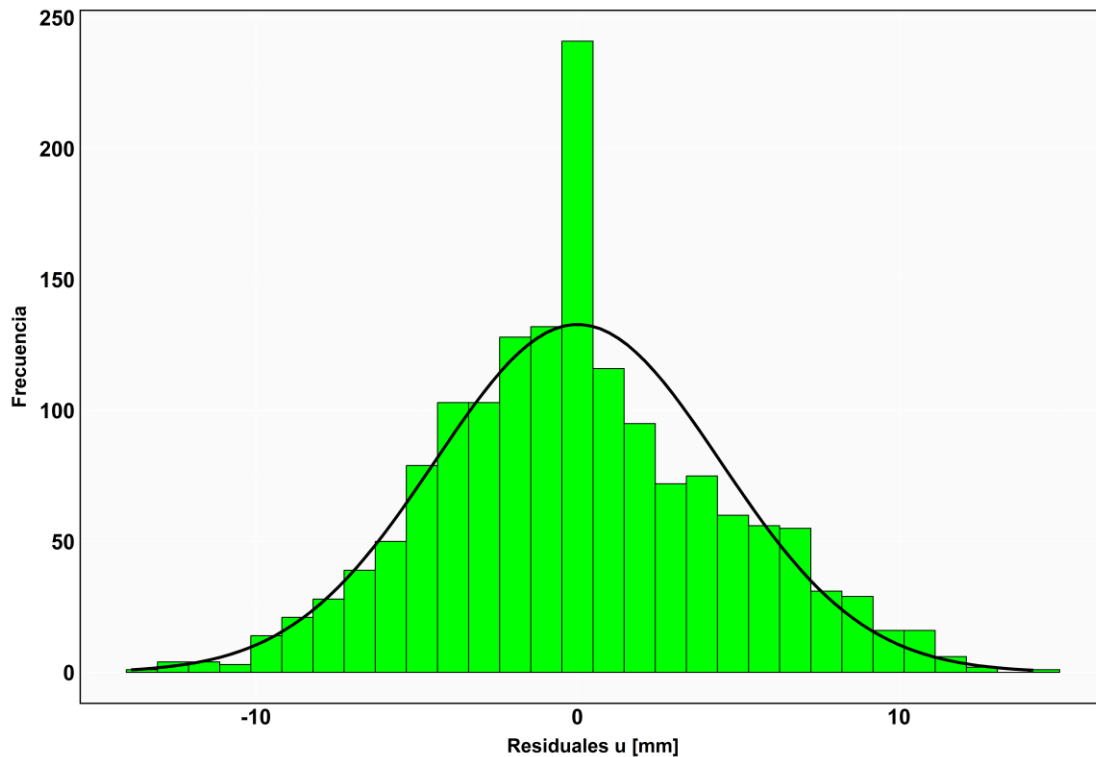


Gráfico 5.22. Tendencia de los residuales en la componente altura producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de 10 mm
Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Gracias al Gráfico 5.22, se puede mencionar que existió una mayor frecuencia de valores iguales a cero o cercanos a este número y que el resto de residuales con una frecuencia considerable se concentraron entre los -10 mm y 0 mm. Además, permite identificar que se tuvo una gran concentración controlada en los resultados, dado la secuencia y extensión similar de las barras; lo que permitió deducir que los residuales correspondientes a la altura presentaron una variabilidad intermedia.

En modo de resumen y de comparación de resultados, se presenta el Gráfico 5.23, el cual describe el comportamiento que tuvieron los residuales por componente, obtenidos mediante el cálculo de los parámetros de transformación con una tolerancia de ± 10 mm. En este gráfico el punto de color negro representa el valor promedio de los residuos. Ahora bien, analizando cada boxplot, se pudo

identificar que los residuales para la componente norte involucraron un rango intercuartil más amplio en comparación al de las otras componentes. Lo cual, define que los valores fueron más dispersos que los de los otros grupos. Adicionalmente, se aprecia en el Gráfico 5.23, que la media para los residuales en n se posicionó sobre cero, definiendo de esta manera una tendencia a valores positivos.

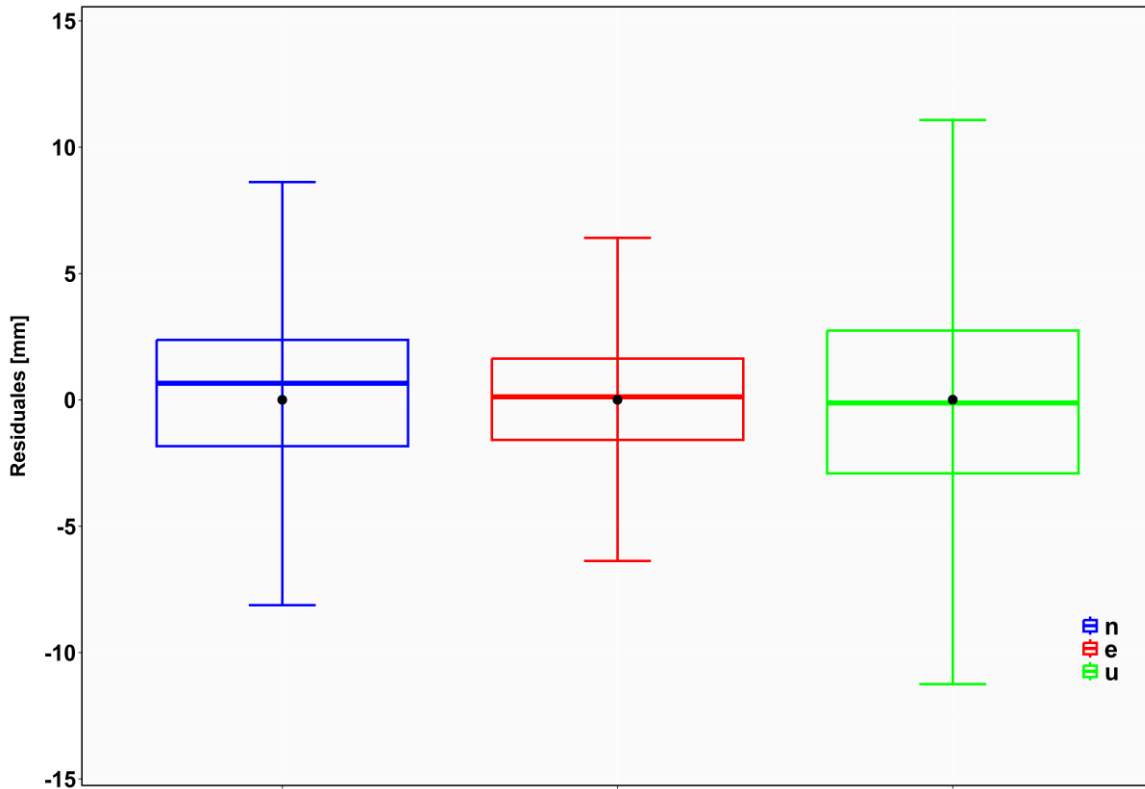


Gráfico 5.23. Boxplot para los valores de las coordenadas topocéntricas N, E, U contemplando una tolerancia de ± 10 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Los residuales en el componente este presentaron una distribución normal simétrica, ya que sus bigotes fueron más cortos y que su rango intercuartil definió una simetría bien definida. Además, los valores fueron menos dispersos y más consistentes que los de los otros componentes topocéntricos, lo que lo evidencia el valor máximo y mínimo, dado que se encontraron cercanos a la caja. Por otro lado, la caja fue amplia para los residuales verticales, lo que definió que los datos eran dispersos, pero su rango intercuartil define una dispersión menor a la relacionada con la componente norte. También, los bigotes y posición de la media indicaron la presencia de una tendencia marcada a números negativos. Todo lo anterior se puede consultar en el Gráfico 5.23.

5.4.2 Residuales estimados con una tolerancia de ± 20 mm

Los residuales para la componente norte se describen por medio del Gráfico 5.24, en el cual se aprecia que los valores presentaban una tendencia hacia números positivos, lo que generó una distribución normal sesgada positivamente y que no se determinara una simetría correctamente definida. No obstante, algunas frecuencias de datos tomaron valores cercanos a cero, donde dominaron valores entre los 0 mm y 5 mm.

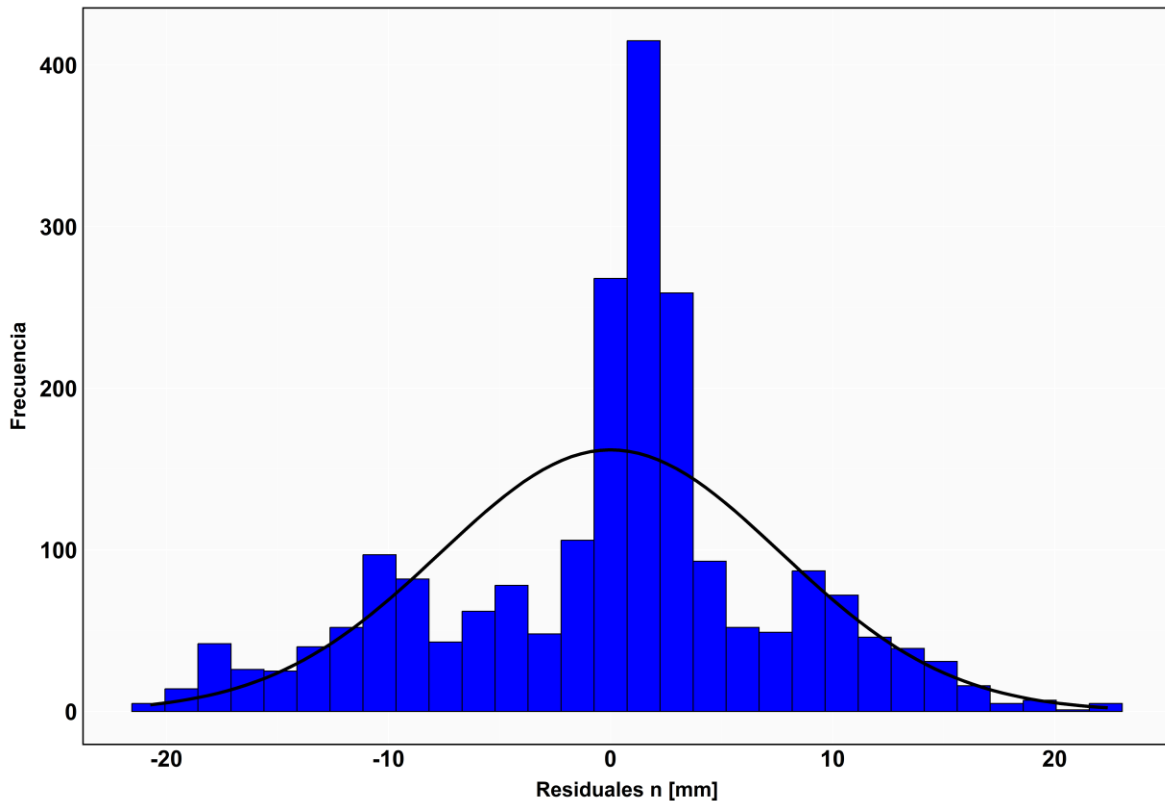


Gráfico 5.24. Tendencia de los residuales en la componente norte producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm
Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

La situación anteriormente mencionada se encontró relacionada a la tendencia de los residuos relacionados a la otra componente horizontal, ya que, como se muestra en el Gráfico 5.25, los residuales describieron un comportamiento normal, donde los valores tendían a tomar números positivos. Esto generó carencia de simetría completa en los resultados. Por otro lado, para este caso la media de los valores se estuvo muy cercana a los 0 mm. Sin embargo, son valores con alta dispersión, por ende, baja desviación estándar.

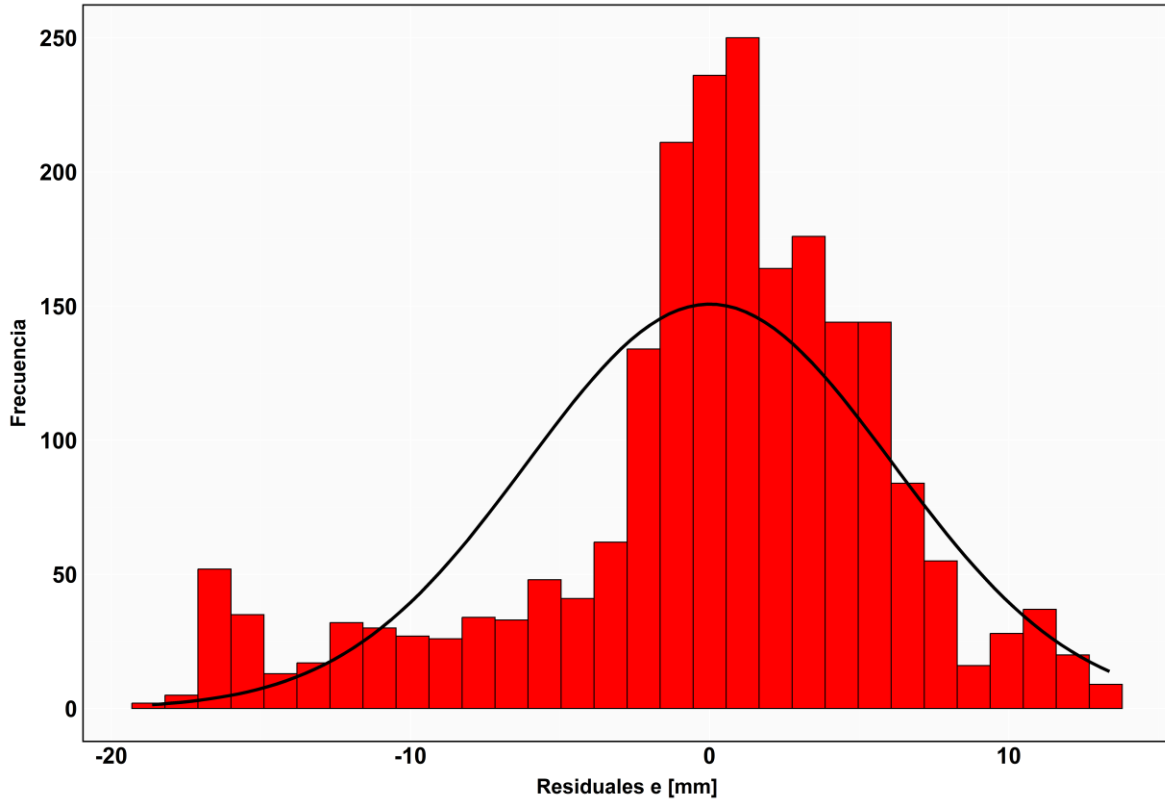


Gráfico 5.25. Tendencia de los residuales en la componente este producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm
Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Por otra parte, para los residuales en la componente de altura, se observó un comportamiento distinto al compararlos con los valores estimados para la misma componente con un factor de tolerancia de ± 10 mm, tal y como lo muestra el Gráfico 5.26 y Gráfico 5.22 respectivamente; dado que, para este caso se apreció una distribución careciente de simetría, acompañada de una tendencia negativa o izquierda. Cuyo comportamiento se reflejó en los valores negativos.

De igual manera, en base al modelamiento de los residuales en u, se identificó un rango mayormente variado y asimétrico, más específicamente entre -10 mm y 20 mm, lo que permitió deducir la influencia del valor de tolerancia aplicado, debido a que en el Gráfico 5.22 se muestran los residuales con una simetría definida. Además, en este caso se estimaron con una menor cantidad de puntos homólogos y sin la influencia de datos que sobrepasaran los ± 10 mm. No obstante, con una tolerancia de ± 20 mm se aseguró el uso de una mayor cantidad de puntos en ambas semanas de cálculo.

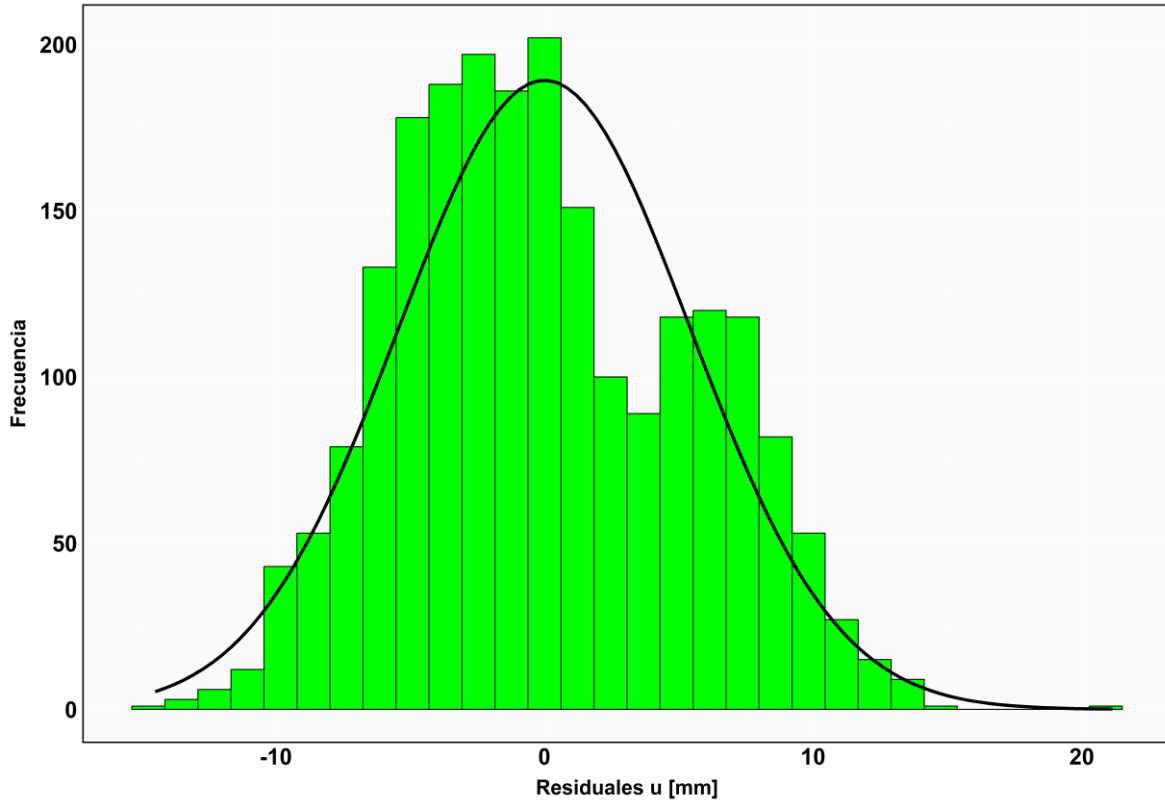


Gráfico 5.26. Tendencia de los residuales en la componente altura producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 20 mm
Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Todo lo anterior expuesto se detalla con mayor facilidad en el Gráfico 5.27, ya que se muestra la comparación entre los residuales por cada componente topocéntrico mediante un boxplot. Primeramente, con este gráfico se reafirma que los residuales para la componente norte se ajustaron a valores cercanos a cero, lo cual fue un indicio por el valor promedio y la mediana de los datos. Sin embargo, su distribución presentó una mayor tendencia a valores negativos, sumado a esta situación se logró identificar la variabilidad de los datos por el tamaño de los bigotes.

El Gráfico 5.27 muestra como los residuales para la dirección este, representaron una menor variabilidad en los valores en comparación para las otras componentes. Esto se identificó por medio del rango intercuartil, el cual fue menos amplio que los otros y por el tamaño de los bigotes; generando que los residuos se encontraran más concentrados. Cuya concentración fue definida hacia valores positivos, lo mismo mostrado por el Gráfico 5.25.

En el caso de la componente de altura, se apreció en base a lo mostrado por el Gráfico 5.27, que el rango intercuartil fue más amplio que el de las otras componentes. Lo cual, sugirió que los valores presentaban una mayor variabilidad; situación esperada por la naturaleza de las coordenadas, las cuales se encontraron relacionadas con la precisión y las limitaciones inherentes a las observaciones GNSS. Ya que, estas dependen de la geometría de los satélites en relación con la estación receptora, los cuales suelen estar distribuidos más horizontalmente que verticalmente respecto al receptor, lo que lleva a una menor precisión en la dirección vertical.

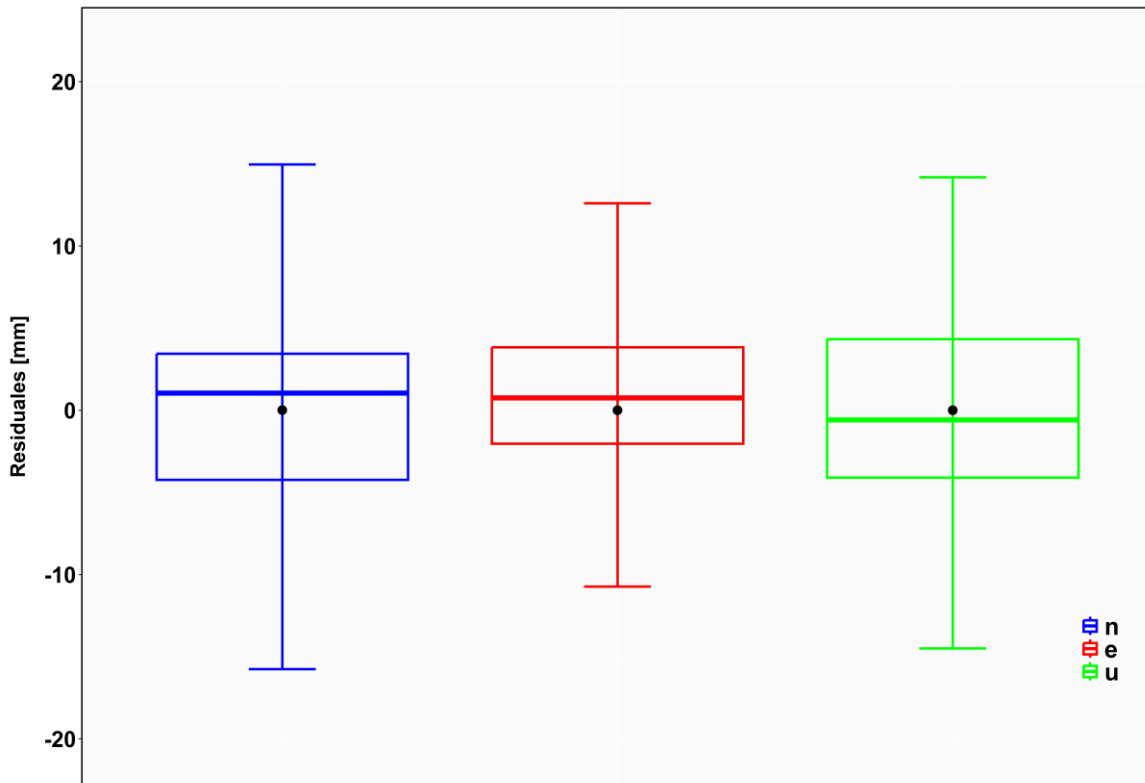


Gráfico 5.27. Boxplot para los valores de las coordenadas topocéntricas N, E, U contemplando una tolerancia de ± 20 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

En general, las componentes horizontales evidenciaron medianas muy cercanas a 0 mm, lo que indicó un buen ajuste promedio en las direcciones n y e, con menor variabilidad y un comportamiento centrado en el valor medio. Sin embargo, la componente vertical mostró una dispersión mayor y una ligera tendencia hacia valores negativos, lo que refleja las limitaciones típicas en la determinación de alturas mediante GNSS.

5.4.3 Residuales estimados con una tolerancia de ± 30 mm

El comportamiento de los residuales originados por el cálculo del conjunto de parámetros bajo el valor de tolerancia de ± 30 mm se muestra mediante un histograma en el Gráfico 5.28; en el cual, se evidencia que la mayor cantidad de residuos se ubicaron alrededor de 0 mm, siendo esta situación un indicativo de que los errores eran bajos; es decir, los datos mostraron una baja desviación estándar.

En base al modelamiento de los residuales se reconoció que las colas de la distribución son más anchas de lo esperado para una distribución normal. Así mismo, se identificó la presencia de valores extremos en ambas direcciones de la distribución. Estos valores, son los que se observaron mayores a -20 mm y 20 mm, siendo cantidades descartadas para el proceso de cálculo con una tolerancia de ± 20 mm, mas no con una tolerancia de ± 30 mm. Por esta razón, en el Gráfico 5.24 no existe la posibilidad de identificarlos, ya que los residuales responden estrictamente a la restricción empleada.

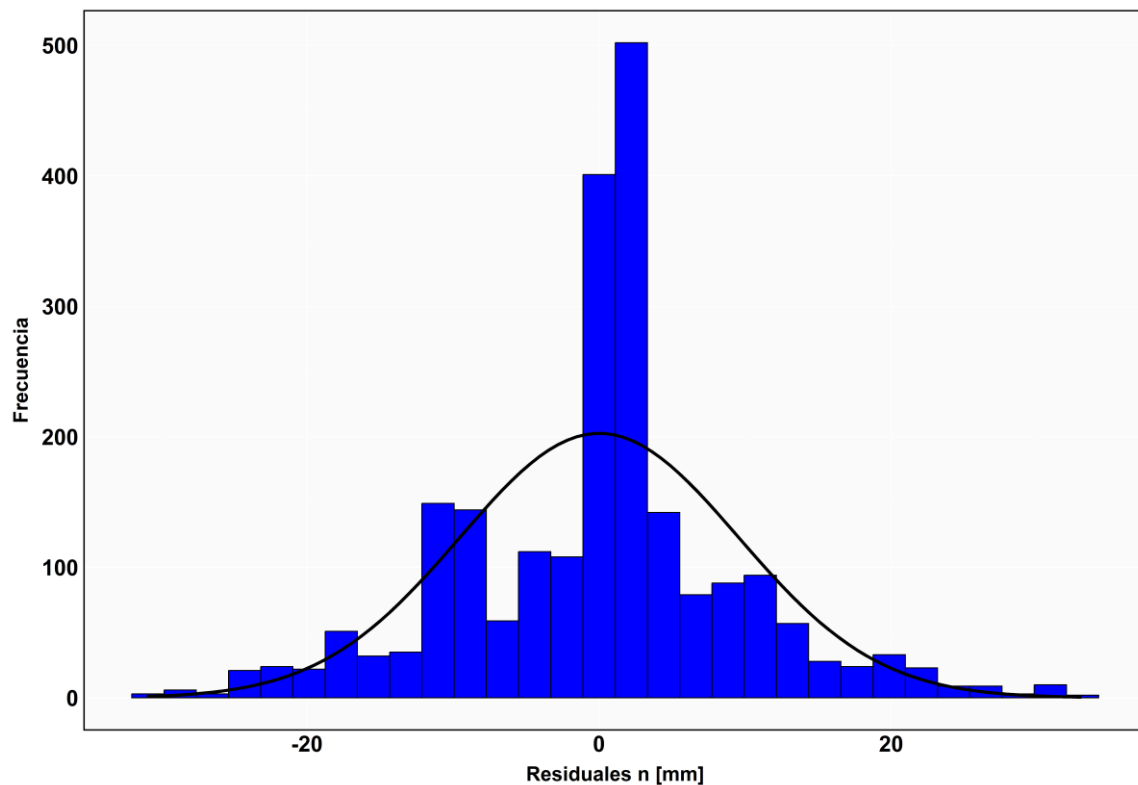


Gráfico 5.28. Tendencia de los residuales en la componente norte producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm
Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

En el Gráfico 5.28 se pudo identificar una mayor concentración de datos en el centro del gráfico; pero una mínima tendencia a valores negativos, lo que definió la carencia de una simetría definida para el comportamiento de los residuales. Por otro lado, el modelamiento de los residuales para el componente este se muestra en el Gráfico 5.28, que los valores oscilaron entre -20 mm y +20 mm, sin embargo, existió una mayor densidad en los datos para el rango de -5 mm a +5 mm. Esta densidad ocasionó una mayor distribución de datos en la dirección de los valores positivos.

La simetría de los datos en función a una distribución normal presentó problemas, no se ajustó como se espera. Así mismo, se identificó que este proceso matemático tuvo una tendencia a generar errores más grandes en la dirección de mayor concentración de los datos; es decir, para los valores agrupados a la derecha.

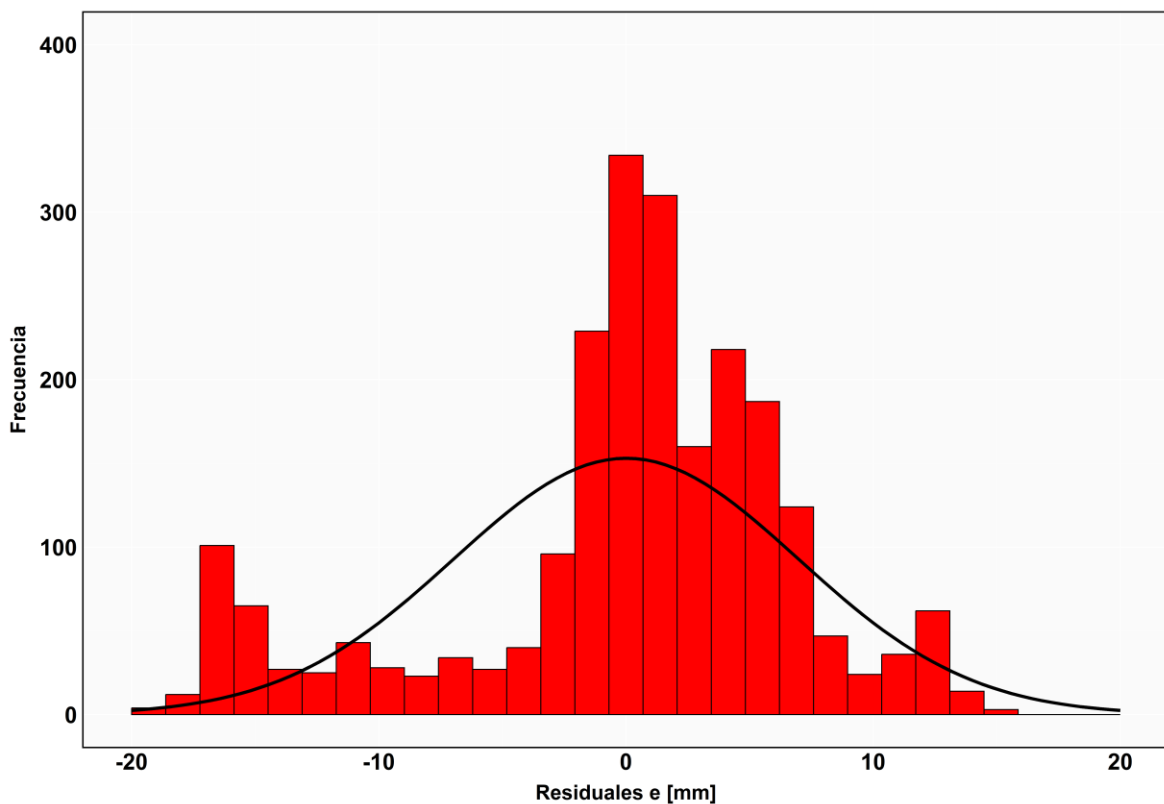


Gráfico 5.29. Tendencia de los residuales en la componente este producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Se pudo considerar la existencia de valores extremos, los cuales se ubicaron fuera del rango de -15 mm a +15 mm, además que existió una acumulación notable de residuales en el extremo izquierdo (rango de -20 mm a -10 mm), lo que sugirió la posibilidad de soluciones empleadas en el proceso con errores sistemáticos en esa dirección.

De la misma manera, los residuales para la componente vertical modelaron por medio del principio de una distribución normal, mostrándose en el Gráfico 5.30. Dicha distribución en términos generales presentó un patrón normal, pero con pequeñas desviaciones. Ya que, se identificó una ligera asimetría en la derecha del gráfico, debido a que la cola de la distribución fue mayor en los valores positivos. Esta situación sugirió que algunos valores positivos ocurrían con mayor frecuencia y con esto afectando la simetría completa.

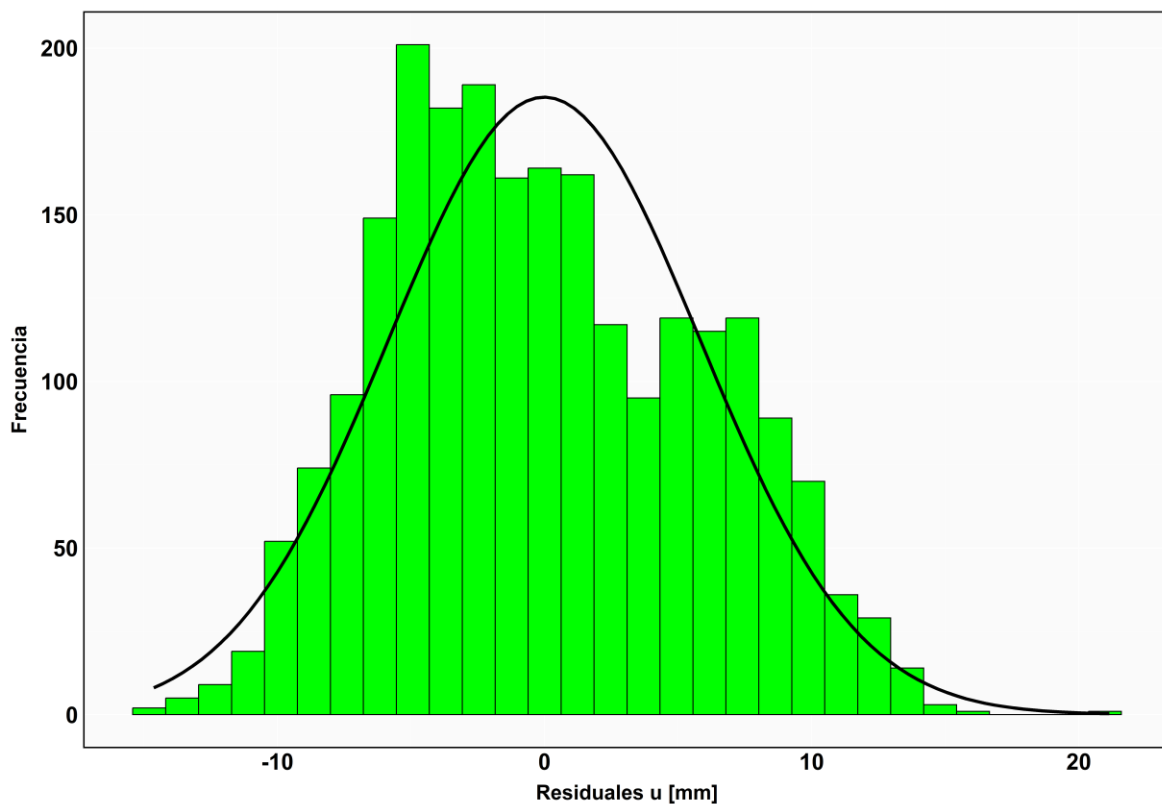


Gráfico 5.30. Tendencia de los residuales en la componente altura producto del cálculo de parámetros mediante un valor de tolerancia de ± 30 mm
Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

La mayor concentración de residuales para la componente u, o bien, la media de los valores se localizó cercana a 0 mm, ya que existió un pico de la distribución alrededor de pequeños valores negativos, evidenciando que los residuales tienden a agruparse en torno a valores cercanos a 0 mm. Además, por medio del modelamiento se mostró como el rango de variación en los residuales se encontraba aproximadamente entre -15 mm a +20 mm y que la mayor densidad de valores se localizó en el rango de -10 mm y +10 mm.

Los residuales para la altura posiblemente presentaron algunos efectos sistemáticos, tal y como se tiene para los residuales en el componente este, ocasionando valores extremos en el rango de +15 mm a +20 mm. Adicionalmente, en base al modelamiento de los residuales para cada componente, fue posible evidenciar que la componente vertical describió una mayor variabilidad con respecto a las otras, situación esperada producto del origen de los datos empleados en los procesos de cálculo, tal como lo muestra el Gráfico 5.28, Gráfico 5.29 y Gráfico 5.30.

De manera integral, se muestra el comportamiento de los residuales por medio de un gráfico de Boxplot, lo que se evidencia en el Gráfico 5.31. En cual, el punto color negro representa el promedio de los valores y la línea horizontal dentro de las cajas se relaciona con la media de los datos. Por consiguiente, se determinó que el valor promedio y media de los residuales para n, se ubicaban muy cercanamente a 0 mm, lo que confirmó que los residuales estaban distribuidos de manera simétrica y con pocas variaciones considerables; tal y como se evidencia en el Gráfico 5.28. Además, el rango intercuartil, sugirió que los errores en esta dirección fueron relativamente estables y controlados.

Continuando con el análisis para la otra componente horizontal (e) y tomando como referencia el Gráfico 5.31, se presenta una dispersión similar a la componente norte, lo que indicó que los residuales en esta dirección era de magnitud comparable. Además, la cercanía del punto promedio con la mediana de los datos determinó la simétrica de la distribución de los residuales. No obstante, ligeramente menos simétrica en comparación a la distribución para la componente norte. Por lo tanto, los residuales para el componente este, tuvieron un comportamiento más estable y menos disperso que la componente norte. Sin embargo, la ligera desviación de la mediana respecto a cero indicó una tendencia sistemática en los residuales.

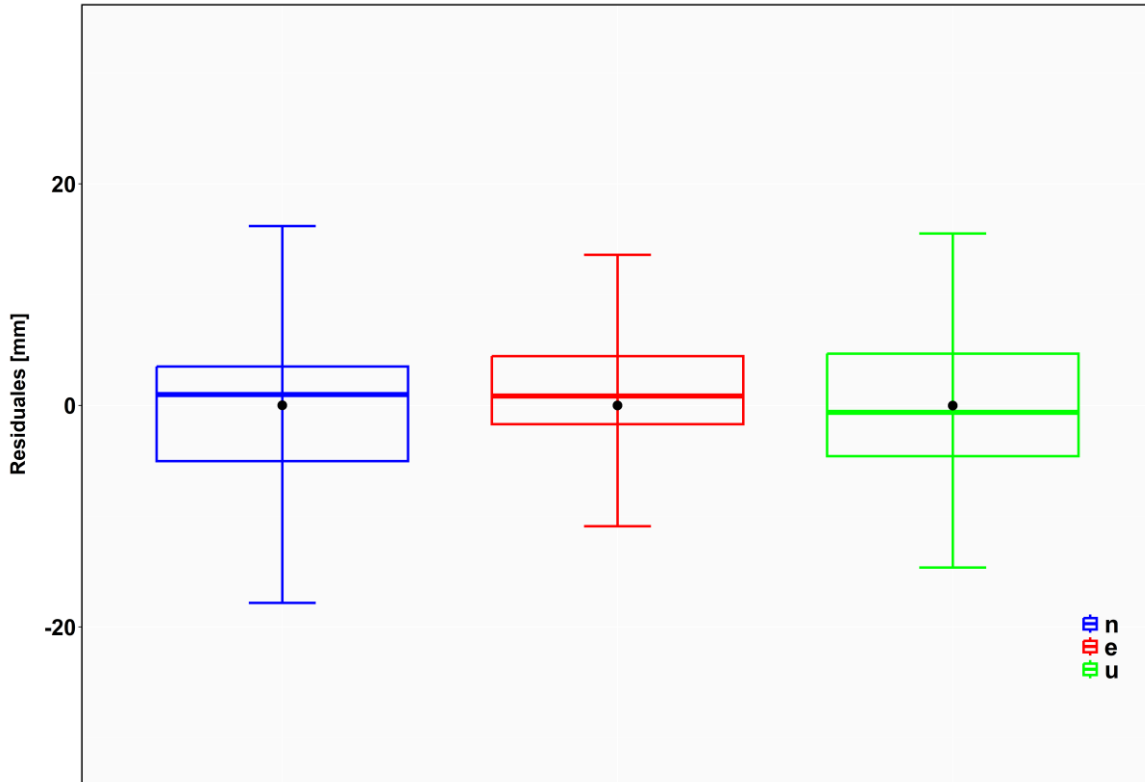


Gráfico 5.31. Boxplot para los valores de las coordenadas topocéntricas N, E, U contemplando una tolerancia de ± 30 mm

Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Por otro lado, el valor promedio y mediana de los residuales para la componente vertical se localizaron de manera cercana a 0 mm, pero ligeramente desplazados en comparación con los componentes horizontales. Adicionalmente, el rango intercuartílico fue mayor, lo que indicó una mayor dispersión de los residuales para este componente, situación que se evidencia de igual manera por medio de la extensión de los bigotes en el Gráfico 5.31. Por lo tanto, la variabilidad de este componente fue mucho mayor, lo que reveló que los errores verticales fueron más impredecibles y con desviaciones estándar mayores.

Finalmente, el Gráfico 5.31 confirma que las componentes horizontales mostraron un ajuste más preciso, con residuales menores y menos dispersos. La componente vertical mostró una mayor variabilidad, especialmente hacia valores negativos, lo que es común en observaciones GNSS debido a limitaciones geométricas y errores en la modelación de alturas. Sin embargo, las medianas cercanas a 0 mm en todas las componentes reflejaron un buen comportamiento general del proceso matemático de ajuste por mínimos cuadrados.

5.5 Parámetros de transformación ajustados y sus variaciones temporales

Las variaciones temporales para los parámetros de transformación se estimaron en base al conjunto de parámetros obtenidos con un valor de tolerancia de ± 30 mm, las cuales se acompañaron de los valores ajustados para las traslaciones y rotaciones que formaron el modelo lineal de transformación cinemático estimado y por supuesto, de sus respectivos errores. Cada uno de estos valores se pueden observar en el Cuadro 5.6.

Los valores para las traslaciones fueron pequeños, ya que no sobrepasaron los 10 mm, no obstante, la mayor traslación correspondió para el eje Y, siendo igual a 6,86 mm. Los movimientos de los otros ejes fueron inferiores a los 2,00 mm. Sin embargo, para las tasas de cambio de las traslaciones ocurrió el caso contrario; dado que las variaciones temporales para las traslaciones de los ejes X y Z fueron mayores en comparación de la variación por año de la traslación del eje Y, los cuales tomaron valores de 14,46 mm y 17,20 mm respectivamente. Ahora bien, en base a los resultados para las variaciones, se observó que las traslaciones mostraron una gran variabilidad anual, factor que se consideró para los cálculos de transformación de coordenadas.

Parámetro	Valor	Error
TX [mm]	-1,51	0,25
TY [mm]	+6,86	0,56
TZ [mm]	-1,85	0,27
RX [mas]	-3,37	0,96
RY [mas]	+1,25	0,46
RZ [mas]	+1,64	0,92
V _{TX} [mm/año]	+14,46	0,12
V _{TY} [mm/año]	+6,27	0,26
V _{TZ} [mm/año]	+17,20	0,13
V _{RX} [mas/año]	+2,75	0,46
V _{RY} [mas/año]	+3,58	0,22
V _{RZ} [mas/año]	-4,52	0,44
X0 [m]	631411,678	/
Y0 [m]	-6250445,332	/
Z0 [m]	1096553,456	/

Cuadro 5.5. Conjunto de parámetros de transformación y sus respectivas variaciones temporales referidos a la época 2019,24 que dan origen al modelo lineal de transformación cinemática de coordenadas

Fuente: elaboración propia por medio de los datos obtenidos con el script
Variaciones_Parametros_Transformacion

Así mismo, las rotaciones para los tres ejes o que mejor se ajustaron al modelo empleado fueron de orden bajo; ya que tomaron valores menores a los 4 mas, los cuales representaron 0,004 segundos de arco. Esta situación permitió identificar a lo largo del periodo de estudio, que los ejes sufrieron rotaciones tan bajas, que se tomaron como insignificantes y detectables únicamente por medio de técnicas geodésicas y por procesos matemáticos con el principio de ajuste estadístico por mínimos cuadrados.

Analizando de manera individual, se identificó que la rotación en el eje X mostró una cantidad mayor o fue más variable en comparación a la de los otros ejes como lo muestra el Cuadro 5.6, con un valor negativo a lo largo del periodo de estudio. No obstante, las variaciones anuales para cada rotación fueron mayores al parámetro de transformación, pero relativamente bajas y no superaron los 5,00 mas o bien, los 0,005 segundos de arco, las cuales, adicionalmente; representaron una variabilidad anual menor en comparación a las traslaciones de los ejes. Esta situación demostró que las traslaciones tuvieron una mayor influencia o casi completa en el modelo cálculo, en comparación a la influencia de las rotaciones.

Además, de acuerdo con los resultados mostrados por medio del Cuadro 5.6, los ejes coordenados presentaron únicamente traslaciones en cada componente a lo largo del periodo de estudio. Donde las rotaciones fueron estrictamente bajas, lo cual se unió a un motivo más para no tomarlas en cuenta en los procesos de transformación de coordenadas; dado que, los valores de rotación mostraron que los ejes en todo momento se mantuvieron perpendiculares, mantuvieron la característica de una terna de ejes ortogonales y presentaron una carencia de deformación debido a las distorsiones rotacionales que pudieron presentar.

Además, como bien se muestra en las Figuras 5.17, 5.18 y 5.19, las rotaciones mostraron una tendencia no lineal, la cual era necesaria por el modelo lineal de regresión empleado. Por lo tanto, el modelo no fue suficiente para su correcto modelamiento y representación, esta situación pudo ocasionar que las cantidades ajustadas no fueran la mejor estimación de los respectivos parámetros de rotación. Por estas razones, se consideró la aplicación de las rotaciones en el modelo lineal de transformación cinemático de coordenadas geocéntricas, que se buscaba por medio de la presente investigación.

5.6 Validación del modelo lineal cinemático de transformación

La validación del modelo cinemático de transformación se llevó a cabo mediante cinco escenarios distintos tal y como se especifica en el apartado de la metodología. Para cada caso se realizó la conversión de las coordenadas geocéntricas transformadas a coordenadas planas referidas al sistema de proyección oficial para Costa Rica, siendo CRTM05; con la finalidad de cuantificar las diferencias en el mismo plano cartográfico entre las coordenadas transformadas y las coordenadas de referencia u originales, estas siendo las de verificación.

En el Cuadro 5.6 se puede consultar la estadística de cada una de las diferencias de coordenadas en la componente norte (DN) y las diferencias en el componente este (DE), para cada caso de transformación realizado. En este cuadro se expresan los valores promedio, máximos, mínimos, rango de los datos y la correspondiente desviación estándar por componente.

Caso	Semana Inicio	Semana Final	Diferencias [mm]	Valor Promedio [mm]	Valor Máximo [mm]	Valor Mínimo [mm]	Rango [mm]	Desviación Estándar [mm]
1	2046	2167	N	-0,81	24,08	-26,38	50,46	13,40
			E	-4,90	13,25	-31,56	44,81	9,33
2	2238	2264	N	1,60	5,33	-10,90	16,23	3,80
			E	-2,01	3,78	-9,33	13,11	2,90
3	2238	2290	N	0,73	10,39	-21,64	32,03	7,22
			E	0,15	11,01	-12,31	23,32	4,89
4	2238	2316	N	-9,86	3,62	-42,55	46,17	10,65
			E	-12,73	4,31	-30,38	34,69	7,16
5	2238	2342	N	-3,31	16,55	-45,13	61,68	14,02
			E	-3,91	14,50	-29,57	44,07	9,87

Cuadro 5.6. Estadística del conjunto de diferencias entre las coordenadas planas transformadas y las de verificación para cada proceso de transformación realizado

Fuente: elaboración propia

Para el caso 1 correspondiente a la transformación de coordenadas para 24 vértices geodésicos pasivos entre la semana 2016 y 2167, se obtuvo un valor promedio de diferencias para la coordenada norte de 0,81 mm con un rango de diferencias de 50,46 mm, tal y como lo muestra el Cuadro 5.6. Esto indicó una alta variabilidad entre los resultados con respecto a todos los escenarios planteados. Por otro lado, para la componente este se presentó un valor promedio de diferencias

igual a 4,90 mm, cuyo conjunto de datos presentó un rango de 44,81 mm, el cual, fue menos amplio en comparación al rango para la componente norte. Así mismo, en este caso se obtuvo el rango más amplio de diferencias en las coordenadas en la componente este con respecto a los otros casos de validación del modelo de transformación. Se aclara que las coordenadas transformadas se pueden consultar en el Anexo 9.

De manera más específica se presenta el Gráfico 5.32, en el cual se muestran las diferencias de coordenadas en las componentes planas para cada punto empleado en la transformación de coordenadas. Mediante este gráfico se identifica como los puntos BIJA e IND1 presentaron las mayores diferencias en la componente norte con respecto al total de puntos y que el punto CCOL presenta la mayor diferencia en el componente este.

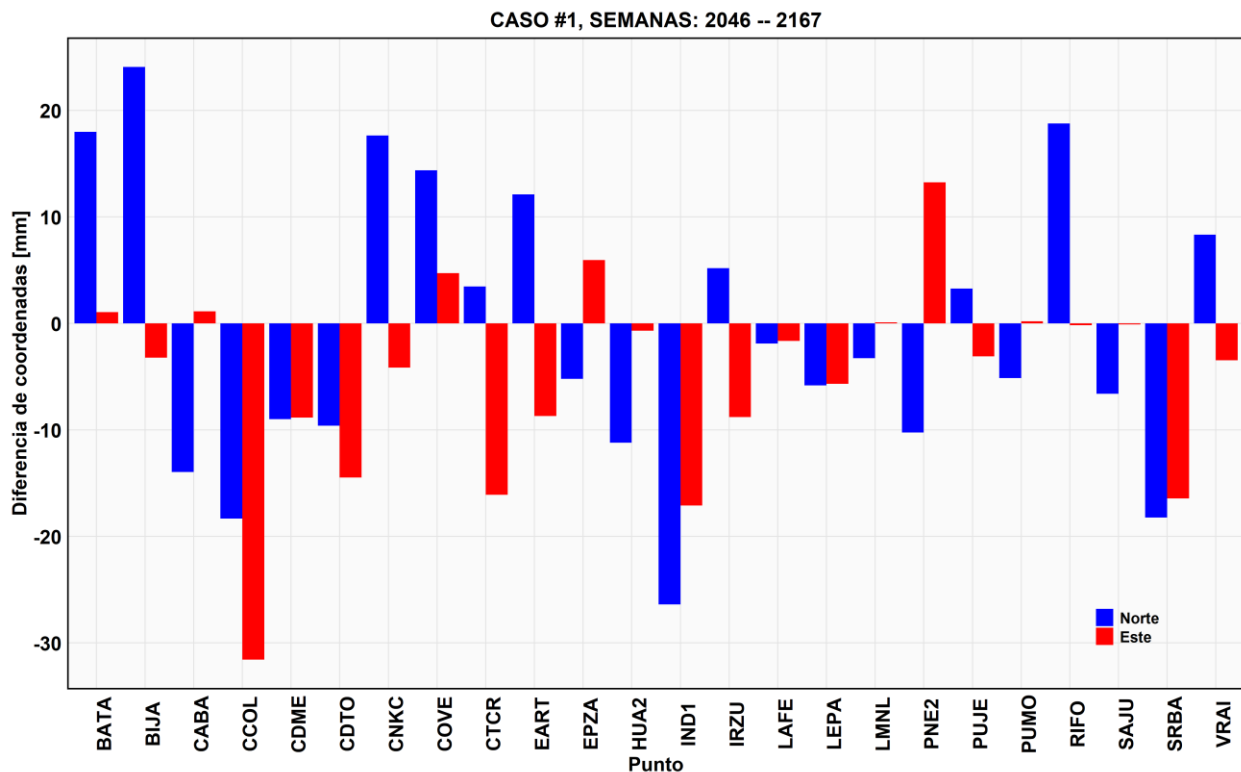


Gráfico 5.32. Diferencias de coordenadas planas transformadas de la semana 2046 a la semana 2167
 Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

Así mismo, se tiene que los puntos PUMO, RIFO y SAJU presentaron las menores diferencias en la componente norte, las cuales se encontraron inferiores a los 10 mm. Además, se identificó en el Gráfico 5.32 que el punto LAFE correspondió al que menor diferencia obtuvo en ambas

componentes, indicando de esta manera que el modelo estimado permitió una mejor transformación de coordenadas para este punto con respecto al resto.

Adicionalmente, las diferencias de coordenadas permitieron conocer los desplazamientos de los vértices geodésicos pasivos empleados en el proceso de transformación, los cuales se pueden consultar en la Figura 5.5. Ya que, en este gráfico se muestran los desplazamientos en coordenadas planas, cuyos valores fueron extrapolados para todo el país. Donde los valores verdes corresponden a los menores desplazamientos encontrados y los valores en una tonalidad de naranja a rojo hacen referencia a los sitios donde se determinaron los mayores desplazamientos.

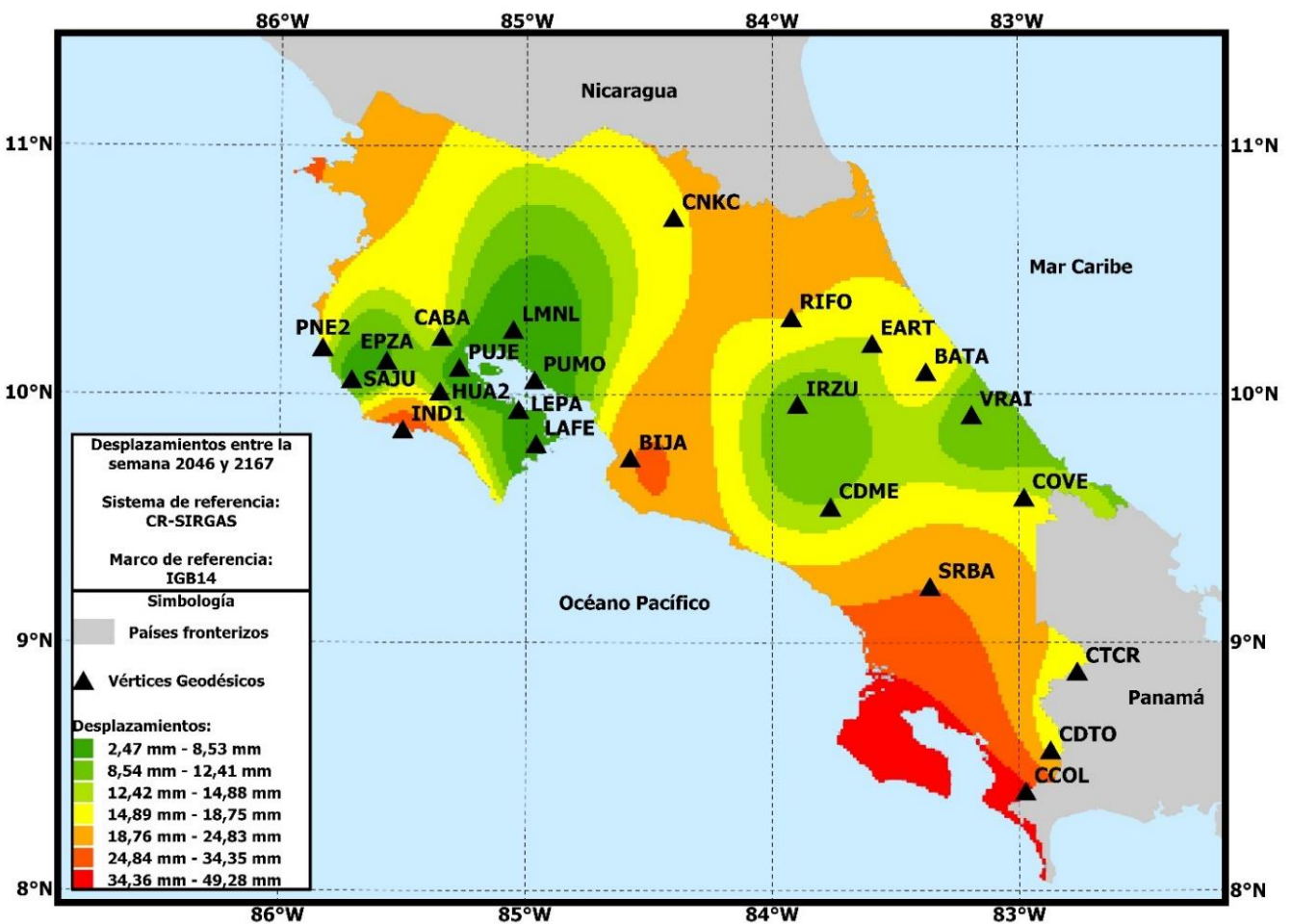


Figura 5.4. Desplazamientos en coordenadas planas obtenidos de los vértices empleados en la transformación de coordenadas entre la semana 2046 y la 2167
Fuente: elaboración propia mediante el programa ArcGIS Pro

Ahora bien, tomando como referencia la Figura 5.5 se pudieron identificar las zonas con menor desplazamiento. Las cuales, se localizaron en el centro y noroeste del país incluyendo áreas como Guanacaste, Valle Central y algunas del Caribe, donde los desplazamientos se mostraron entre los valores de 2,47 mm y 14,88 mm. Por otra parte, se determinaron las zonas con un desplazamiento medio (tonalidad de amarillo a naranja), ubicadas en el centro y sur del territorio nacional, con valores desde los 14,89 mm hasta los 18,75 mm.

La Figura 5.5 muestra las zonas de mayor desplazamiento producto del primer caso de transformación. Estas zonas fueron el Pacífico sur, más específicamente en la Península de Osa y una pequeña parte de la frontera con Panamá, donde los desplazamientos alcanzaron hasta los 49,28 mm. Estos desplazamientos coincidieron con regiones de alta sismicidad, como lo es la Península de Osa, ya que de acuerdo con [Camacho \(2020\)](#) esta zona se caracteriza por ser una de las zonas con mayor cantidad de sismos del país. Así mismo, aparecen procesos geológicos locales o procesos naturales que ocasionan deformaciones en el terreno y por consiguiente afectando la posición espacial del vértice.

Como se mencionó en el apartado de la metodología, se llevaron a cabo cinco procesos de transformación de manera aproximada para 17 estaciones GNSS de medición continua dentro de CR-SIRGAS y SIRGAS-CON; cuyas coordenadas geocéntricas transformadas y sus diferencias respectivas para cada caso se pueden consultar en el Anexo 11, Anexo 13, Anexo 15 y Anexo 17. Así mismo, se pueden consultar las coordenadas planas producto de cada proceso de transformación y sus respectivas diferencias en el Anexo 12, Anexo 14, Anexo 16 y Anexo 18. De manera estadística, para estos procesos se identificó que entre mayor fuera el periodo transcurrido entre la semana de origen y la semana destino, el rango de valores para las diferencias era mayor, tal y como lo muestra el Cuadro 5.6.

Ahora bien, para el caso #2 de transformación de coordenadas, se identificó que en la componente norte se presentó la mayor diferencia en ambos componentes, con un valor de 5,33 mm; ya que, en el componente este la diferencia mayor fue de apenas 3,78 mm, lo cual es mostrado en el Cuadro 5.6. En este caso las diferencias fueron más variables para las coordenadas en norte que para las

coordenadas en este, tal y como lo describió de la misma manera el rango de los resultados por componente.

El proceso de transformación identificado como caso #3, se realizó para un lapso entre la época t_0 y t_1 de 24 semanas, en el cual se identificó una diferencia promedio para el componente norte mayor a la diferencia promedio en el componente este, con un valor de 0,73 mm. Dado que para el componente en este se presentó una diferencia promedio igual a los 0,15 mm, tal y como lo muestra el Cuadro 5.6. Para este caso de transformación de coordenadas se obtuvieron diferencias mayores a los 10,00 mm tanto para las coordenadas en norte como en este; no obstante, el rango de las diferencias en norte fue mayor. Esta situación, evidenció una mayor variabilidad en este componente con respecto al otro. El comportamiento de estas diferencias por cada estación GNSS de medición continua se puede ver en el Gráfico 5.33.

Por otro lado, el caso #4 de transformación de coordenadas, se efectuó para un periodo o diferencia de tiempo de dieciocho meses. Este proceso mostró estadísticamente una diferencia promedio para el componente norte menor a la diferencia promedio en el componente este, con valores de -9,86 mm y -12,73 mm respectivamente a como lo muestra el Cuadro 5.6. Sin embargo, el rango de diferencias para las coordenadas en norte se presentó superior con respecto al de las coordenadas en este, esta situación mostró una menor variabilidad en las diferencias para el componente este.

El caso #5 de transformación de coordenadas mostró por medio de los resultados obtenidos, que entre mayor fuese la diferencia de tiempo entre la semana de origen y la semana de destino las diferencias de coordenadas iban a ser mayores, esto lo resume el Cuadro 5.7. Donde se puede observar como para las coordenadas en el componente este presentaron diferencias de hasta -29,57 mm y para las coordenadas en la componente norte de hasta -45,13 mm.

Finalmente, el proceso número cinco de transformación de coordenadas espaciales expuso los rangos más amplios en sus resultados por componente, con respecto a los casos 2, 3 y 4. Esta situación proporcionó una mayor variabilidad en los valores de las diferencias en general. Donde esta variabilidad puede deberse a la influencia del marco de referencia IGB20, ya que como se había mencionado; no se contempló ese cambio de marco y del tiempo transcurrido desde la última

semana en la que el modelo de transformación de coordenadas era válido. El comportamiento de estas diferencias por cada estación GNSS se puede ver en el Gráfico 5.33.

El Gráfico 5.33 muestra el comportamiento de las diferencias de coordenadas planas convertidas a partir de las coordenadas geocéntricas resultantes en cada uno de los procesos de transformación, esto por cada estación GNSS de medición continua utilizada. Lo que permite la comparación de las diferencias en cada componente y la determinación de aquellas estaciones con menor o mayor variabilidad en cada periodo de tiempo estudiado.

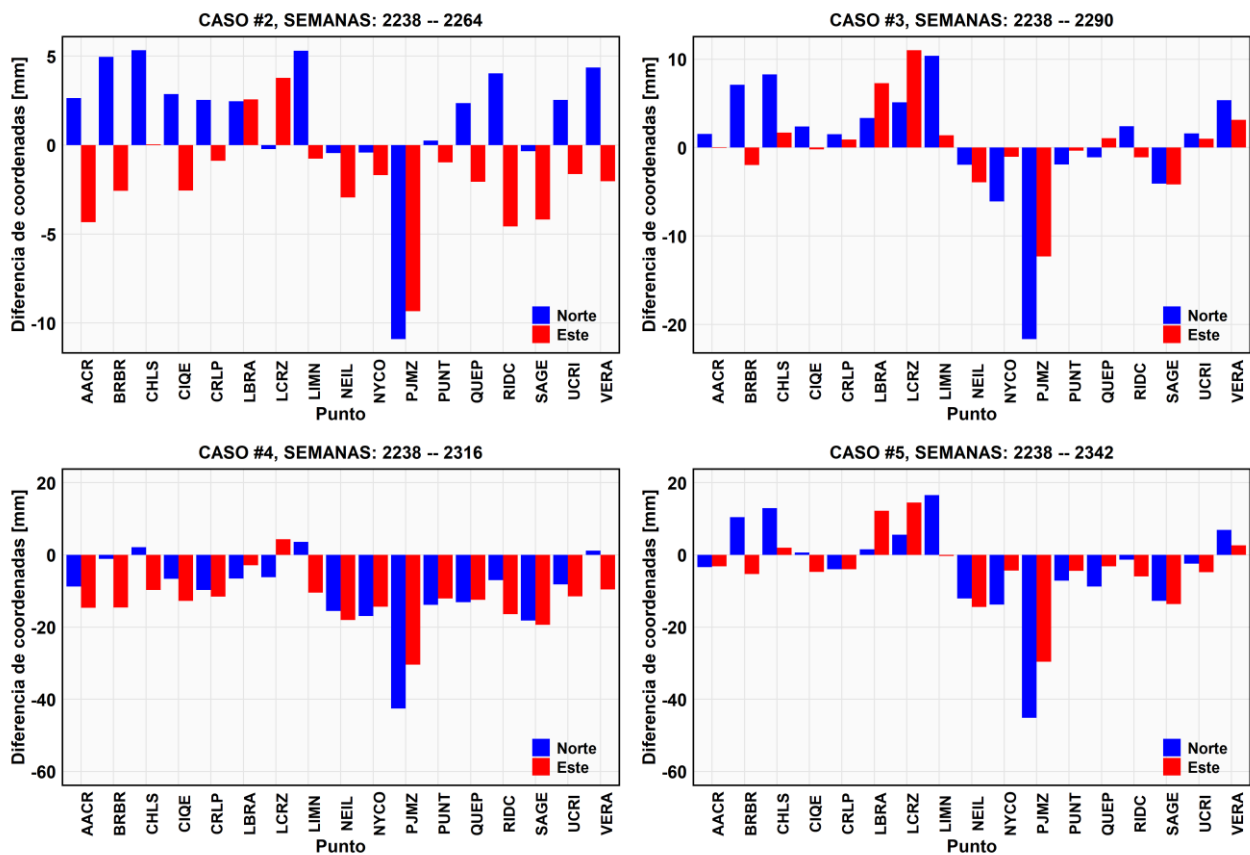


Gráfico 5.33. Diferencias de coordenadas planas transformadas para estaciones GNSS de medición continua entre distintas semanas de manera aproximada dentro del marco IGB20
 Fuente: elaboración propia por medio del programa R Studio

De acuerdo con lo mostrado en el Gráfico 5.33, para el caso #2 de transformación casi todos los puntos evidenciaron diferencias menores o iguales a los $\pm 5,00$ mm; exceptuando la estación denominada como PJMZ, ya que contó con las mayores diferencias en coordenadas tanto en la componente norte como en este con valores de $-11,00$ mm y $-9,00$ mm respectivamente.

Seguidamente, en el caso #3 el rango de las diferencias de coordenadas se amplió hasta los $\pm 20,00$ mm, donde nuevamente la estación PJMZ presentó la mayor variabilidad en las coordenadas y la acompañó la estación LCRZ, la cual mostró un aumento en sus diferencias de coordenadas con respecto al caso #2; presentando una diferencia en norte de $+11,00$ mm y en la componente este de $+8,00$ mm.

De acuerdo con el Gráfico 5.33, para el caso #4 la variabilidad en las coordenadas alcanzó casi los $-60,00$ mm en algunas estaciones GNSS. Así mismo, la estación PJMZ obtuvo las mayores diferencias, pero en este caso la variabilidad fue negativa; alcanzando valores de $-42,00$ mm en norte y $-32,00$ mm en el componente este. Mientras que la mayoría de las estaciones se ubicaron entre los valores de $-10,00$ mm y $-30,00$ mm. Finalmente, el caso #5 presenta similitud con el caso #4 dado que en las magnitudes máximas apareció nuevamente la estación PJMZ y la acompañó la estación UCRI con una diferencia máxima de $-50,00$ mm en la componente norte. Estas situaciones permitieron determinar que mientras más amplio fuese el lapso transcurrido entre las semanas, las diferencias crecían de forma casi lineal en ciertos puntos.

De igual manera, en base a las diferencias de coordenadas para cada estación GNSS y su modelamiento por parte del Gráfico 5.33, cada estación presentó una variabilidad distinta e impredecible en cada caso de transformación. Ya que, para algunos casos se identificaron mayores diferencias que en otras, sin presentar un patrón o comportamiento estrictamente definido. Lo cual, se esperaba, dado las características geológicas susceptibles del territorio costarricense, su alta sismicidad y fenómenos atmosféricos y demás situaciones geográficas que ocasionan deformaciones; afectando la posición espacial de cada estación.

Ahora bien, tal y como se realizó para la transformación de coordenadas de los puntos pasivos, se efectuó la determinación de los desplazamientos de cada estación GNSS producto de cada proceso de transformación. Donde, dichos desplazamientos se extrapolaron para todo el territorio de Costa Rica, con la finalidad de observar su afectación a nivel nacional. Un ejemplo de esto se puede observar en la Figura 5.5, donde se muestran los desplazamientos en coordenadas planas entre la semana 2238 y 2264. Además, se aclara que las otras figuras relacionadas a los desplazamientos de los demás procesos de transformación se pueden consultar en el Anexo 19, y Anexo 20.

Finalmente, en la Figura 5.5 se muestran los desplazamientos en coordenadas planas para el caso #2 de transformación de coordenadas. Donde la zona noroeste, parte central y sectores de la zona sur del país mostraron las mayores diferencias positivas, en tonalidades de naranja a rojo y tomando valores de hasta 15,79 mm. Adicionalmente, la zona sur una vez más presentó altas diferencias, lo cual se relacionó con su alta de sismicidad y procesos geológicos. Por otro lado, en la zona caribeña del territorio nacional se encontraron las mayores diferencias negativas, las cuales tomaron valores de hasta los -17,05 mm.

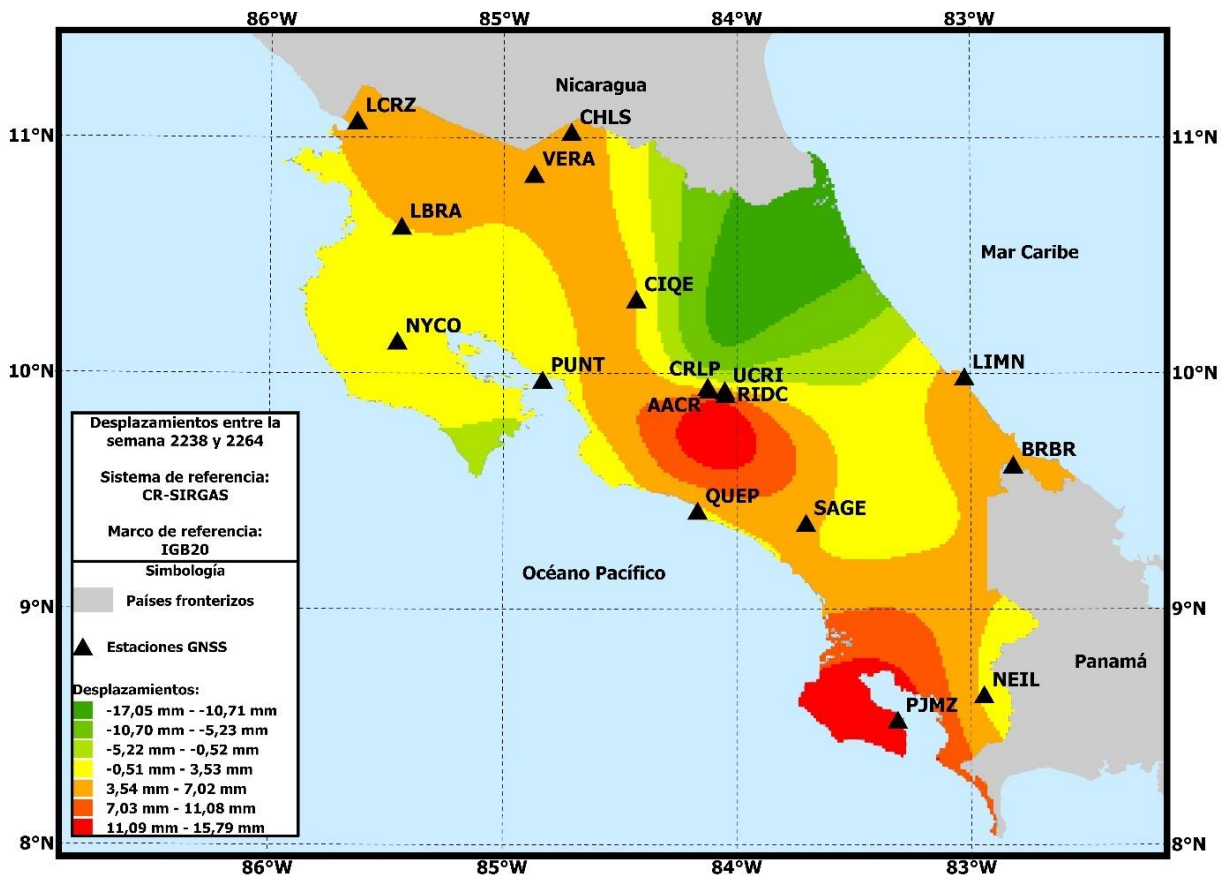


Figura 5.5. Desplazamientos en coordenadas planas obtenidos de los vértices empleados en la transformación de coordenadas entre la semana 2238 y la 2264
Fuente: elaboración propia mediante el programa ArcGIS Pro

Capítulo 6: Conclusiones

1. Se desarrolló un modelo cinemático lineal de transformación espacial de coordenadas de nueve parámetros, compuesto por las traslaciones en los tres ejes del sistema de coordenadas, sus respectivas tasas de variación anual y coordenadas del baricentro, mostrados el Cuadro 5.5. Este modelo se estableció con las soluciones finales semanales de las estaciones GNSS activas del Marco Geodésico Nacional de Referencia CR-SIRGAS. El cual, fue válido para el periodo comprendido entre las épocas de referencia 2019.24 y 2022.90 y dentro del marco internacional ITRF14.
2. El modelo de transformación propuesto evidenció la relevancia de incorporar las variaciones temporales de los parámetros en los procesos de transformación de coordenadas a como se mostró el Cuadro 5.6 y el Gráfico 5.32. Además, permitió que el modelo reflejara adecuadamente la cinemática del territorio costarricense, tal y como se refleja por medio de la Figura 5.4. Esta consideración contribuyó a una determinación más precisa y actualizada de la posición espacial de cualquier punto o estación GNSS ubicada dentro del territorio nacional.
3. La elaboración de rutinas informáticas permitió la automatización de los distintos procesos matemáticos involucrados, facilitando el manejo de grandes volúmenes de datos y reduciendo significativamente el tiempo de procesamiento, lo cual fue evidenciado por medio del Anexo 8 al Anexo 16, ya que se calcularon parámetros de transformación para 191 semanas, bajo tres escenarios distintos y las respectivas validaciones del modelo de transformación. Si bien el desarrollo de cada rutina implicó una inversión considerable de tiempo, se comprobó la relevancia y el valor añadido que generan las herramientas computacionales en estudios geodésicos.
4. La disponibilidad gratuita de las soluciones finales semanales de coordenadas geocéntricas para las estaciones GNSS de medición continua, pertenecientes a CR-SIRGAS y SIRGAS-CON, a través del portal oficial de SIRGAS, facilitó la construcción de la base de datos utilizada. Así mismo, la altísima calidad de estos datos con exactitudes milimétricas permitió realizar el estudio geodésico planteado por medio del presente trabajo final de graduación.

-
5. El cálculo de las velocidades en cada componente geocéntrico para las estaciones GNSS de medición continua, dentro del marco de referencia CR-SIRGAS, permitió identificar la influencia directa de la cinemática del territorio nacional sobre la posición espacial de dichas estaciones, como se mostró en el Gráfico 5.33 y la Figura 5.5. Estos resultados evidenciaron variaciones anuales significativas, lo que resaltó la necesidad de considerar estos desplazamientos en aplicaciones geodésicas, como en una eventual actualización oficial de los parámetros de transformación para las estaciones CR-SIRGAS. Cabe destacar que este trabajo proporcionó una actualización de dichos parámetros a nivel investigativo, mas no oficial para Costa Rica.

 6. Conforme a la investigación realizada, se tuvieron que llevar varios procesos estadísticos para definir un valor de tolerancia para el uso de las estaciones GNSS en la estimación de los parámetros de transformación. Por lo cual, se estimaron tres conjuntos de parámetros utilizando datos filtrados según tres valores distintos de tolerancia, determinados por el límite máximo permitido para los residuales del ajuste mediante el método de mínimos cuadrados. No obstante, y como resultado del análisis realizado, se definió que el conjunto de parámetros correspondiente a una tolerancia de $\pm 30,00$ mm ofrecía el mejor equilibrio entre ajuste estadístico y consistencia geodésica. Esta decisión respondió al objetivo de mantener la calidad y estabilidad del marco de referencia CR-SIRGAS, sin comprometer su precisión a lo largo del estudio. Por ello, la formulación final del modelo cinemático lineal para la transformación espacial de coordenadas se basó exclusivamente en dicho conjunto de parámetros, los cuales fueron descritos por el Cuadro 5.5.

 7. El cálculo de tres conjuntos distintos de parámetros de transformación permitió analizar la influencia de la cantidad de puntos idénticos utilizados en cada proceso de estimación. Se evidenció que, al aumentar el número de estaciones GNSS consideradas, los parámetros obtenidos reflejaban con mayor fidelidad el comportamiento espacial del marco de referencia, mostrando valores más estables y representativos de su naturaleza geodésica. Esto respaldó la importancia de emplear la mayor cantidad de datos disponibles con altas precisiones en los procesos de estimación, ya que cuando se utilizó un número mínimo de puntos se pudo comprometer la precisión y confiabilidad de los parámetros de transformación.

-
8. Los resultados obtenidos para cada conjunto de parámetros de transformación evidenciaron que las traslaciones de los ejes del sistema de coordenadas se ajustaron adecuadamente al modelo lineal, tal y como lo describió el Gráfico 5.14 y el Gráfico 5.16. No obstante, las rotaciones no presentaron un comportamiento lineal consistente, lo que indicó que no pudieron ser representadas de forma adecuada mediante un modelo de regresión lineal. En este sentido, las rotaciones requerirían una modelación mediante un enfoque distinto que incorporara probablemente una función más compleja, lo cual excedía el alcance y los objetivos establecidos para el presente Trabajo Final de Graduación. Es importante recalcar el hecho de que, aunque las variaciones de las rotaciones fueron muy ruidosas como lo mostró el Gráfico 5.17, Gráfico 5.18 y Gráfico 5.18, los valores expresados en el Anexo 8 se encontraron en una escala de subsegundos de arco, es decir, prácticamente ejes paralelos, pudiendo asumir que sus valores fueron prácticamente nulos y no influirían en los resultados. Por esta razón, el modelo cinemático lineal propuesto para la transformación espacial de coordenadas se estableció exclusivamente con los componentes de traslación y sus respectivas tasas de cambio temporal. Los resultados demostraron que el cambio semanal de CR-SIRGAS obedeció principalmente a cambios en los parámetros de traslación y los ejes permanecían prácticamente paralelos.
 9. Los parámetros de transformación estimados para el modelo, correspondientes a las traslaciones de los ejes del sistema de coordenadas, presentaron magnitudes en una escala milimétrica, como fue mostrado por medio del Cuadro 5.5. Aunque numéricamente pequeñas, estas traslaciones son significativas en el ámbito geodésico, destacando el eje Y como el que mostró la mayor traslación. Sumado a esto, las tasas de cambio anuales descritas en el Cuadro 5.5, revelaron variaciones importantes en los parámetros de transformación, donde la traslación del eje Z presentó la mayor tasa de cambio.
 10. Los resultados obtenidos, a partir de las diferencias entre las coordenadas geocéntricas de referencia y aquellas derivadas mediante el modelo de transformación definido, demostraron que el instrumento permitió una transformación de coordenadas precisa y confiable. Este buen desempeño se respaldó con diferencias promedio inferiores a $\pm 13,00$ mm, tal y como lo describió el Cuadro 5.6; lo cual reafirmó su efectividad y aplicabilidad en el ámbito profesional.

-
11. Los resultados generados por la principal validación del modelo cinemático lineal de transformación de coordenadas referidas a la proyección oficial de Costa Rica (CRTM05), demostraron diferencias en la coordenada este entre los -26,38 mm y 24,08 mm, así mismo discrepancias en la coordenada norte en un intervalo de -31,56 mm a 13,25 mm, ambos grupos descritos en el Cuadro 5.6. Lo que, evidenció su precisión y consideración para el uso de esta herramienta en contextos geodésicos nacionales.
 12. La transformación de coordenadas para estaciones GNSS activas dentro del marco de referencia IGS20 correspondió a un proceso matemático de forma aproximada, ya que en cada proceso de transformación se omitió la influencia que pudo generar la diferencia en el marco de referencia empleado para el modelo de transformación. Por lo tanto, este proceso de cálculo aparte de ser usado como validación, se tomó principalmente como una buena aproximación de las coordenadas geocéntricas, mas no, como las coordenadas definitivas para las estaciones.
 13. La diferencia temporal entre las épocas t_0 y t_i establecidas para las validaciones, desempeñó un papel determinante en los procesos de transformación de coordenadas, incidiendo directamente en la precisión de los resultados obtenidos. En particular, al aplicar el modelo a coordenadas referidas al marco IGS20, se observó que las discrepancias entre las coordenadas geocéntricas de referencia y las estimadas por el modelo tendían a incrementarse proporcionalmente al lapso entre las épocas, lo cual se especificó en el Cuadro 5.6. Por lo cual, mayor fuese el tiempo transcurrido, menor sería la exactitud de las coordenadas.
 14. Uno de los principales aportes de esta investigación radica en la incorporación específica del factor tiempo en los procesos de transformación, parámetro que se deslinda de los modelos estáticos tradicionales. Los resultados obtenidos demostraron que las variaciones temporales influyeron de manera significativa en la precisión de las coordenadas transformadas descritas en el Cuadro 5.6 y Anexo 9, Anexo 11, Anexo 13, Anexo 15 y Anexo 17, lo que justificó la necesidad de adoptar modelos dinámicos que reflejen adecuadamente la cinemática presente en los marcos de referencia, como lo es en Costa Rica; país donde existe una gran influencia por los distintos procesos geofísicos y cinemáticos en la posición espacial de los objetos.

15. El modelo cinemático de transformación presentó la misma calidad que el conjunto de soluciones semanales empleadas para su determinación, situación mostrada en el Cuadro 5.5. Por lo tanto, se estableció un referente técnico para futuras investigaciones, aplicaciones profesionales y educativas que requieran soluciones adaptadas a la evolución espacio y tiempo de la información geoespacial, que quedan fuera de los modelos de transformación estáticos.
16. Los resultados obtenidos mostraron que Costa Rica presenta una cinemática importante, la cual afecta directamente la posición espacial de cualquier objeto que se encuentre sobre el territorio nacional. Estos movimientos se deben a muchos factores geológicos, geofísicos y entre otros, por ejemplo, según [Mora et al \(2024\)](#) el territorio nacional está ubicado dentro de una de las regiones tectónicamente más activas y complejas del mundo, bajo influencia directa e indirecta de seis placas tectónicas. Estos factores se evidenciaron primeramente por las variaciones temporales de los parámetros de transformación mostrados en el Cuadro 5.5 y seguidamente por los desplazamientos detectados para las estaciones GNSS activas, identificados en la Figura 5.4, Anexo 19 y Anexo 20. Donde, los mayores desplazamientos se ubicaron en la Península de Osa, la cual corresponde a una región que de acuerdo con lo descrito por [Camacho \(2020\)](#), se encuentra afectada por la interacción entre las placas litósferas de Cocos, Caribe, microplaca de Panamá y Placa de Nazca, ocasionando una gran cantidad de actividad sísmica en la zona sur de Costa Rica.

Capítulo 7: Recomendaciones

1. Se recomienda a toda la comunidad científica y estudiantil desarrollar una nueva línea de investigación orientada a la implementación de modelos polinómicos para la representación y modelamiento de los parámetros de rotación. Lo cual, puede brindar la posibilidad definir un modelo cinemático de transformación de 15 parámetros, compuesto por las traslaciones, rotaciones, variaciones temporales de estos parámetros y las coordenadas del baricentro.
2. Se recomienda a la Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia establecer una línea de investigación orientada a la integración de modelos cinemáticos de transformación de coordenadas, incorporando datos derivados del estudio del movimiento de placas tectónicas, actividad vulcanológica, fallas geológicas locales y otros procesos geodinámicos y geofísicos que influyen en la posición espacial de los objetos.
3. Se recomienda a la Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia llevar a cabo un ejercicio de transformación de coordenadas que contemple de forma específica el cambio de marco de referencia para los procesos de validación efectuados dentro de IGS20, con el objetivo de comparar los resultados obtenidos con los de esta investigación.
4. La recuperación de referencias GNSS históricas o materialización de nuevas estaciones GNSS, es importante para llevar estudios como el planteado en esta investigación, por lo cual se recomienda a la Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia recuperar la estación ETCG, con el fin de mejorar la comprensión de la cinemática actual en Costa Rica. Así mismo, para que contribuya aún más en la formación profesional que se imparte en esta unidad académica.
5. Se sugiere a toda entidad privada y pública ajena al IGN que los datos generados por las estaciones GNSS activas o información de vértices geodésicos bajo su administración, sean de acceso público o de fácil adquisición, para facilitar la recopilación y análisis de datos requeridos para investigaciones científicas a nivel nacional.

6. Este trabajo generó una base metodológica para futuras investigaciones, evidenciando la necesidad de modelos cinemáticos que respondan a los procesos geodinámicos en Costa Rica. Por lo cual, se recomienda al IGN establecer un instrumento, como un modelo cinemático de transformación, un modelo de velocidades o un modelo de predicción de trayectorias GNSS, que contribuya a las actualizaciones que requiera el marco de referencia geodésico oficial CR-SIRGAS, así como para la actualización de la información geoespacial utilizada en disciplinas como la cartografía, ingeniería, topografía y catastro, donde la precisión y consistencia del sistema de referencia resultan fundamentales para la calidad de los productos generados.

Referencias

- Actualización del Sistema Geodésico de Referencia Horizontal Oficial para Costa Rica, Decreto Ejecutivo N° 40962-MJP, La Gaceta N° 66, 17 de abril de 2018
- Altamimi, Z. Rebischung, P. Collilieux, X. Métivier, L & Chanard, K. (2023). **ITRF2020: an augmented reference frame refining the modeling of nonlinear station motions**. *Journal of Geodesy*, 97(47), <https://doi.org/10.1007/s00190-023-01738-w>
- Altamimi, Z. Rebischung, P. Collilieux. Métivier, L & Collilieux, X. (2016). **ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions**. *Journal of Geodesy*, 121(8), doi:10.1002/2016JB013098
- Álvarez, A. & Gómez, C. (2020). **Una década de la red de Estaciones GNSS del Registro Nacional**. *Materia Registral*, 16(3), 28–44. ISSN: 2215-4450
- Angermann, D. Seitz, M. & Drewes, H. (2013). **Global Terrestrial Reference Systems and Their Realizations**. En Guochang, X. (Ed), *Sciences of Geodesy-II: Innovations and future developments*. (2nd ed., pp. 97-132). Springer-Verlag Berlin Heidelberg. DOI: 10.1007/978-3-642-28000-9
- Berné, J. Anquela, A. & Garrido, N. (2014). **GNSS, GPS: fundamentos y aplicaciones en Geomática (1er ed)**. Editorial Universidad Politécnica de Valencia. ISBN: 978-84-9048-262-9
- Bitharis, S. Fotiou, A. Pikridas, C. & Rossikopoulos, D. (2016). **A New Velocity Field of Greece Based on Seven Years (2008–2014) Continuously Operating GPS Station Data**. *International Association of Geodesy Symposia*, 147(1), 321–329. DOI:10.1007/1345_2016_230

-
- Bitharis, S. Papadopoulos, N. Pikridas, C. Fotiou, A. Rossikopoulos, D. & Kagiadakis, V. (2018). **Assessing a new velocity field in Greece towards a new semi-kinematic datum.** *Survey Review*, 51(368), 450-459. DOI: 10.1080/00396265.2018.1479937
 - Calvo, L. & Acuña, N. (2018). **Aplicación de métodos agregados en la detección de puntos atípicos en series de tiempo meteorológicas.** *Tecnología en Marcha*, 31(1), 98–109. <https://doi.org/10.18845/tm.v31i1.3500>
 - Camacho, A. (2020). **Evaluación de la vulnerabilidad sísmica mediante métodos determinísticos en la ciudad de Golfito, Costa Rica** [Trabajo Final de Graduación, Instituto Tecnológico de Costa Rica]. <https://hdl.handle.net/2238/11554>
 - Dörries, E. & Roldán, J. (2004). **El datum geodésico de Ocoatepeque y el datum satelitario del sistema WGS84.** *Uniciencia*, 21(1), 117 - 125. <https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/5930>
 - Gargula, T & Gawronek, P. (2023). **The Helmert transformation: a proposal for the problem of post-transformation corrections.** *Advances in Geodesy and Geoinformation*, 72(1), 1-15, DOI: 10.1007/s10291-012-0255-y
 - Gill, J. Shariff, N. Omar, K. Din, A. & Amin, Z. (2016). **Development of a time-dependent 3-parameter Helmert datum transformation model: A case study for Malaysia.** *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 42(1), 181–189. <https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLII-4-W1-181-2016>, 2016
 - Guochang, X. (2007). **GPS: Theory, Algorithms and Applications (2nd ed).** Springer Berlin Heidelberg New York. ISBN: 978-3-540-72714-9
 - Hagi, R. & Gilad, T. (2017). **Kinematic Datum Based on the ITRF as a Precise, Accurate, and Lasting TRF for Israel.** *Journal of Surveying Engineering*, 143(4), 1-8. DOI: 10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000228
-

-
- Häkli, P. Evers, K. Jivall, L. Nilsson, T. Himle, S. Kollo, K. Liepiņš, I. Paršeliūnas, E. Vestøl O. & Lidberg, M. (2023). **NKG2020 transformation: An updated transformation between dynamic and static reference frames in the Nordic and Baltic countries.** *Journal of Geodesy*, 13(1), <https://doi.org/10.1515/jogs-2022-0155>
 - Hofmann-Wellenhof, B. & Moritz, H. (2005). **Physical Geodesy (1a ed)**. New York: Springer. ISBN: 10-3-211-23584-1
 - Hofmann-Wellenhof, B. Lichtenegger, H. & Wasle, E. (2008). **GNSS – Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo and more.** New York: Springer. ISBN: 978-3-211-73012-6
 - Johnston G. Riddell, A. & Hausler, G. (2017). **The International GNSS Service.** En Teunissen, Peter J.G., and Montenbruck, O. (Eds.), **Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems** (1st ed., pp. 967-982). Cham, Switzerland: Springer International Publishing, doi: 10.1007/978-3-319-42928-1
 - Kehm, A. Sánchez, L. Bloßfeld, M. Seitz, M. Drewes, H. Angermann, D. & Seitz, F. (2022). **Combination strategy for the geocentric realization of regional epoch reference frames.** *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 127(10), 1-24, <https://doi.org/10.1029/2021JB023880>
 - Kheloufi, N. & Dehni, A. (2023). **Some mathematical assumptions for accurate transformation parameters between WGS84 and Nord Sahara geodetic systems.** *Journal of Geodetic Science*, 13(1), 20220160. <https://doi.org/10.1515/jogs-2022-0160>
 - Leick, A. Rapoport, L. & Tatarnikov, D. (2015). **GPS Satellite Surveying (4a ed)**. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken. ISBN: 978-1-118-67557-1

-
- Marcano, L. & Fermín, W. (2013). **Comparación de métodos de detección de datos anómalos multivariantes mediante un estudio de simulación.** *Saber*, 25(2), 192–201. ISSN 1315-0162
 - Métivier, L. Altamimi, Z. & Rouby, H. (2020). **Past and present ITRF solutions from geophysical perspectives.** *Advances in Space Research*, 65(12).
<https://doi.org/10.1016/j.asr.2020.03.031>
 - Mora, S. Soto, G. Santana, G. Pirie, M. & Miranda, P. (2024). **Conceptos, utilidad, mitos y realidades de las alarmas y pronósticos de la amenaza sísmica, desde la perspectiva de la gestión del riesgo en Costa Rica.** *Revista de Geología Aplicada a la Ingeniería y al Ambiente*, 51(3), 1-18. <https://doi.org/10.59069/agcjk16>
 - Moya, J. & Bastos, S. (2018). **Análisis de los residuales en el cálculo de velocidades geocéntricas a partir de series de tiempo diarias PPP.** *Ciencias Espaciales*, 11(1), 55–75.
<https://doi.org/10.5377/ce.v11i1.7175>
 - Moya, J. & Cedeño, B. (2017b). **Conceptos básicos en geodesia como insumo para un tratamiento adecuado de la información geoespacial.** *Revista Geográfica de América Central*, 58(1), 71-100, <https://doi.org/10.15359/rgac.58-1.3>
 - Moya, J. & Cedeño, B. (2017c). **Los diferentes datum y proyecciones cartográficas de Costa Rica: generalidades y relaciones.** *Revista Geográfica de América Central*, 59(1), 39-61, <https://doi.org/10.15359/rgac.3-59.2>
 - Moya, J. (2014). **Desarrollo, implementación y análisis de un modelo cinemático local de velocidades para Costa Rica basado en la integración y homogenización de datos de estaciones GNSS continua** [Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid]. Repositorio institucional de la Universidad Politécnica de Madrid.
<https://doi.org/10.20868/UPM.thesis.33912>

-
- Moya, J. Bastos, S & Rivas, M. (2014). **Cálculo, mediante la aplicación del algoritmo de ajuste por mínimos cuadrados, de los componentes de velocidad para estaciones GNSS continuas.** *Uniciencia*, 28(2), 1 - 14. <http://hdl.handle.net/11056/25650>
 - Moya, J. (2022). **Procesamiento GNSS en el marco geodésico CR-SIRGAS: Influencia de las épocas de observación y referencia.** *Ingeniería*, 32(2), 48-85, <https://doi.org/10.15517/ri.v32i2.50181>
 - Moya, J. Bastos, S & Álvarez, Á. (2021). **Parámetros de transformación entre los marcos geodésicos CR05 y CR-SIRGAS contemplando diferentes soluciones ITRF.** *Ingeniería*, 31(1), 21-50, DOI 10.15517/ri.v31i1.43854
 - Moya, J. (2022). **Caracterización Geodésica de la Cinemática de Corteza Terrestre de Costa Rica como Insumo al Proceso de Enseñanza en la ETCG.** Formulación Actividad de Investigación No. 0204-22. Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia.
 - Murillo, A. (2021). **Análisis de las discrepancias en las coordenadas geocéntricas en una red de estaciones GNSS de operación continua en Costa Rica, considerando un procesamiento PPP en línea con diferentes intervalos de tiempo respecto a las soluciones finales SIRGAS** [Trabajo Final de Graduación, Universidad de Costa Rica]. Repositorio institucional de la Escuela de Ingeniería Topográfica de la Universidad de Costa Rica. <http://repositorio.sibdi.ucr.ac.cr:8080/jspui/handle/123456789/17083>
 - Novikova, E., Yeropunova, I. y Palamar, A. (2020). **Cambio de sistema de coordenadas en función del área de las parcelas.** *Geodesia y Cartografía*, 46 (1), 26-33. <https://doi.org/10.3846/gac.2020.6979>
 - Parámetros de transformación para pasar de las épocas 2014,59 a la 2019,24 en el ITRF14 correspondiente con CR-SIRGAS, Directriz N° DIG-001-2020, La Gaceta N° 223, 04 de setiembre de 2020

-
- Pearson, C & Snay, R. (2013). **Introducing HTDP 3.1 to transform coordinates across time and spatial reference frames.** *GPS Solutions*, 17(1), 1-15, DOI: 10.1007/s10291-012-0255-y
 - Protti, M. Güendel, F. & Malavasi, E. (2001). **Evaluación del potencial sísmico de la Península de Nicoya.** Editorial Fundación UNA, Heredia, Costa Rica. ISBN: 9968-14-086-4
 - Sánchez, L. (2022). **Global Terrestrial Reference Systems and Their Realizations.** En Villiger, A. & Dach, R. (Eds), *IGS Technical Report 2021(IGS Annual Report)* (pp. 129-141). IGS Central Bureau and University of Bern; Bern Open Publishing, DOI: 10.48350/169536
 - Sánchez, L. Drewes, H, Kehm, A. & Seitz, M. (2022). **SIRGAS reference frame analysis at DGFI-TUM.** *Journal of Geodetic Science*, 12(1), 92–119, <https://doi.org/10.1515/jogs-2022-0138>
 - Soler, T. & Marshall, J. (2002). **Rigorous transformation of variance–covariance matrices of GPS-derived coordinates and velocities.** *GPS Solutions*, 6(1), 76-90. DOI: 10.1007/s10291-002-0019-1
 - Soler, T. & Marshall, J. (2003). **A note on frame transformations with applications to geodetic datums.** *GPS Solutions*, 7(1), 23-32. DOI: 10.1007/s10291-003-0044-8
 - Soler, T. & Snay, R. (2004). **Transforming Positions and Velocities between the International Terrestrial Reference Frame of 2000 and North American Datum of 1983.** *Journal of Surveying Engineering*, 130(2), 49-55. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9453(2004)130:2(49)
 - Soler, T. (1998). **A compendium of transformation formulas useful in GPS work.** *GPS Solutions*, 2(1), 482-490. DOI: 10.1007/s001900050187

-
- Torge, W. & Müller, J. (2012). **Geodesy (4a ed)**. Deutsche National bibliothek. ISBN: 978-3-11-020718-7
 - Torge, W. (2001). **Geodesy (3rd ed)**. Deutsche National bibliothek. ISBN 3-11-017072-8
 - Tran, D. Nocquet, J. Luong, N. & Nguyen, D (2022). **Determination of Helmert transformation parameters for continuous GNSS networks: a case study of the Géoazur GNSS network**. *Geo-Spatial Information Science*, 26(1), 125-138. DOI: 10.1080/10095020.2022.2138569
 - Valverde, L. & Acuña, N. (2018). **Aplicación de métodos agregados en la detección de puntos atípicos en series de tiempo meteorológicas**. *Revista Tecnología En Marcha*, 31(1), 98–109. <https://doi.org/10.18845/tm.v31i1.3500>
 - Wang, G. Yu, J. Ortega, J. Sáenz, G. Burrough, T. & Neill, R. (2016). **A stable reference frame for the study of ground deformation in the Houston metropolitan area, Texas**. *Journal of Geodetic*, 3(3), 188-202, DOI: 10.2478/jogs-2013-0021
 - Yu, J. & Wang, G. (2016). **Introduction to the GNSS geodetic infrastructure in the Gulf of Mexico Region**. *Survey Review*, 49(352), 51-65, DOI: 10.1080/00396265.2015.1108069
 - Zhiping, L. Yunying, Q. & Shubo, Q (2014). **Geodesy, Introduction to Geodetic Datum and Geodetic Systems**. Springer Heidelberg New York, Dordrecht London. ISBN: 978-3-642-41244-8

Anexos

Anexo 1. Script utilizado en el cálculo de las velocidades para las coordenadas geocéntricas

```

% LIMPIADORES DE MEMORIA
clc
clear all
close all

%
% INFORMACIÓN GENERAL
%
disp('')
display("=====")
display("                                UNIVERSIDAD NACIONAL")
display("                                FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES")
display("                                ESCUELA DE TOPOGRAFÍA, CATASTRO Y GEODESIA")
display("                                PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE LAS VELOCIDADES DE")
display("                                UNA ESTACIÓN GNSS DE MEDICIÓN CONTINUA USANDO")
display("                                SERIES TEMPORALES")
display("                                PROGRAMA ELABORADO POR : ING. LORENZO AGUILAR ELIZONDO")
display("CONTACTO: lorenzoaguilare@gmail.com / lorenzo.aguilarelizondo@est.una.ac.cr")
display("=====")
disp('')
% OBTENER LA HORA ACTUAL
fecha_actual = clock;
% EXTRAER LOS ELEMENTOS DE LA FECHA Y HORA
anio = fecha_actual(1);
mes = fecha_actual(2);
dia = fecha_actual(3);
hora = fecha_actual(4);
minuto = fecha_actual(5);
segundo = fecha_actual(6);
% MOSTAR LA HORA ACTUAL EN LA PANTALLA
printf(' FECHA Y HORA DE USO: %d-%02d-%02d %02d:%02d:%02d\n', anio, mes, dia, hora, minuto,
segundo);
%
% CARGA DE DATOS
%
% SE CARGA DE LA BASE DE DATOS CON LAS COORDENADAS Y DEMÁS INFORMACIÓN
fid = fopen('Coordenadas_CR-SIRGAS_TFG_VELO_REPRO2.txt','r');
[conversion]=textscan(fid,'%f %s %s %f %s %f %f %f %f');
fclose(fid);
% SE EXTRAEN LOS DATOS DE LAS COORDENADAS DEL TXT Y SE ALMACENAN EN VECTORES
semana_com = conversion{[:,1]};
marco = conversion{[:,2]};
fecha = conversion{[:,3]};
epobs_com = conversion{[:,4]};
EST = conversion{[:,5]};
xcom = conversion{[:,6]};
Ycom = conversion{[:,7]};
Zcom = conversion{[:,8]};
cod = conversion{[:,9]};
% SE CARGA EL ARCHIVO CON LOS NOMBRES DE LAS ESTACIONES Y SU CORRESPONDIENTE CÓDIGO
fid = fopen('Estaciones.txt','r');
[conversion_2]=textscan(fid,'%s %f ');
fclose(fid);
% SE EXTRAEN LOS NOMBRES Y CÓDIGOS DE LAS ESTACIONES Y SE ALMACENAN EN VECTORES
Nom_est = conversion_2{[:,1]};
codigo_estacion = conversion_2{[:,2]};
%
% OPCIONES DE TRABAJO
%
% SE LE INDICA AL USUARIO LAS OPCIONES POSIBLES
disp('')
display("=====")
fprintf(' EN TOTAL HAY %d ESTACIONES DISPONIBLES Y SE MUESTRAN EN LA SIGUIENTE TABLA:',
length(Nom_est));
display('')
display("=====")
% DESPLIEGUE DE INFORMACIÓN EN LA PANTALLA PARA LA SELECCIÓN CORRESPONDIENTE
trabajo = [num2cell(codigo_estacion),cellstr({Nom_est})].';
display('')
display("=====")
display("                                ESTACIONES DISPONIBLES PARA EL CÁLCULO")
display("=====")
display("                                ID                                ESTACIÓN")
display("=====")

fprintf('%10.0f %27s \n',trabajo{:});
display("=====")
% ESTABLECER LA ÉPOCA DE REFERENCIA t0
epref = input(' DIGITE LA ÉPOCA DE REFERENCIA A UTILIZAR ::> ');
% SE DEFINE UN CICLO PARA CÁLCULAR LAS VELOCIDADES DE TODAS LAS ESTACIONES
for u = 1 : length(Nom_est)
codi_est = codigo_estacion(u,1);

```

```

% ENCONTRAR ÍNDICES DE LAS COORDENADAS ESPECÍFICAS PARA LA ESTACIÓN A UTILIZAR
ID_EST = find(cod == codi_est);
% ENCONTRAR NOMBRE DE LA ESTACIÓN INDICADA, ESTO PARA LA SALIDA DE DATOS
ID_NOM_EST = find(codigo_estacion == codi_est);
Estacion(u,1) = Nom_est(ID_NOM_EST);
%
%-----%
% DATOS EMPLEADOS PARA LOS CÁLCULOS
%
%-----%
% NUEVO VECTOR DE COORDENADAS Y ÉPOCAS DE OBSERVACIÓN SEGÚN CODIGO DE ESTACIÓN INDICADO
% ESTOS NUEVOS VECTORES SOLAMENTE CONTIENEN LAS COORDENADAS DE LA ESTACIÓN DESEADA
Xcom2 = Xcom(ID_EST);
Ycom2 = Ycom(ID_EST);
Zcom2 = Zcom(ID_EST);
epobscom2 = epobs_com(ID_EST);
semana_com2 = semana_com(ID_EST);
% SE REQUIERE HACER UN VECTOR DE TRABAJO QUE INCLUYA SOLO LOS DÍAS CON SOLUCIÓN
% Y QUE DEJE DE LADO LOS QUE TIENEN INFORMACIÓN QUE SE IDENTIFICAN CON UN -1
% ENCONTRAR ÍNDICES DE ELEMENTOS DIFERENTES A -1 EN LOS VECTORES ANTERIORES
indicesX = find(Xcom2 != -1);
indicesY = find(Ycom2 != -1);
indicesZ = find(Zcom2 != -1);
indicesEpo = find(epobscom2 != -1);
indicesSem = find(semana_com2 != -1);
% ESTOS NUEVOS VECTORES SOLAMENTE CONTIENEN LAS COORDENADAS E INFORMACIÓN DE LA ESTACIÓN DESEADA
% PARA LOS DÍAS CON SOLUCIÓN
X = Xcom2(indicesX);
Y = Ycom2(indicesY);
Z = Zcom2(indicesZ);
epobs = epobscom2(indicesEpo);
semana = semana_com2(indicesSem);
% COMO SE SELECCIONAN DATOS EN ESPECÍFICO SE DEBE CALCULAR LA CANTIDAD DE DATOS A UTILIZAR
m(u,1) = length(X);
%
%-----%
% AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD EN LA COMPONENTE X
%
%-----%
% PROCESO DE AJUSTE PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD EN X
% 1. MATRIZ A
AX = ones(length(X),2);
for i = 1 : length(X)
    AX(i,2) = epobs(i,1) - epref;
endfor
% 2. INCÓGNITAS APROXIMADAS (X0, VX0)
X0 = X(1,1);
VX0 = (X(end,1) - X(1,1))/(epobs(end,1) - epobs(1,1));
% 3. OBSERVACIONES APROXIMADAS
LX0 = X0 + VX0*(epobs.-epref);
% 4. OBSERVACIONES REDUCIDAS
lX = X - LX0;
% 5. MATRIZ DE VARIANZA-COVARIANZA DE LAS OBSERVACIONES
QLL = eye(length(X));
% 6. MATRIZ DE PESOS
PX = inv(QLL);
% 7. MATRIZ DE ECUACIONES NORMALES
NX = AX' * PX * AX;
% 8. VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES
nX = AX' * PX * lX;
% 9. MATRIZ DE COFACTORES
Qxx = inv(NX);
% 10. SOLUCIÓN DEL AJUSTE VECTOR DE INCOGNITAS REDUCIDAS AJUSTADAS
x = Qxx * nX;
% 11. INCOGNITAS AJUSTAS
Xo(u,1) = X0 + x(1,1);
VXo(u,1) = (VX0 + x(2,1))*1000;
% 12. GRADOS DE LIBERTAD
f(u,1) = length(X) - 2;
% 13. VECTOR DE RECIDUOS
vX = AX * x - lX;
% 14. OBSERVACIONES AJUSTADAS
LXAJU = X + vX;
% 15. DESVIACIÓN ESTÁNDAR APOSTERIORI
s0_X(u,1) = sqrt(vX' * PX * vX / f(u,1));
sx0(u,1) = (s0_X(u,1) * sqrt(Qxx(1,1)))*1000;
svx0(u,1) = (s0_X(u,1) * sqrt(Qxx(2,2)))*1000;
%
%-----%
% AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD EN LA COMPONENTE Y
%
%-----%
% PROCESO DE AJUSTE PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD EN Y
% 1. MATRIZ A
AY = ones(length(Y),2);

```

```

for i = 1 : length(Y)
    AY(i,2) = epobs(i,1) - epref;
endfor
% 2. INCÓGNITAS APROXIMADAS (X0, VX0)
Y0 = Y(1,1);
VY0 = ((Y(end,1) - Y(1,1))/(epobs(end,1) - epobs(1,1)));
% 3. OBSERVACIONES APROXIMADAS
LY0 = Y0 + VY0*(epobs.-epref);
% 4. OBSERVACIONES REDUCIDAS
lY = Y - LY0;
% 5. MATRIZ DE VARIANZA-COVARIANZA DE LAS OBSERVACIONES
QLL = eye(length(Y));
% 6. MATRIZ DE PESOS
PY = inv(QLL);
% 7. MATRIZ DE ECUACIONES NORMALES
NY = AY' * PY * AY;
% 8. VECTOR DE TERMINOS DE INDEPENDIENTES
nY = AY' * PY * lY;
% 9. MATRIZ DE COFACTORES
Qyy = inv(NY);
% 10. SOLUCIÓN DEL AJUSTE VECTOR DE INCOGNITAS REDUCIDAS AJUSTADAS
y = Qyy * nY;
% 11. INCOGNITAS AJUSTAS
Yo(u,1) = Y0 + y(1,1);
VYo(u,1) = (VY0 + y(2,1))*1000;
% 12. GRADOS DE LIBERTAD
f(u,1) = length(Y) - 2;
% 13. VECTOR DE RESIDUOS
vY = AY * y - lY;
% 14. OBSERVACIONES AJUSTADAS
LYAJU = Y + vY;
% 15. DESVIACIÓN ESTÁNDAR APOSTERIORI
s0_Y(u,1) = sqrt(vY' * PY * vY / f(u,1));
sY0(u,1) = (s0_Y(u,1) * sqrt(Qyy(1,1)))*1000;
svY0(u,1) = (s0_Y(u,1) * sqrt(Qyy(2,2)))*1000;
%
%
% AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD EN LA COMPONENTE Z
%
%
% PROCESO DE AJUSTE PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD EN Z

% 1. MATRIZ A
AZ = ones(length(Z),2);
for i = 1 : length(Z)
    AZ(i,2) = epobs(i,1) - epref;
endfor
% 2. INCÓGNITAS APROXIMADAS (X0, VX0)
Z0 = Z(1,1);
VZ0 = ((Z(end,1) - Z(1,1))/(epobs(end,1) - epobs(1,1)));
% 3. OBSERVACIONES APROXIMADAS
LZ0 = Z0 + VZ0*(epobs.-epref);
% 4. OBSERVACIONES REDUCIDAS
lZ = Z - LZ0;
% 5. MATRIZ DE VARIANZA-COVARIANZA DE LAS OBSERVACIONES
QLL = eye(length(Z));
% 6. MATRIZ DE PESOS
PZ = inv(QLL);
% 7. MATRIZ DE ECUACIONES NORMALES
NZ = AZ' * PZ * AZ;
% 8. VECTOR DE TERMINOS DE INDEPENDIENTES
nZ = AZ' * PZ * lZ;
% 9. MATRIZ DE COFACTORES
Qzz = inv(NZ);
% 10. SOLUCIÓN DEL AJUSTE VECTOR DE INCOGNITAS REDUCIDAS AJUSTADAS
z = Qzz * nZ;
% 11. INCOGNITAS AJUSTAS
Zo(u,1) = Z0 + z(1,1);
VZo(u,1) = (VZ0 + z(2,1))*1000;
% 12. GRADOS DE LIBERTAD
f(u,1) = length(Z) - 2;
% 13. VECTOR DE RESIDUOS
vZ = AZ * z - lZ;
% 14. OBSERVACIONES AJUSTADAS
LZAJU = Z + vZ;
% 15. DESVIACIÓN ESTÁNDAR APOSTERIORI
s0_Z(u,1) = sqrt(vZ' * PZ * vZ / f(u,1));
sz0(u,1) = (s0_Z(u,1) * sqrt(Qzz(1,1)))*1000;
svZ0(u,1) = (s0_Z(u,1) * sqrt(Qzz(2,2)))*1000;
%
%
% SALIDA DE DATOS PARA EL USUARIO

```


Anexo 2. Script utilizado en el cálculo de los parámetros de transformación

```

% LIMPIADORES DE MEMORIA
clc
clear all
close all

%=====
% INFORMACIÓN GENERAL
%=====
disp('')
display("=====")
display("                                UNIVERSIDAD NACIONAL")
display("                                FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES")
display("                                ESCUELA DE TOPOGRAFÍA, CATASTRO Y GEODESIA")
display("                                PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS DE")
display("                                TRANSFORMACIÓN ENTRE DISTINTAS ÉPOCAS DE MEDICIÓN")
display("                                USANDO COORDENADAS X Y Z")
display("                                PROGRAMA ELABORADO POR : ING. LORENZO AGUILAR ELIZONDO")
display("                                CONTACTO : lorenzoaguilare@gmail.com / lorenzo.aguilarelizondo@est.una.ac.cr")
display("=====")
disp('')
% OBTENER LA HORA ACTUAL
fecha_actual = clock;
% EXTRAER LOS ELEMENTOS DE LA FECHA Y HORA
anio = fecha_actual(1);
mes = fecha_actual(2);
dia = fecha_actual(3);
hora = fecha_actual(4);
minuto = fecha_actual(5);
segundo = fecha_actual(6);
% MOSTAR LA HORA ACTUAL EN LA PANTALLA
printf(' FECHA Y HORA DE USO: %d-%02d-%02d %02d:%02d:%02.0f\n', anio, mes, dia, hora, minuto,
segundo);
disp('i')
display("=====")
display("                                ESTE PROGRAMA APLICA EL ALGORITMO DE AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS,")
display("                                PARA ESTIMAR LOS PARÁMETROS DE TRANSFORMACIÓN ENTRE ÉPOCAS DE MEDICIÓN,")
display("                                USANDO COORDENADAS X Y Z DE ESTACIONES GNSS DE MEDICIÓN CONTINUA.")
display("                                EL APLICATIVO EMPLEA LAS COORDENADAS AJUSTADAS SEMANALMENTE POR SIRGAS")
display("                                EMPLEANDO EL MODELO DE TRANSFORMACIÓN MOLODENSKY-BADEKAS.")
display("=====")
%=====
%CARCGA DE DATOS
%=====
% SE CARGA DE LA BASE DE DATOS CON LAS COORDENAS Y DEMÁS INFORMACIÓN fid = fopen('Coordenadas_CR-
SIRGAS_TFG_PARA_REPRO2_30mm.txt','r');
[conversion]=textscan(fid,'%f %s %s %f %s %f %f %f');
fclose(fid);
% SE EXTRAEN LOS DATOS DE LAS COORDENADAS DEL TXT Y SE ALMACENAN EN VECTORES
semana_com = conversion{[:,1]};
marco = conversion{[:,2]};
fecha = conversion{[:,3]};
epobs_com = conversion{[:,4]};
EST = conversion{[:,5]};
Xcom = conversion{[:,6]};
Ycom = conversion{[:,7]};
Zcom = conversion{[:,8]};
% SE CARGA EL ARCHIVO CON LAS SEMANAS INVOLUCRADAS EN LOS CÁLCULOS
fid = fopen('SEMANAS_GNSS.txt','r');
[conversion_2]=textscan(fid,'%f ');
fclose(fid);
% SE EXTRAEN LAS SEMANAS Y SE ALMACENAN EN VECTORES
semana_total = conversion_2{[:,1]};
% SE MUESTRA EN PANTALLA EL TOTAL DE ESTACIONES Y TOTAL DE ÉPOCAS DE MEDICIÓN
disp('')
display("=====")
fprintf(' EN TOTAL HAY %d SEMANAS DISTINTAS PARA LOS CÁLCULOS \n', length(semana_total)-1);
display("=====")
disp('')
%=====
%BUSQUEDA DE LAS ESTACIONES Y COORDENADAS PARA LA SEMANA 2046, ÉPOCA 2019.24
%=====
%
% ENCONTAR LAS COORDENADAS DE LA ESTACIONES PARA LA SEMANA DE REFERENCIA
% EPOCA DE REFERENCIA 2019.24
ID_XYZ_t0 = find(semana_com == semana_total(1,1));
% VECTORES CON LAS COORDENADAS EN LA ÉPOCA DE REFERENCIA
X_t0 = Xcom(ID_XYZ_t0);
Y_t0 = Ycom(ID_XYZ_t0);
Z_t0 = Zcom(ID_XYZ_t0);
Est_t0 = EST(ID_XYZ_t0);

```

```

% SE DECLARAN ESTAS VARIABLES PARA SER UTILIZADAS MAS ADELANTE SEGUN EL SENTIDO DE LA
PROGRAMACION REALIZADA
Est_v = {};
v_n = [];
v_e = [];
v_u = [];
vec_semana2 = [];
v_topo = [];
all_semana = semana_total(2:end);
%
% SE DEFINEN LAS CONSTANTES PARA EL CALCULO DE LAS COORDENADAS TOPOCENTRICAS
% SEMI EJES DEL ELIPSOIDE WGS84
format long
a_eje = 6378137;
b_eje = 6356752.31424517;
e2 = ((a_eje^2)-(b_eje^2))/(a_eje^2);
ee2 = ((a_eje^2)-(b_eje^2))/(b_eje^2);
rho = pi/180;
%
% AQUÍ EMPIEZAN LOS CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS
for i = 1 : length(semana_total)-1
%
%DATOS EMPLEADOS PARA LOS CÁLCULOS
%
% ENCONTRAR LAS COORDENADAS DE LAS ESTACIONES PARA LA SEMANA DESTINO
ID_XYZ_ti = find(semana_com == semana_total(i+1,1));
% NUEVOS VECTORES DE COORDENADAS
% ESTOS NUEVOS VECTORES SOLAMENTE CONTIENEN LAS COORDENADAS DE LAS ESTACIONES CON INFORMACIÓN
% SEGÚN LA SEMANA DE REFERENCIA
X_ti = Xcom(ID_XYZ_ti);
Y_ti = Ycom(ID_XYZ_ti);
Z_ti = Zcom(ID_XYZ_ti);
Est_ti = EST(ID_XYZ_ti);
% SE CREAN VECTORES LIMPIOS PARA SER LLENADOS CON LA INFORMACIÓN NECESARIA
% PARA LA SEMANA DE REFERENCIA
X_t0_new = [];
Y_t0_new = [];
Z_t0_new = [];
Est_t0_new = [];
% PARA LA SEMANA DESTINO
X_ti_new = [];
Y_ti_new = [];
Z_ti_new = [];
Est_ti_new = [];
%
% SE DEBEN UNIFICAR LOS VECTORES INDIVIDUALES DE COORDENADAS EN UNO SOLO VECTOR PARA LA SEMANA DE
REFERENCIA SE CREA VECTOR LLENO DE CEROS SEGÚN LA CANTIDAD DE DATOS PARA LLENARLOS CON LA
INFORMACIÓN NECESARIA
XYZ_t0 = zeros(length(X_t0_new),1)
k = 1;
for u = 1 : length(X_t0_new)
XYZ_t0((u*3-2),1) = X_t0_new(u,1);
XYZ_t0((u*3-1),1) = Y_t0_new(u,1);
XYZ_t0(u*3,1) = Z_t0_new(u,1);
k = k+1;
endfor
% SE DEBEN UNIFICAR LOS VECTORES INDIVIDUALES DE COORDENADAS EN UNO SOLO VECTOR PARA LA SEMANA
DESTINO SE CREA VECTOR LLENO DE CEROS SEGÚN LA CANTIDAD DE DATOS PARA LLENARLOS CON LA
INFORMACIÓN NECESARIA
XYZ_ti = zeros(length(X_ti_new),1);
j = 1;
for q = 1 : length(X_ti_new)
XYZ_ti((q*3-2),1) = X_ti_new(j,1);
XYZ_ti((q*3-1),1) = Y_ti_new(j,1);
XYZ_ti(q*3,1) = Z_ti_new(j,1);
j = j+1;
endfor
% SE DEBE CALCULAR EL BARICENTRO DE LA RED DEBIDO A QUE COSTA RICA ES MUY PEQUEÑO Y SE REQUIERE
PARA HACER LAS REDUCCIONES Y POSTERIORMENTE LOS CÁLCULO DE MANERA CORRECTA
X0(i,1) = mean(X_t0_new);
Y0(i,1) = mean(Y_t0_new);
Z0(i,1) = mean(Z_t0_new);
% SE HACEN LAS REDUCCIONES AL BARICENTRO Y SE CREAN VECTORES LLENOS DE CEROS SEGÚN LA CANTIDAD DE
DATOS PARA LLENARLOS CON LA INFORMACIÓN NECESARIA
xi = zeros(length(X_ti_new),1);
yi = zeros(length(X_ti_new),1);
zi = zeros(length(X_ti_new),1);
for r = 1 : length(X_t0_new)
xi(r,1) = X_ti_new(r,1) - X0(i,1);
yi(r,1) = Y_ti_new(r,1) - Y0(i,1);
zi(r,1) = Z_ti_new(r,1) - Z0(i,1);

```

```

endfor
% SE DEBEN UNIFICAR LOS VECTORES INDIVIDUALES DE REDUCCIONES EN UNO SOLO VECTOR. ENTONCES SE CREA
VECTOR LLENO DE CEROS SEGÚN LA CANTIDAD DE DATOS PARA LLENARLOS CON LA INFORMACIÓN NECESARIA
XYZ_redu = zeros(length(X_ti_new),1);
a = 1;
for w = 1 : length(Xi)
    XYZ_redu((w*3-2),1) = Xi(a,1);
    XYZ_redu((w*3-1),1) = Yi(a,1);
    XYZ_redu(w*3,1) = Zi(a,1);
    a = a + 1;
endfor
% CANTIDAD DE PUNTOS IDENTICOS
n_Pto = length(Est_t0_new);
%-----%
% AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS PARA EL CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS DE TRANSFORMACIÓN
%-----%
% 1. OBSERVACIONES REDUCIDAS
l = XYZ_ti-XYZ_t0;

% 2. MATRIZ A
A = ones((3*n_Pto),6);
c = 1;
for t = 1 : n_Pto
%-----%
% TRASLACIONES %
%-----%
    A((t*3-2),1) = 1;
    A((t*3-1),1) = 0;
    A((t*3),1) = 0;
    A((t*3-2),2) = 0;
    A((t*3-1),2) = 1;
    A((t*3),2) = 0;
    A((t*3-2),3) = 0;
    A((t*3-1),3) = 0;
    A((t*3),3) = 1;
%-----%
%-----%
% ROTACIONES %
%-----%
    A((t*3-2),4) = 0;
    A((t*3-1),4) = (XYZ_redu((c*3),1)); %Z
    A((t*3),4) = -1*(XYZ_redu((c*3-1),1)); %-Y
    A((t*3-2),5) = -1*(XYZ_redu((c*3),1)); %-Z
    A((t*3-1),5) = 0;
    A((t*3),5) = (XYZ_redu((c*3-2),1)); %X
    A((t*3-2),6) = (XYZ_redu((c*3-1),1)); %Y
    A((t*3-1),6) = -1*(XYZ_redu((c*3-2),1)); %-X
    A((t*3),6) = 0;
%-----%
c = c + 1;
endfor
% 3. MATRIZ DE ECUACIONES NORMALES
N = A' * A;
% 4. VECTOR DE TÉRMINOS INDEPENDIENTES
n = A' * l;
% 5. MATRIZ DE COFACTORES
Qxx = inv(N);
% 6. SOLUCIÓN DEL AJUSTE VECTOR DE INCOGNITAS REDUCIDAS AJUSTADAS
x = Qxx * n;
% 7. GRADOS DE LIBERTAD
f = (3*n_Pto) - 6;
% 8. VECTOR DE RESIDUOS
v = (A * x - l);
% VECTOR DE RESIDUOS EN MM
v_mm = v*1000;
*****
%SE SELECCIONA UN BLOQUE DE 3 ELEMENTOS (VX VY VZ) SUCESIVAMENTE POR PUNTO CON EL FIN DE
MULTIPLICARLO POR LAS ROTACIONES CORRESPONDIENTES
v_redu = [v_mm(3*b-2,1); v_mm(3*b-1,1); v_mm(3*b,1)];
%CONVERSION A TOPOCENTRICAS
v_new = D_topo' * v_redu;
%SE VAN AÑADIENDO AL VECTOR DE RESIDUOS TOPOCENTRICOS CADA RESULTADO DE LA MULTIPLICACION CON EL
FIN DE CONTAR CON TODOS EN UN SOLO VECTOR (VX;VY;VZ)
v_topo = [v_topo;v_new];
endfor
%SE REDIMENSIONADA EL VECTOR DE RESIDUOS EN UNA MATRIZ DE 3 COLUMNAS EN X Y Z
matriz_residuos = reshape(v_topo, 3, []);

```

```

% PARA GUARDAR CADA VECTOR DE RESIDUOS POR SEMANA SE CREAN AQUI ESTOS VECTORES LIMPIOS PARA
EVITAR LA DUPLICIDAD DE DATOS O QUE SE UTILICEN LOS QUE NO SON CORRECTOS
residuos_n = [];
residuos_e = [];
residuos_u = [];
% SE SEPARAN LOS DATOS EN VECTORES DE RESIDUOS SEGUN LA COORDENADA X Y Z
residuos_n = matriz_residuos(:,1);
residuos_e = matriz_residuos(:,2);
residuos_u = matriz_residuos(:,3);
Est_v(length(Est_v)+1 : length(Est_v) + length(Est_ti_new), :) = Est_ti_new;
vec_semana = [];
vec_semana = repmat(all_semana(i,1), size(Est_ti_new), 1);
vec_semana2(size(vec_semana2,1)+1 : size(vec_semana2,1) + size(vec_semana,1), :) = vec_semana;

% SE COMBINA EL VECTOR DE LAS ESTACIONES DE LOS PUNTOS HOMOLOGOS CON LA MATRIZ
data_v =
[cellstr(Est_v),num2cell(residuos_n),num2cell(residuos_e),num2cell(residuos_u),num2cell(vec_seman
a2)];
% 9. DESVIACIÓN ESTÁNDAR APOSTERIORI
s0(i,1) = sqrt(v' * v / f);
% SE MEJORA EL VECTOR DE PARÁMETROS PARA SEPARARLOS POR TIPO DE PARÁMETRO Y ERROR CALCULADO, ESTO
PARA LA CORRECTA SALIDA DE DATOS
% TRASLACIONES EN [mm] CON SU ERROR CALCULADO
TX(i,1) = x(1,1) * 1000;
s_TX(i,1) = (s0(i,1) * sqrt(Qxx(1,1)))*1000;
TY(i,1) = x(2,1) * 1000;
s_TY(i,1) = (s0(i,1) * sqrt(Qxx(2,2)))*1000;
TZ(i,1) = x(3,1) * 1000;
s_TZ(i,1) = (s0(i,1) * sqrt(Qxx(3,3)))*1000;
% ROTACIONES EN [mas] CON SU ERROR CALCULADO
format long
RX(i,1) = (x(4,1) * (180/pi()*3600))*1000;
s_RX(i,1) = ((s0(i,1) * sqrt(Qxx(4,4))) * (180/pi()*3600))*1000;
RY(i,1) = (x(5,1) * (180/pi()*3600))*1000;
s_RY(i,1) = ((s0(i,1) * sqrt(Qxx(5,5))) * (180/pi()*3600))*1000;
RZ(i,1) = (x(6,1) * (180/pi()*3600))*1000;
s_RZ(i,1) = ((s0(i,1) * sqrt(Qxx(6,6))) * (180/pi()*3600))*1000;
% CANTIDAD DE PUNTOS HOMÓLOGOS PARA SU REGISTRO
n_PTOS_IDEN(i,1) = length(Est_ti_new);
endfor

%DESPLIEGUE DE LOS RESULTADOS EN LA PANTALLA PARA EL USUARIO
semana_total = semana_total(2:end);
% MATRIZ CON LOS RESULTADOS DE LOS PARÁMETROS PARA SU DESPLIEGUE
salida_datos =
[num2cell(semana_total),num2cell(TX),num2cell(TY),num2cell(TZ),num2cell(RX),num2cell(RY),num2cell
(RZ),num2cell(n_PTOS_IDEN)].';
display("")
display("=====")
display("
PARÁMETROS DE TRANSFORMACIÓN SEGÚN LA SEMANA DE OBSERVACIÓN
")
display(" LOS PARÁMETROS SE CALCULARON REFERIDOS A LA SEMANA 2046, ÉPOCA 2019.24 ")
display("=====")
display(" SEMANA TX TY TZ RX RY RZ PUNTOS
IDENTICOS")
display(" MEDICIÓN [ mm ] [ mm ] [ mm ] [ mas ] [ mas ] [ mas ]
USADOS ")
display("=====")
fprintf(' %7.0f %12.5f %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f %13.0f \n',salida_datos{:});
display("=====")

%DESPLIEGUE DE LOS RESULTADOS EN LA PANTALLA PARA EL USUARIO
% MATRIZ CON LOS RESULTADOS DE LOS ERRORES DE LOS PARÁMETROS PARA SU DESPLIEGUE
salida_datos2 =
[num2cell(semana_total),num2cell(s_TX),num2cell(s_TY),num2cell(s_TZ),num2cell(s_RX),num2cell(s_RY
),num2cell(s_RZ),num2cell(s0)].';
display("")
display("=====")
display(" ERRORES PARA LOS PARÁMETROS DE TRANSFORMACIÓN SEGÚN LA SEMANA DE OBSERVACIÓN ")
disp(" LOS PARÁMETROS SE CALCULARON REFERIDOS A LA SEMANA 2046, ÉPOCA 2019.24 ")
disp("=====")
display(" SEMANA s_TX s_TY s_TZ s_RX s_RY s_RZ s0")
display(" MEDICIÓN [± mm ] [± mm ] [± mm ] [± mas ] [± mas ] [± mas ]
"")
display("=====")

```

```

fprintf(' %7.0f %12.4f %10.4f %10.4f %10.4f %10.4f %10.4f %10.4f\n',salida_datos2{:});
display("=====
====")
%RESPALDO DE LOS RESULTADOS EN UN TXT PARA SER USADOS EN LA RUTINA DE VARIACIONES TEMPORALES DE
LOS PARÁMETROS
% RESPALDO DE LOS PARÁMETROS
fid = fopen('Parametros_CR-SIRGAS_TFG_Sin_Escala_30mm.txt','w');
fprintf(fid,'%4.0f %6.5f %6.5f %6.5f %6.5f %6.5f %6.5f %6.0f \n',salida_datos{:});
fclose(fid);
%RESPLADO DE LOS ERRORES DE LOS PARÁMETROS
fid = fopen('Errores_Parametros_Sin_Escala_30mm.txt','w');
fprintf(fid,"=====
====\n")
fprintf(fid," SEMANA      s_TX      s_TY      s_TZ      s_RX      s_RY      s_RZ
s0 \n")
fprintf(fid," MEDICIÓN      [± mm ]      [± mm ]      [± mm ]      [± mas ]      [± mas ]      [± mas ]
\n")
fprintf(fid,"=====
====\n")
fprintf(fid,' %7.0f %12.4f %10.4f %10.4f %10.4f %10.4f %10.4f %10.4f\n',salida_datos2{:});
fclose(fid);
% RESPALDO DE LOS RESIDUOS TOPOCENTRICOS
salida_datav =
[cellstr(Est_v),num2cell(residuos_n),num2cell(residuos_e),num2cell(residuos_u),num2cell(vec_seman
a2)].';
fid = fopen('Residuos_topocentricos_Sin_Escala_30mm.csv','w');
fprintf(fid,"ESTACION n[mm] e[mm] u[mm] SEMANA\n")
fprintf(fid,'%4s %6.5f %6.5f %6.5f %6.0f\n',salida_datav{:});
fclose(fid);
%FINAL DEL PROGRAMA

```

Anexo 3. Script utilizado en el cálculo de las variaciones temporales para los parámetros de transformación


```

% PROCESO DE AJUSTE PARA EL CÁLCULO DE LA VARIACIÓN EN TX
% 1. MATRIZ A
ATX = ones(length(TX),2);

for i = 1 : length(TX)
    ATX(i,2) = epobs(i,1) - epref;
endfor
% 2. INCOGNITAS APROXIMADAS (TX0, VTX0)
TX0 = TX(1,1);
VTX0 = ((TX(end,1) - TX(1,1))/(epobs(end,1) - epobs(1,1)));
% 3. OBSERVACIONES APROXIMADAS
LTX0 = TX0 + VTX0*(epobs.-epref);
% 4. OBSERVACIONES REDUCIDAS
lTX = TX - LTX0;
% 5. MATRIZ DE VARIANZA-COVARIANZA DE LAS OBSERVACIONES
QLL_TX = eye(length(TX));
% 6. MATRIZ DE PESOS
PTX = inv(QLL_TX);
% 7. MATRIZ DE ECUACIONES NORMALES
NTX = ATX' * PTX * ATX;
% 8. VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES
nTX = ATX' * PTX * lTX;
% 9. MATRIZ DE COFACTORES
Qxx_TX = inv(NTX);
% 10. SOLUCIÓN DEL AJUSTE VECTOR DE INCOGNITAS REDUCIDAS AJUSTADAS
x_TX = Qxx_TX * nTX;
% 11. INCOGNITAS AJUSTAS
TXo = TX0 + x_TX(1,1);
VTXo = VTX0 + x_TX(2,1);
% 12. GRADOS DE LIBERTAD
f = length(TX) - 2;
% 13 .VECTOR DE RECIDUOS
vTX = ATX * x_TX - lTX;
% 14. OBSERVACIONES AJUSTADAS
LTXAJU = TX + vTX;
% 15. DESVIACIÓN ESTÁNDAR APOSTERIORI
s0_TX = sqrt(vTX' * PTX * vTX / f);
sTX0 = s0_TX * sqrt(Qxx_TX(1,1));
svTX0 = s0_TX * sqrt(Qxx_TX(2,2));
-----%
% PROCESO DE AJUSTE PARA EL CÁLCULO DE LA VARIACIÓN EN TY
% 1. MATRIZ A
ATY = ones(length(TY),2);
for i = 1 : length(TY)
    ATY(i,2) = epobs(i,1) - epref;
endfor
% 2. INCOGNITAS APROXIMADAS (TY0, VTY0)
TY0 = TY(1,1);
VTY0 = ((TY(end,1) - TY(1,1))/(epobs(end,1) - epobs(1,1)));
% 3. OBSERVACIONES APROXIMADAS
LTY0 = TY0 + VTY0*(epobs.-epref);
% 4. OBSERVACIONES REDUCIDAS
lTY = TY - LTY0;
% 5. MATRIZ DE VARIANZA-COVARIANZA DE LAS OBSERVACIONES
QLL_TY = eye(length(TY));
% 6. MATRIZ DE PESOS
PTY = inv(QLL_TY);
% 7. MATRIZ DE ECUACIONES NORMALES
NTY = ATY' * PTY * ATY;
% 8. VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES
nTY = ATY' * PTY * lTY;
% 9. MATRIZ DE COFACTORES
Qxx_TY = inv(NTY);
% 10. SOLUCIÓN DEL AJUSTE VECTOR DE INCOGNITAS REDUCIDAS AJUSTADAS
x_TY = Qxx_TY * nTY;
% 11. INCOGNITAS AJUSTAS
TYo = TY0 + x_TY(1,1);
VTYo = VTY0 + x_TY(2,1);
% 12. GRADOS DE LIBERTAD
f = length(TY) - 2;
% 13 .VECTOR DE RECIDUOS
vTY = ATY * x_TY - lTY;
% 14. OBSERVACIONES AJUSTADAS
LTYAJU = TY + vTY;
% 15. DESVIACIÓN ESTÁNDAR APOSTERIORI
s0_TY = sqrt(vTY' * PTY * vTY / f);
sTY0 = s0_TY * sqrt(Qxx_TY(1,1));
svTY0 = s0_TY * sqrt(Qxx_TY(2,2));
-----%
% PROCESO DE AJUSTE PARA EL CÁLCULO DE LA VARIACIÓN EN TZ

```

```

% 1. MATRIZ A
ATZ = ones(length(TZ),2);

for i = 1 : length(TZ)
    ATZ(i,2) = epobs(i,1) - epref;
endfor
% 2. INCOGNITAS APROXIMADAS (TZ0, VTZ0)
TZ0 = TZ(1,1);
VTZ0 = ((TZ(end,1) - TZ(1,1))/(epobs(end,1) - epobs(1,1)));
% 3. OBSERVACIONES APROXIMADAS
LTZ0 = TZ0 + VTZ0*(epobs.-epref);
% 4. OBSERVACIONES REDUCIDAS
lTZ = TZ - LTZ0;
% 5. MATRIZ DE VARIANZA-COVARIANZA DE LAS OBSERVACIONES
QLL_TZ = eye(length(TZ));
% 6. MATRIZ DE PESOS
PTZ = inv(QLL_TZ);
% 7. MATRIZ DE ECUACIONES NORMALES
NTZ = ATZ' * PTZ * ATZ;
% 8. VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES
nTZ = ATZ' * PTZ * lTZ;
% 9. MATRIZ DE COFACTORES
Qxx_TZ = inv(NTZ);
% 10. SOLUCIÓN DEL AJUSTE VECTOR DE INCOGNITAS REDUCIDAS AJUSTADAS
x_TZ = Qxx_TZ * nTZ;
% 11. INCOGNITAS AJUSTAS
To = TZ0 + x_TZ(1,1);
VTZo = VTZ0 + x_TZ(2,1);
% 12. GRADOS DE LIBERTAD
f = length(TZ) - 2;
% 13 .VECTOR DE RECIDUOS
vTZ = ATZ * x_TZ - lTZ;
% 14. OBSERVACIONES AJUSTADAS
LTZAJU = TZ + vTZ;
% 15. DESVIACIÓN ESTÁNDAR APOSTERIORI
s0_TZ = sqrt(vTZ' * PTZ * vTZ / f);
sTZ0 = s0_TZ * sqrt(Qxx_TZ(1,1));
svTZ0 = s0_TZ * sqrt(Qxx_TZ(2,2));
%
%SALIDA DE DATOS PARA EL USUARIO
%
% SALIDA DE DATOS
disp('')

display('=====')
display('          INFORMACIÓN GENERAL DE LOS RESULTADOS PARA ')
display(' LAS VELOCIDADES EN LOS PARÁMETROS DE TRANSFORMACIÓN ')
display('')
fprintf('          *** ÉPOCA DE REFERENCIA : %4.2f ***\n',epref);
display("=====")
disp('')
display("=====")
fprintf(' ÉPOCA INICIAL           : %4.4f \n', epobs(1,1))
fprintf(' SEMANA INICIAL           : %4d \n', semana_com(1,1))
fprintf(' ÉPOCA FINAL              : %4.4f \n', epobs(end,1))
fprintf(' SEMANA FINAL             : %4d \n', semana_com(end,1))
fprintf(' ÉPOCA REFERENCIA        : %4.2f \n', epref)
fprintf(' TOTAL SEMANAS           : %4d \n', length(epobs))
fprintf(' TOTAL AÑOS PROCESADOS   : %7.2f \n', epobs(end,1)-epobs(1,1))
fprintf(' GRADOS DE LIBERTAD     : %4d \n', f)
display("=====")
%
% SALIDA DEL RESULTADO DE LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO TX %
%
disp('')
display("=====")
display(' VELOCIDAD PARA EL PARÁMETRO TX')
fprintf(' PARÁMETRO TX0 : %5.4f mm ± %5.4f mm \n', TXo,STX0)
fprintf(' VARIACIÓN TEMPORAL VTX0 : %5.4f mm/a ± %5.4f mm/a \n', VTXo,svTX0)
display("=====")
disp('')
%
% SALIDA DEL RESULTADO DE LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO TY %
%
disp('')
display("=====")
display(' VELOCIDAD PARA EL PARÁMETRO TY')
fprintf(' PARÁMETRO TY0 : %5.4f mm ± %5.4f mm \n', TYo,STY0)
fprintf(' VARIACIÓN TEMPORAL VTY0 : %5.4f mm/a ± %5.4f mm/a \n', VTYo,svTY0)
display("=====")

```

```

disp('')
%
% SALIDA DEL RESULTADO DE LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO TZ
%
disp('')
display("=====")
display(' VELOCIDAD PARA EL PARÁMETRO TZ')
fprintf(' PARÁMETRO TZ0 : %5.4f mm ± %5.4f mm \n',TZo,sTZ0)
fprintf(' VARIACIÓN TEMPORAL VTZ0 : %5.4f mm/a ± %5.4f mm/a \n',VTZo,sVTZ0)
display("=====")
disp('')
%
% SALIDA DEL RESULTADO DE LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO RX
%
disp('')
display("=====")
display(' VELOCIDAD PARA EL PARÁMETRO RX')
fprintf(' PARÁMETRO RX0 : %5.4f mas ± %5.4f mas \n',RXo,sRX0)
fprintf(' VARIACIÓN TEMPORAL VRX0 : %5.4f mas/a ± %5.4f mas/a \n',VRXo,sVRX0)
display("=====")
disp('')
% CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS DEL PARÁMETRO RX
DRX = (RX.-RX(1,1));
DRXAJU = (LRXAJU.-RXo);
%
% SALIDA DEL RESULTADO DE LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO RY
%
disp('')
display("=====")
display(' VELOCIDAD PARA EL PARÁMETRO RY')
fprintf(' PARÁMETRO RY0 : %5.4f mas ± %5.4f mas \n',RYo,sRY0)
fprintf(' VARIACIÓN TEMPORAL VRY0 : %5.4f mas/a ± %5.4f mas/a \n',VRYo,sVRY0)
display("=====")
disp('')
%
% SALIDA DEL RESULTADO DE LA VARIACIÓN DEL PARÁMETRO RZ
%
disp('')
display("=====")
display(' VELOCIDAD PARA EL PARÁMETRO RZ')
fprintf(' PARÁMETRO RZ0 : %5.5f mas ± %5.4f mas \n',RZo,sRZ0)
fprintf(' VARIACIÓN TEMPORAL VRZ0 : %5.4f mas/a ± %5.4f mas/a \n',VRZo,sVRZ0)
display("=====")
disp('')
% FINAL DEL PROGRAMA

```

**Anexo 4. Script utilizado en la validación del modelo lineal
cinemático de transformación de coordenadas**

```

% LIMPIADORES DE MEMORIA
clear all
close all
clc

%=====
% INFORMACIÓN GENERAL
%=====

disp('')
display("=====")
display("                                UNIVERSIDAD NACIONAL                                ")
display("                                FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES                                ")
display("                                ESCUELA DE TOPOGRAFÍA, CATASTRO Y GEODESIA                                ")
display("                                PROGRAMA PARA LA TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS                                ")
display("                                GEOCÉNTRICAS, POR MEDIO DE UN MODELO LINEAL DE                                ")
display("                                DE TRANSFORMACIÓN CINEMÁTICO QUE CONTEMPLA                                ")
display("                                ÚNICAMENTE LAS TRASLACIONES DE LOS EJES Y SUS                                ")
display("                                VARIACIONES TEMPORALES.                                ")
display("                                ADEMÁS, PERMITE LA CONVERSIÓN DE LAS COORDENADAS                                ")
display("                                GEOCÉNTRICAS TRANSFORMADAS A COORDENADAS GEODÉSICAS                                ")
display("                                Y SU RESPECTIVA PROYECCIÓN EN CRTM05.                                ")
display("                                PROGRAMA ELABORADO POR : ING. LORENZO AGUILAR ELIZONDO                                ")
display(" CONTACTO : lorenzoaguilare@gmail.com / lorenzo.aguilar.elizondo@est.una.ac.cr ")
display("=====")
disp('')

% OBTENER LA HORA ACTUAL
fecha_actual = clock;

% EXTRAER LOS ELEMENTOS DE LA FECHA Y HORA
anio = fecha_actual(1);
mes = fecha_actual(2);
dia = fecha_actual(3);
hora = fecha_actual(4);
minuto = fecha_actual(5);
segundo = fecha_actual(6);

% MOSTAR LA HORA ACTUAL EN LA PANTALLA
printf(' FECHA Y HORA DE USO: %d-%02d-%02d / %02d:%02d:%02.0f\n', anio, mes, dia, hora, minuto,
segundo);

disp('')

display("=====")
display(" ESTE PROGRAMA APLICA UN ALGORITMO DE TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS                                ")
display(" DE TRES PARÁMETROS ACOMPAÑADOS DE SUS VARIACIONES TEMPORALES, YA QUE                                ")
display(" ÚNICAMENTE CONTEMPLA LAS TRASLACIONES DE LOS EJES Y SUS TAZAS DE CAMBIO                                ")
display("=====")
disp('')
%=====
%                                CARGA DE LAS DISTINTAS CONSTANTES                                %
%=====
source("constantes_transformacion.m");
%=====
% CARGA DE DATOS                                %
%=====
% SE CARGA LA BASE DE DATOS CON LAS COORDENADAS EN LA EPOCA ORIGEN O t0
fid = fopen('XYZ_ESTACIONES_COMPROBACION_2238_IGB20.txt','r');
[conversion]=textscan(fid,'%s %f %f %f %f %f');
fclose(fid);

% SE EXTRAEN LOS DATOS DE LAS COORDENADAS DEL TXT Y SE ALMACENAN EN VECTORES
EST_t0 = conversion{[:,1]};
semana_t0 = conversion{[:,2]};
epoca_t0 = conversion{[:,3]};
X_t0 = conversion{[:,4]};
Y_t0 = conversion{[:,5]};
Z_t0 = conversion{[:,6]};

% SE CARGA LA BASE DE DATOS CON LAS COORDENADAS EN LA EPOCA DESTINO O ti
fid = fopen('XYZ_ESTACIONES_COMPROBACION_2316_IGB20.txt','r');
[conversion_2]=textscan(fid,'%s %f %f %f %f %f');
fclose(fid);

% SE EXTRAEN LOS DATOS DE LAS COORDENADAS DEL TXT Y SE ALMACENAN EN VECTORES

```

```

EST_ti = conversion_2{[:,1]};
semana_ti = conversion_2{[:,2]};
epoca_ti = conversion_2{[:,3]};
X_ti = conversion_2{[:,4]};
Y_ti = conversion_2{[:,5]};
Z_ti = conversion_2{[:,6]};
%
% SE DEBE IDENTIFICAR SI LA ÉPOCA DE ORIGEN ES IGUAL A LA ÉPOCA DE REFERENCIA
% DE LOS PARÁMETROS, DE LO CONTRARIO SE DEBEN CALCULAR LOS PARÁMETROS EN CADA
% ÉPOCA (ORIGEN Y DESTINO) PARA DETERMINAR LA DIFERENCIA DEL PARÁMETRO
% YA QUE ESE VALOR ES EL QUE SE DEBE UTILIZAR PARA LA TRANSFORMACIÓN
%
if epoca_ti == Epoca_ref
    *****
%
%CONVERSIÓN DE COORDENADAS GEOCÉNTRICAS A GEODÉSICAS
%
%ESTE CICLO ES PARA CALCULAR LATITUD, LONGITUD Y ALTURA DE LAS ESTACIONES
%INVOLUCRADAS EN LA TRANSFORMACION DE COORDENADAS EN LA EPOCA t0
v_topo = [];

for h = 1: length(X_t0)
    %1. PARAMETRO p
    p(h,1) = sqrt(X_t0(h,1)^2+Y_t0(h,1)^2);
    %2. CITA θ
    cita(h,1) = atan((Z_t0(h,1)*a_eje)/(p(h,1)*b_eje));
    %3. LATITUD
    Latitud(h,1) = (atan((Z_t0(h,1)+ee2*b_eje*sin(cita(h,1))^3)/(p(h,1)-
e2*a_eje*cos(cita(h,1))^3)))/rho;
    %4. LONGITUD
    Longitud(h,1) = (atan(Y_t0(h,1)/X_t0(h,1)))/rho;
    %5. LA NORMAL, RADIO DE PROYECCION
    N(h,1) = a_eje/sqrt(1-(e2*(sin(Latitud(h,1)*rho))^2));
    %6. ALTURA ELIPSOIDAL
    h_elip(h,1) = (p(h,1)/cos((Latitud(h,1)*rho)))-N(h,1);
%-----
%          AQUÍ EMPIEZA LA CONVERSION DE GEOCENTRICAS A TOPOCENTRICAS
%-----
    %1. MATRIZ DE ROTACION D PARA TOPOCENTRICAS
    D_topo = zeros(3,3);

    for nn = 1 : 1
        %-----
        % COLUMNA NÚMERO 1 %
        %-----
        D_topo((nn*3-2),1) = -sin(Latitud(h,1)*rho)*cos(Longitud(h,1)*rho);
        D_topo((nn*3-1),1) = -sin(Latitud(h,1)*rho)*sin(Longitud(h,1)*rho);
        D_topo((nn*3),1) = cos(Latitud(h,1)*rho);
        %-----
        % COLUMNA NÚMERO 2 %
        %-----
        D_topo((nn*3-2),2) = -sin(Longitud(h,1)*rho);
        D_topo((nn*3-1),2) = cos(Longitud(h,1)*rho);
        D_topo((nn*3),2) = 0;
        %-----
        % COLUMNA NÚMERO 3 %
        %-----
        D_topo((nn*3-2),3) = cos(Latitud(h,1)*rho)*cos(Longitud(h,1)*rho);
        D_topo((nn*3-1),3) = cos(Latitud(h,1)*rho)*sin(Longitud(h,1)*rho);
        D_topo((nn*3),3) = sin(Latitud(h,1)*rho);
    endfor

    %SE SELECCIONA UN BLOQUE DE 3 ELEMENTOS (VX VY VZ) SUCESIVAMENTE POR PUNTO CON EL FIN DE
    MULTIPLICARLO POR LAS ROTACIONES CORRESPONDIENTES
    v_redu = [Dif_X(h,1); Dif_Y(h,1); Dif_Z(h,1)];

    %CONVERSION A TOPOCENTRICAS
    v_new = D_topo' * v_redu;
    v_new = v_new';

    %SE VAN AÑADIENDO AL VECTOR DE RESIDUOS TOPOCENTRICOS CADA RESULTADO DE LA MULTIPLICACION CON EL
    FIN DE CONTAR CON TODOS EN UN SOLO VECTOR (VX;VY;VZ)
    v_topo = [v_topo;v_new];
endfor

%SE REDIMENSIONADA EL VECTOR DE RESIDUOS EN UNA MATRIZ DE 3 COLUMNAS EN X Y Z
matriz_residuos = reshape(v_topo, 3, []);

% PARA GUARDAR CADA VECTOR DE RESIDUOS POR SEMANA SE CREAN AQUÍ ESTOS VECTORES LIMPIOS PARA
EVITAR LA DUPLICIDAD DE DATOS O QUE SE UTILICEN LOS QUE NO SON CORRECTOS

```

```

dn = [];
de = [];
du = [];
% SE SEPARAN LOS DATOS EN VECTORES DE RESIDUOS SEGUN LA COORDENADA X Y Z
dn = matriz_residuos(:,1);
de = matriz_residuos(:,2);
du = matriz_residuos(:,3);
%
%
% CÁLCULO DE DEL VECTOR RESULTANTE DE LOS RESIDUOS TOPOCENTRICOS, CON SU RESPECTIVO AZIMUT Y
DISTANCIA
%
%
for j=1 : length(de)
    if dn(j,1)>0 && de(j,1)>0 %primer cuadrante
        azimut(j,1) = (atan(de(j,1)/dn(j,1)))/rho;
    elseif dn(j,1)<0 && de(j,1)>0 %segundo cuadrante
        azimut(j,1) = (atan(de(j,1)/dn(j,1)))/rho + 180;
    elseif dn(j,1)<0 && de(j,1)<0 %tercer cuadrante
        azimut(j,1) = (atan(de(j,1)/dn(j,1)))/rho + 180;
    elseif dn(j,1)>0 && de(j,1)<0 %cuarto cuadrante
        azimut(j,1) = (atan(de(j,1)/dn(j,1)))/rho + 360;
    elseif dn(j,1)>0 && de(j,1)==0 %norte franco
        azimut(j,1)=0;
    elseif dn(j,1)==0 && de(j,1)>0 %este franco
        azimut(j,1)=90;
    elseif dn(j,1)<0 && de(j,1)==0 %sur franco
        azimut(j,1)=180;
    elseif dn(j,1)==0 && de(j,1)<0 %oeste franco
        azimut(j,1)=270;
    endif
    vector_resultante(j,1) = (sqrt(de(j,1)^2 + dn(j,1)^2)); %en mm
endfor
%
% CONVERSIÓN DE COORDENADAS GEOCÉNTRICAS TRANSFORMADAS A GEODÉSICAS
%
% ESTE CICLO ES PARA CALCULAR LATITUD, LONGITUD Y ALTURA DE LAS ESTACIONES INVOLUCRADAS EN LA
TRANSFORMACION DE COORDENADAS EN t0 y t1
for w = 1: length(X_tra)
    %1. PARAMETRO p
    p_tra(w,1) = sqrt(X_tra(w,1)^2+Y_tra(w,1)^2);
    %EN t1
    p_ti(w,1) = sqrt(X_ti(w,1)^2+Y_ti(w,1)^2);
    %2. CITA θ
    cita_tra(w,1) = atan((Z_tra(w,1)*a_eje)/(p_tra(w,1)*b_eje));
    %EN t1
    cita_ti(w,1) = atan((Z_ti(w,1)*a_eje)/(p_ti(w,1)*b_eje));
    %3. LATITUD
    Lat_tra(w,1) = (atan((Z_tra(w,1)+ee2*b_eje*sin(cita_tra(w,1))^3)/(p_tra(w,1)-
e2*a_eje*cos(cita_tra(w,1))^3)))/rho;
    %EN t1
    Lat_ti(w,1) = (atan((Z_ti(w,1)+ee2*b_eje*sin(cita_ti(w,1))^3)/(p_ti(w,1)-
e2*a_eje*cos(cita_ti(w,1))^3)))/rho;
    %4. LONGITUD
    Long_tra(w,1) = (atan(Y_tra(w,1)/X_tra(w,1)))/rho;
    %EN t1
    Long_ti(w,1) = (atan(Y_ti(w,1)/X_ti(w,1)))/rho;
    %5. LA NORMAL, RADIO DE PROYECCION
    N_tra(w,1) = a_eje/sqrt(1-(e2*(sin(Lat_tra(w,1)*rho))^2));
    %EN t1
    N_ti(w,1) = a_eje/sqrt(1-(e2*(sin(Lat_ti(w,1)*rho))^2));
    %6. ALTURA ELIPSOIDAL
    h_elip_tra(w,1) = (p_tra(w,1)/cos((Lat_tra(w,1)*rho)))-N_tra(w,1);
    %EN t1
    h_elip_ti(w,1) = (p_ti(w,1)/cos((Lat_ti(w,1)*rho)))-N_ti(w,1);
endfor
%ESTE CICLO ES PARA CALCULAR EL VALOR DE AZIMUT DE DESPLAZAMIENTO, LATITUD Y LONGITUD EN GRADOS,
MINUTOS Y SEGUNDOS PARA LAS COORDENADAS TRANSFORMADAS
for jj = 1: length(X_tra)
%
%-----
% PARA AZIMUT DE VECTOR DE RESIDUOS RESULTANTE

```

```

%-----
% SE EXTRAEN LOS GRADOS
Grad_az(jj,1) = fix(azimut(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS MINUTOS
Minutos_az(jj,1) = (azimut(jj,1) - Grad_az(jj,1)) * 60;
% SE ESTIMA LA PARTE ENTERA DE LOS MINUTOS
Min_az(jj,1) = fix(Minutos_az(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS SEGUNDOS
Seg_az(jj,1) = (Minutos_az(jj,1) - Min_az(jj,1)) * 60;
%-----
% PARA LA LATITUD TRANSFORMADA
%-----
% SE EXTRAEN LOS GRADOS
Grad_Lat(jj,1) = fix(Lat_tra(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS MINUTOS
Minutos_Lat(jj,1) = (Lat_tra(jj,1) - Grad_Lat(jj,1)) * 60;
% SE ESTIMA LA PARTE ENTERA DE LOS MINUTOS
Min_Lat(jj,1) = fix(Minutos_Lat(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS SEGUNDOS
Seg_Lat(jj,1) = (Minutos_Lat(jj,1) - Min_Lat(jj,1)) * 60;
%-----
% PARA LA LONGITUD TRANSFORMADA
%-----
% SE EXTRAEN LOS GRADOS
Grad_Long(jj,1) = fix(Long_tra(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS MINUTOS
Minutos_Long(jj,1) = (abs(Long_tra(jj,1)) - abs(Grad_Long(jj,1))) * 60;
% SE ESTIMA LA PARTE ENTERA DE LOS MINUTOS
Min_Long(jj,1) = fix(Minutos_Long(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS SEGUNDOS
Seg_Long(jj,1) = (Minutos_Long(jj,1) - Min_Long(jj,1)) * 60;
%-----
% PARA LA LATITUD EN ÉPOCA t0
%-----
% SE EXTRAEN LOS GRADOS
Grad_Lat_t0(jj,1) = fix(Latitud(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS MINUTOS
Minutos_Lat_t0(jj,1) = (Latitud(jj,1) - Grad_Lat_t0(jj,1)) * 60;
% SE ESTIMA LA PARTE ENTERA DE LOS MINUTOS
Min_Lat_t0(jj,1) = fix(Minutos_Lat_t0(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS SEGUNDOS
Seg_Lat_t0(jj,1) = (Minutos_Lat_t0(jj,1) - Min_Lat_t0(jj,1)) * 60;
%-----
% PARA LA LONGITUD EN ÉPOCA t0
%-----
% SE EXTRAEN LOS GRADOS
Grad_Long_t0(jj,1) = fix(Longitud(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS MINUTOS
Minutos_Long_t0(jj,1) = (abs(Longitud(jj,1)) - abs(Grad_Long_t0(jj,1))) * 60;
% SE ESTIMA LA PARTE ENTERA DE LOS MINUTOS
Min_Long_t0(jj,1) = fix(Minutos_Long_t0(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS SEGUNDOS
Seg_Long_t0(jj,1) = (Minutos_Long_t0(jj,1) - Min_Long_t0(jj,1)) * 60;
%-----
% PARA LA LATITUD EN ÉPOCA ti
%-----
% SE EXTRAEN LOS GRADOS
Grad_Lat_ti(jj,1) = fix(Lat_ti(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS MINUTOS
Minutos_Lat_ti(jj,1) = (Lat_ti(jj,1) - Grad_Lat_ti(jj,1)) * 60;
% SE ESTIMA LA PARTE ENTERA DE LOS MINUTOS
Min_Lat_ti(jj,1) = fix(Minutos_Lat_ti(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS SEGUNDOS
Seg_Lat_ti(jj,1) = (Minutos_Lat_ti(jj,1) - Min_Lat_ti(jj,1)) * 60;
%-----
% PARA LA LONGITUD EN ÉPOCA ti
%-----
% SE EXTRAEN LOS GRADOS
Grad_Long_ti(jj,1) = fix(Long_ti(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS MINUTOS
Minutos_Long_ti(jj,1) = (abs(Long_ti(jj,1)) - abs(Grad_Long_ti(jj,1))) * 60;
% SE ESTIMA LA PARTE ENTERA DE LOS MINUTOS
Min_Long_ti(jj,1) = fix(Minutos_Long_ti(jj,1));
% SE ESTIMAN LOS SEGUNDOS
Seg_Long_ti(jj,1) = (Minutos_Long_ti(jj,1) - Min_Long_ti(jj,1)) * 60;
endfor
%-----
%PROYECCIÓN DE COORDENADAS GEODÉSICAS EN CRTM05
%PARA LAS COORDENADAS ORIGINALES
%-----
%CICLO PARA CALCULAR LAS COORDENADAS EN LA PROYECCIÓN CRTM05

```

```

for p =1 : length(X_tra)
    lac_rad(p,1) = Latitud(p,1)*rho;
    loc_rad(p,1) = Longitud(p,1)*rho;

    deltaLat(p,1) = lac_rad(p,1) - (10*rho);
    deltaLon(p,1) = loc_rad(p,1) - (-84*rho);

    dN_t0(p,1) = a10_CR05*deltaLat(p,1) + a20_CR05*deltaLat(p,1)^2 + a02_CR05*deltaLon(p,1)^2 +
    a30_CR05*deltaLat(p,1)^3 + a12_CR05*deltaLat(p,1)*deltaLon(p,1)^2 + a40_CR05*deltaLat(p,1)^4 +
    a22_CR05*deltaLat(p,1)^2*deltaLon(p,1)^2 + a04_CR05*deltaLon(p,1)^4 + a50_CR05*deltaLat(p,1)^5 +
    a32_CR05*deltaLat(p,1)^3*deltaLon(p,1)^2 + a14_CR05*deltaLat(p,1)*deltaLon(p,1)^4;

    dE_t0(p,1) = a01_CR05*deltaLon(p,1) + a11_CR05*deltaLat(p,1)*deltaLon(p,1) +
    a21_CR05*deltaLat(p,1)^2*deltaLon(p,1) + a03_CR05*deltaLon(p,1)^3 +
    a31_CR05*deltaLat(p,1)^3*deltaLon(p,1) + a13_CR05*deltaLat(p,1)*deltaLon(p,1)^3 +
    a41_CR05*deltaLat(p,1)^4*deltaLon(p,1) + a23_CR05*deltaLat(p,1)^2*deltaLon(p,1)^3 +
    a05_CR05*deltaLon(p,1)^5;

    NCR05_t0(p,1) = ko_CR05 * (G10 + dN_t0(p,1));
    ECR05_t0(p,1) = ko_CR05 * dE_t0(p,1) + FE_CR05;
endfor
%
%PROYECCIÓN DE COORDENADAS GEODÉSICAS EN CRTM05
%PARA LAS COORDENADAS DESTINO, ES DECIR EN ti
%
%CICLO PARA CALCULAR LAS COORDENADAS EN LA PROYECCIÓN CRTM05
for pp =1 : length(X_ti)
    lac_rad_ti(pp,1) = Lat_ti(pp,1)*rho;
    loc_rad_ti(pp,1) = Long_ti(pp,1)*rho;

    deltaLat_ti(pp,1) = lac_rad_ti(pp,1) - (10*rho);
    deltaLon_ti(pp,1) = loc_rad_ti(pp,1) - (-84*rho);

    dN_ti(pp,1) = a10_CR05*deltaLat_ti(pp,1) + a20_CR05*deltaLat_ti(pp,1)^2 +
    a02_CR05*deltaLon_ti(pp,1)^2 + a30_CR05*deltaLat_ti(pp,1)^3 +
    a12_CR05*deltaLat_ti(pp,1)*deltaLon_ti(pp,1)^2 + a40_CR05*deltaLat_ti(pp,1)^4 +
    a22_CR05*deltaLat_ti(pp,1)^2*deltaLon_ti(pp,1)^2 + a04_CR05*deltaLon_ti(pp,1)^4 +
    a50_CR05*deltaLat_ti(pp,1)^5 + a32_CR05*deltaLat_ti(pp,1)^3*deltaLon_ti(pp,1)^2 +
    a14_CR05*deltaLat_ti(pp,1)*deltaLon_ti(pp,1)^4;

    dE_ti(pp,1) = a01_CR05*deltaLon_ti(pp,1) + a11_CR05*deltaLat_ti(pp,1)*deltaLon_ti(pp,1) +
    a21_CR05*deltaLat_ti(pp,1)^2*deltaLon_ti(pp,1) + a03_CR05*deltaLon_ti(pp,1)^3 +
    a31_CR05*deltaLat_ti(pp,1)^3*deltaLon_ti(pp,1) + a13_CR05*deltaLat_ti(pp,1)*deltaLon_ti(pp,1)^3 +
    a41_CR05*deltaLat_ti(pp,1)^4*deltaLon_ti(pp,1) + a23_CR05*deltaLat_ti(pp,1)^2*deltaLon_ti(pp,1)^3 +
    a05_CR05*deltaLon_ti(pp,1)^5;

    NCR05_ti(pp,1) = ko_CR05 * (G10 + dN_ti(pp,1));
    ECR05_ti(pp,1) = ko_CR05 * dE_ti(pp,1) + FE_CR05;
endfor
%
%PROYECCIÓN DE COORDENADAS GEODÉSICAS EN CRTM05
%PARA LAS COORDENADAS TRANSFORMADAS
%
%CICLO PARA CALCULAR LAS COORDENADAS EN LA PROYECCIÓN CRTM05
for n =1 : length(X_tra)
    lac_r(n,1) = Lat_tra(n,1)*rho;
    loc_r(n,1) = Long_tra(n,1)*rho;

    dLat(n,1) = lac_r(n,1) - (10*rho);
    dLon(n,1) = loc_r(n,1) - (-84*rho);

    dN(n,1) = a10_CR05*dLat(n,1) + a20_CR05*dLat(n,1)^2 + a02_CR05*dLon(n,1)^2 + a30_CR05*dLat(n,1)^3
    + a12_CR05*dLat(n,1)*dLon(n,1)^2 + a40_CR05*dLat(n,1)^4 + a22_CR05*dLat(n,1)^2*dLon(n,1)^2 +
    a04_CR05*dLon(n,1)^4 + a50_CR05*dLat(n,1)^5 + a32_CR05*dLat(n,1)^3*dLon(n,1)^2 +
    a14_CR05*dLat(n,1)*dLon(n,1)^4;

    dE(n,1) = a01_CR05*dLon(n,1) + a11_CR05*dLat(n,1)*dLon(n,1) + a21_CR05*dLat(n,1)^2*dLon(n,1) +
    a03_CR05*dLon(n,1)^3 + a31_CR05*dLat(n,1)^3*dLon(n,1) + a13_CR05*dLat(n,1)*dLon(n,1)^3 +
    a41_CR05*dLat(n,1)^4*dLon(n,1) + a23_CR05*dLat(n,1)^2*dLon(n,1)^3 + a05_CR05*dLon(n,1)^5;

    NCR05_tra(n,1) = ko_CR05 * (G10 + dN(n,1));
    ECR05_tra(n,1) = ko_CR05 * dE(n,1) + FE_CR05;
endfor
%
%CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS ENTRE LAS COORDENADAS TRANSFORMADAS
%Y LAS COORDENADAS ORIGINALES, ESTO EN LA PROYECCIÓN CRTM05
%

```

```

% CICLO PARA CALCULAR LAS DIFERENCIAS DE COORDENADAS
for dd = 1 : length(X_tra)
    Dif_norte(dd,1) = (NCR05_tra(dd,1) - NCR05_ti(dd,1)) * 1000; %en mm
    Dif_este(dd,1) = (ECR05_tra(dd,1) - ECR05_ti(dd,1)) * 1000; %en mm

    %CONDICIONAL PARA CALCULAR EL AZIMUT Y DISTANCIA DEL VECTOR DESPLAZAMIENTO
    if Dif_norte(dd,1)>0 && Dif_este(dd,1)>0 %primer cuadrante
        azimut_CRTM05(dd,1) = (atan(Dif_este(dd,1)/Dif_norte(dd,1)))/rho;
    elseif Dif_norte(dd,1)<0 && Dif_este(dd,1)>0 %segundo cuadrante
        azimut_CRTM05(dd,1) = (atan(Dif_este(dd,1)/Dif_norte(dd,1)))/rho + 180;
    elseif Dif_norte(dd,1)<0 && Dif_este(dd,1)<0 %tercer cuadrante
        azimut_CRTM05(dd,1) = (atan(Dif_este(dd,1)/Dif_norte(dd,1)))/rho + 180;
    elseif Dif_norte(dd,1)>0 && Dif_este(dd,1)<0 %cuarto cuadrante
        azimut_CRTM05(dd,1) = (atan(Dif_este(dd,1)/Dif_norte(dd,1)))/rho + 360;
    elseif Dif_norte(dd,1)>0 && Dif_este(dd,1)==0 %norte franco
        azimut_CRTM05(dd,1)=0;
    elseif Dif_norte(dd,1)==0 && Dif_este(dd,1)>0 %este franco
        azimut_CRTM05(dd,1)=90;
    elseif Dif_norte(dd,1)<0 && Dif_este(dd,1)==0 %sur franco
        azimut_CRTM05(dd,1)=180;
    elseif Dif_norte(dd,1)==0 && Dif_este(dd,1)<0 %oeste franco
        azimut_CRTM05(dd,1)=270;
    endif
    Dist_vector_CRTM05(dd,1) = (sqrt(Dif_este(dd,1)^2 + Dif_norte(dd,1)^2)); %en mm
%-----
% PARA AZIMUT DE VECTOR DE DIFERENCIAS EN ° ' "
%-----
    % SE EXTRAEN LOS GRADOS
    Grad_az_CRTM05(dd,1) = fix(azimut_CRTM05(dd,1));
    % SE ESTIMAN LOS MINUTOS
    Minutos_az_CRTM05(dd,1) = (azimut_CRTM05(dd,1) - Grad_az_CRTM05(dd,1)) * 60;
    % SE ESTIMA LA PARTE ENTERA DE LOS MINUTOS
    Min_az_CRTM05(dd,1) = fix(Minutos_az_CRTM05(dd,1));
    % SE ESTIMAN LOS SEGUNDOS
    Seg_az_CRTM05(dd,1) = (Minutos_az_CRTM05(dd,1) - Min_az_CRTM05(dd,1)) * 60;
endfor
%-----
% DESPLIEGUE DE LOS RESULTADOS EN LA PANTALLA PARA EL USUARIO
%-----
display("LOS RESULTADOS DE LA TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS SE MUESTRAN A CONTINUACIÓN:")

% MATRIZ CON LOS RESIDUALES DE LA TRANSFORMACIÓN PARA SU DESPLIEGUE
salida_datos = [cellstr(EST_t0), num2cell(dn), num2cell(de), num2cell(du),
num2cell(vector_resultante), num2cell(Grad_az), num2cell(Min_az), num2cell(Seg_az)].';
display("=====")
display(" RESIDUALES TOPOCENTRICOS PRODUCTO DE LA TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS REALIZADA")
display(" ACOMPAÑADOS DEL VECTOR DE DESPLAZAMIENTO RESULTANTE (DISTANCIA Y AZIMUT)")
display(" *** PARÁMETROS REFERIDOS A LA SEMANA 2046, ÉPOCA 2019.24 ***")
fprintf(' ÉPOCA DE REFERENCIA PARA LAS COORDENADAS TRANSFORMADAS t0: %4.2f\n' epoca_t0(1,1))
fprintf(' ÉPOCA DE OBSERVACIÓN PARA LAS COORDENADAS TRANSFORMADAS ti: %4.2f\n' epoca_ti(1,1))
display("=====")
display("          VERTICE          n          e          u          Vector(Distancia)
Azimut ")
display("          UTILIZADO          [ mm ]          [ mm ]          [ mm ]          [ mm ]          [
grados ]")
display("=====")
fprintf(" %15s %12.2f %11.2f %11.2f %17.2f %12.0f° %2.0f' %5.3f' '\n", salida_datos{:});
display("=====")

% MATRIZ CON LOS RESIDUALES DE LA TRANSFORMACIÓN PARA SU DESPLIEGUE EN DIFERENCIAS EN CRTM05
salida_datos1 = [cellstr(EST_t0), num2cell(Dif_norte), num2cell(Dif_este),
num2cell(Dist_vector_CRTM05), num2cell(Grad_az_CRTM05), num2cell(Min_az_CRTM05),
num2cell(Seg_az_CRTM05)].';
display("=====")
display("DIFERENCIA DE COORDENADAS PROYECTADAS EN CRTM05, ES DECIR EN UN MISMO PLANO
CARTOGRÁFICO")
display("          PRODUCTO DE LA TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS REALIZADA")
display(" ACOMPAÑADOS DEL VECTOR DE DESPLAZAMIENTO RESULTANTE (DISTANCIA Y AZIMUT)")
display(" *** PARÁMETROS REFERIDOS A LA SEMANA 2046, ÉPOCA 2019.24 ***")
fprintf(' ÉPOCA DE REFERENCIA PARA LAS COORDENADAS TRANSFORMADAS t0: %4.2f\n' epoca_t0(1,1))

```

```

fprintf(' ÉPOCA DE OBSERVACIÓN PARA LAS COORDENADAS TRANSFORMADAS ti: %4.2f\n' epoca_ti(1,1))
display("=====
=====")
display("          VERTICE          DN          DE          Vector(Distancia)          Azimut ")
display("          UTILIZADO          [ mm ]          [ mm ]          [ mm ]          [ grados ] ")
display("=====
=====")
fprintf(" %15s %12.2f %11.2f %17.2f %12.0f° %2.0f' %5.3f' \n",salida_datos1{:});
display("=====
=====")

% MATRIZ CON LAS COORDENADAS GEOCÉNTRICAS TRANSFORMADAS
salida_datos2 =
[cellstr(EST_t0),num2cell(X_tra),num2cell(Y_tra),num2cell(Z_tra),num2cell(Lat_tra),num2cell(Long_
tra), num2cell(h_elip_tra),num2cell(ECR05_tra),num2cell(NCR05_tra)].';

display("=====
=====")
display("COORDENADAS TRANSFORMADAS, DISPONIBLES EN GEOCÉNTRICAS, GEODÉSICAS Y PROYECTADAS")
display("          *** PARÁMETROS REFERIDOS A LA SEMANA 2046, ÉPOCA 2019.24 *** ")
fprintf(' ÉPOCA DE REFERENCIA PARA LAS COORDENADAS TRANSFORMADAS t0: %4.2f\n', epoca_t0(1,1))
fprintf(' ÉPOCA DE OBSERVACIÓN PARA LAS COORDENADAS TRANSFORMADAS ti: %4.2f\n', epoca_ti(1,1))
display("=====
=====")
display("          VERTICE          X          Y          Z          LATITUD          LONGITUD
h          ESTE          NORTE" )
display("          UTILIZADO          [ m ]          [ m ]          [ m ]          [ ° ]          [ ° ]
[ m ]          [ m ]          [ m ] ")
display("=====
=====")
fprintf(" %7s %14.4f %15.4f %15.4f %13.7f %14.7f %10.3f %13.3f %14.3f\n",salida_datos2{:});
display("=====
=====")

% MATRIZ CON LAS COORDENADAS GEOCÉNTRICAS, GEODÉSICAS Y PROYECTADAS PARA LA ÉPOCA ti
salida_datos3 =
[cellstr(EST_ti),num2cell(X_ti),num2cell(Y_ti),num2cell(Z_ti),num2cell(Lat_ti),num2cell(Long_ti),
num2cell(h_elip_ti),num2cell(ECR05_ti),num2cell(NCR05_ti)].';

display("=====
=====")
display("          COORDENADAS DE DESTINO PARA LA TRANSFORMACION, ES DECIR EN ÉPOCA ti ")
fprintf(' ÉPOCA DE REFERENCIA PARA LAS COORDENADAS ti: %4.2f\n', epoca_ti(1,1) )
display("=====
=====")
display("          VERTICE          X          Y          Z          LATITUD          LONGITUD
h          ESTE          NORTE" )
display("          UTILIZADO          [ m ]          [ m ]          [ m ]          [ ° ]          [ ° ]
[ m ]          [ m ]          [ m ] ")
display("=====
=====")
fprintf(" %7s %14.4f %15.4f %15.4f %13.7f %14.7f %11.3f %13.3f %14.3f\n",salida_datos3{:});
display("=====
=====")

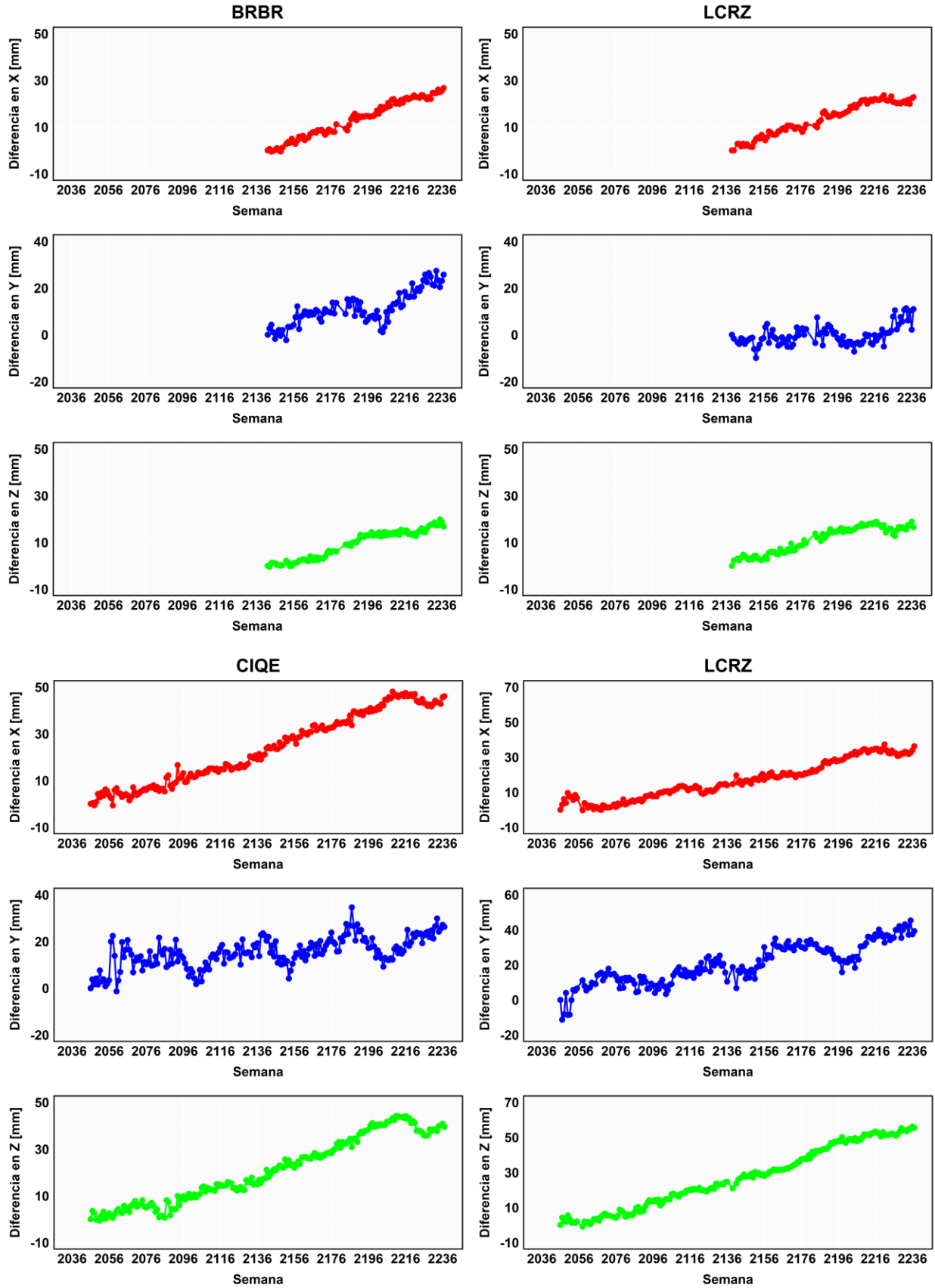
% MATRIZ CON LAS COORDENADAS GEOCÉNTRICAS, GEODÉSICAS Y PROYECTADAS PARA LA ÉPOCA t0
salida_datos4 =
[cellstr(EST_t0),num2cell(X_t0),num2cell(Y_t0),num2cell(Z_t0),num2cell(Latitud),num2cell(Longitud
),num2cell(h_elip),num2cell(ECR05_t0),num2cell(NCR05_t0)].';

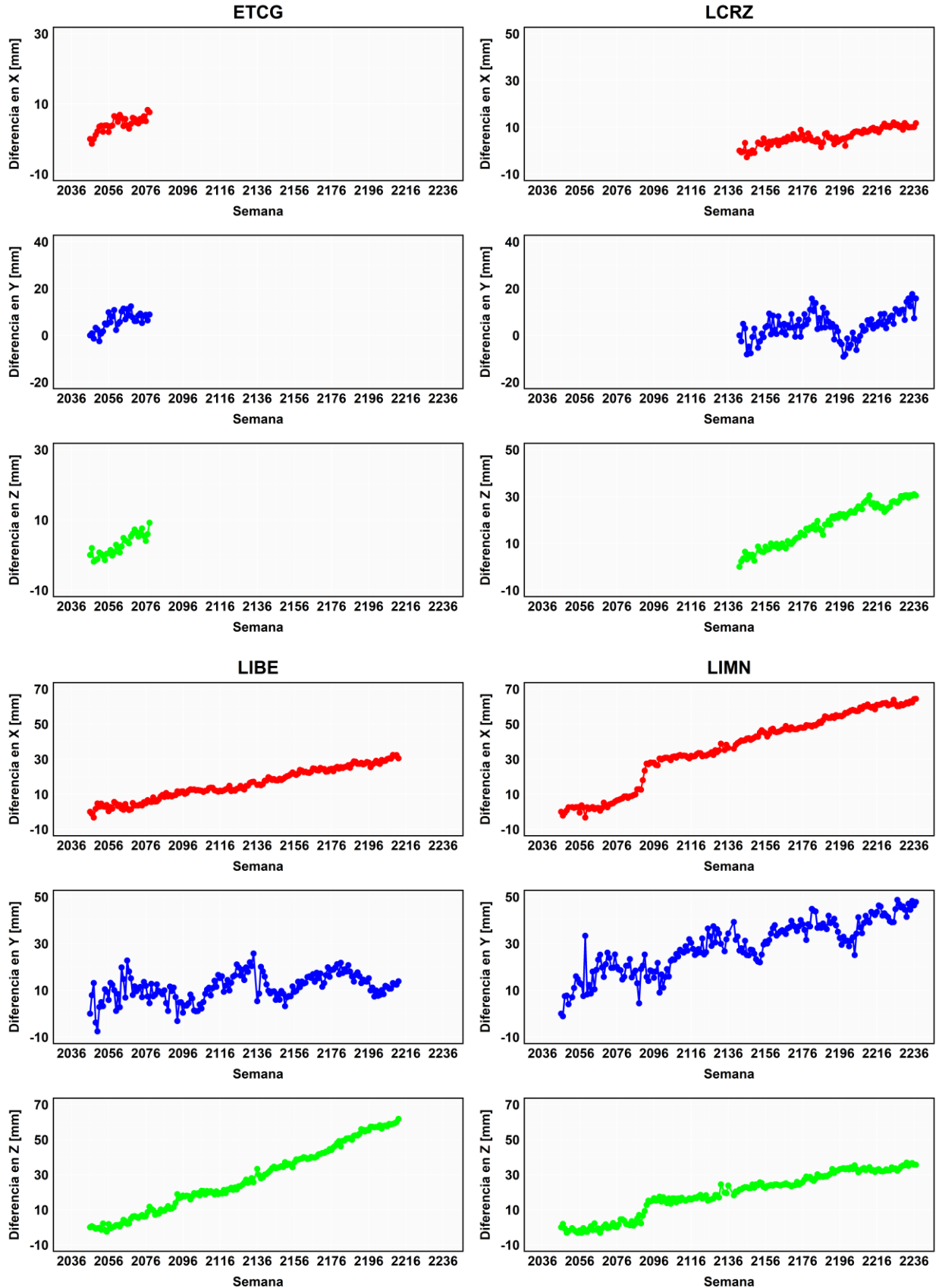
display("=====
=====")
display("          COORDENADAS DE ORIGEN PARA LA TRANSFORMACION, ES DECIR EN ÉPOCA t0 ")
fprintf(' ÉPOCA DE REFERENCIA PARA LAS COORDENADAS t0: %4.2f\n', epoca_t0(1,1) )
display("=====
=====")
display("          VERTICE          X          Y          Z          LATITUD          LONGITUD
h          ESTE          NORTE" )
display("          UTILIZADO          [ m ]          [ m ]          [ m ]          [ ° ]          [ ° ]
[ m ]          [ m ]          [ m ] ")
display("=====
=====")
fprintf(" %7s %14.4f %15.4f %15.4f %13.7f %14.7f %11.3f %13.3f %14.3f\n",salida_datos4{:});
display("=====
=====")

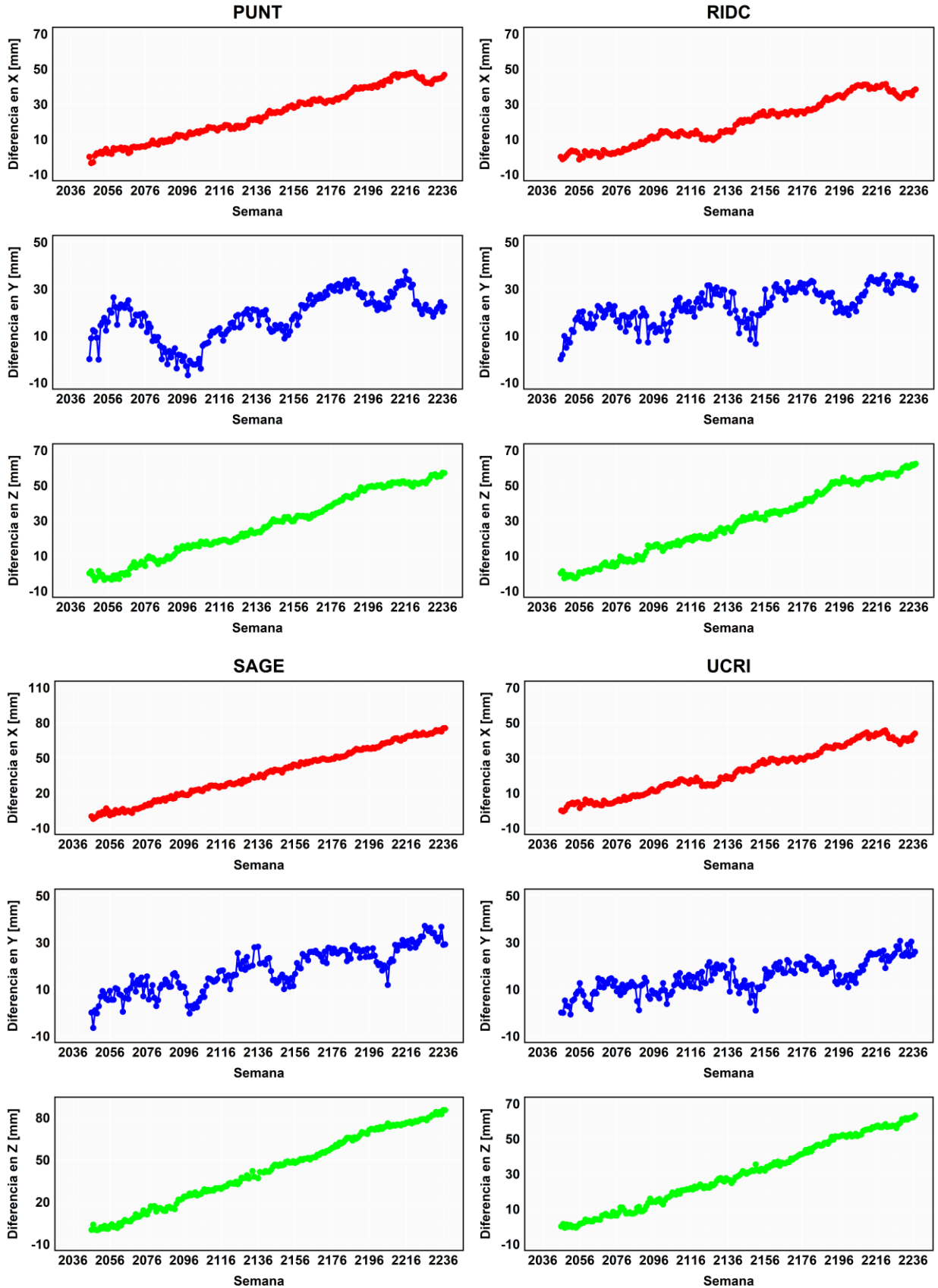
%FINAL DEL PROGRAMA

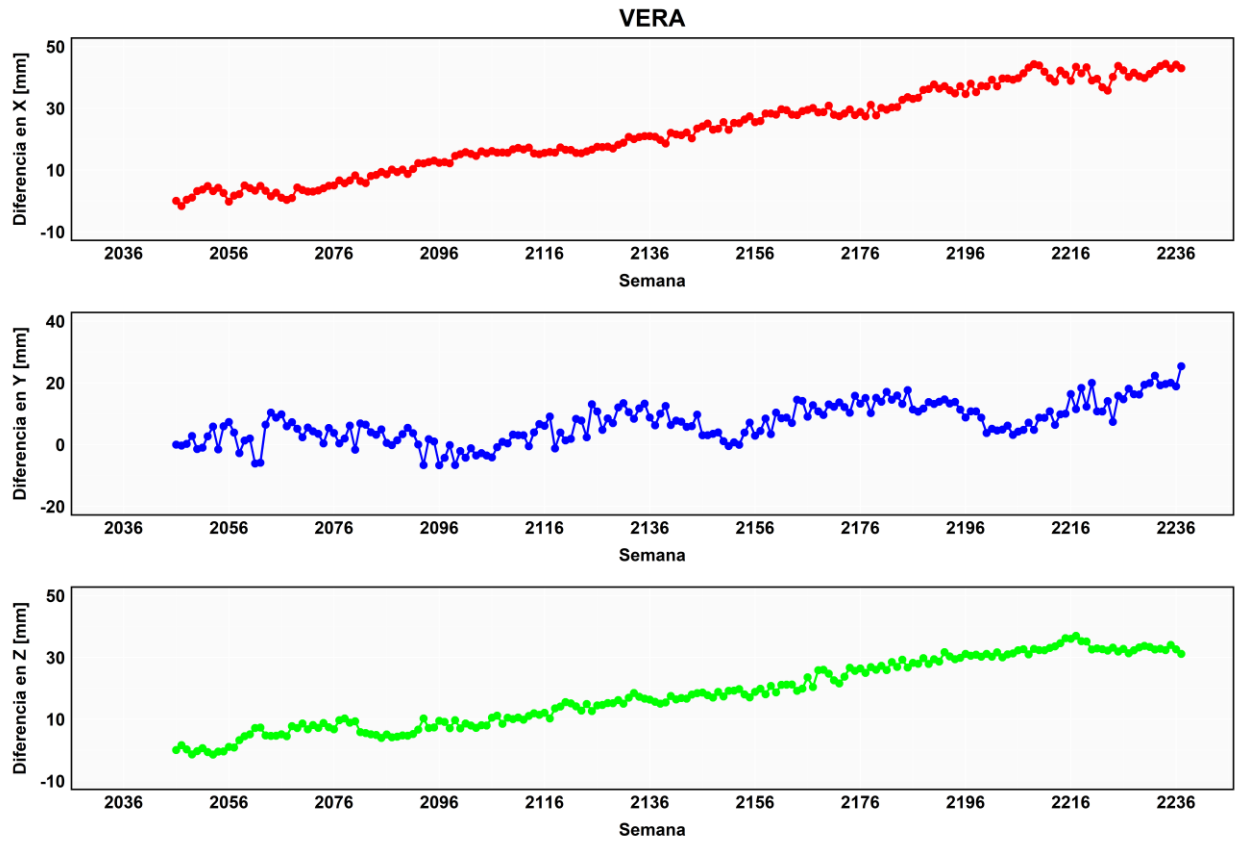
```

Anexo 5. Series de tiempo para las estaciones utilizadas en el cálculo de velocidades de las coordenadas geocéntricas y/o en la estimación de los parámetros de transformación









**Anexo 6. Conjunto de parámetros de transformación
estimados mediante una tolerancia de ± 10 mm**

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2047	-0,91	1,38	1,78	-8,63	1,33	10,30	630328,118	-6250431,030	1097680,201	13
2048	-0,52	4,90	-0,63	-5,80	-0,46	5,12	630328,118	-6250431,026	1097680,199	13
2049	1,20	4,13	-1,05	-0,25	0,64	-0,62	630328,120	-6250431,027	1097680,198	13
2050	3,40	2,23	-0,39	-7,39	0,50	2,41	630328,122	-6250431,029	1097680,199	13
2051	3,22	1,56	0,64	-5,65	0,55	1,65	619295,685	-6251670,573	1097528,510	12
2052	4,30	6,83	-0,27	-12,25	1,28	7,18	630328,123	-6250431,024	1097680,199	13
2053	2,77	7,54	0,27	-5,48	0,42	-0,64	630328,122	-6250431,024	1097680,200	13
2054	4,13	9,04	-0,88	-7,09	1,48	4,18	630328,123	-6250431,022	1097680,199	13
2055	3,73	9,24	-0,54	-2,61	1,29	0,15	630328,123	-6250431,022	1097680,199	13
2056	0,98	11,30	0,83	-6,07	1,27	-0,75	629254,911	-6250393,904	1097896,373	12
2057	2,56	12,84	0,66	-8,91	2,20	9,68	629254,913	-6250393,902	1097896,373	12
2058	1,82	12,61	0,34	-18,10	2,97	16,03	630328,121	-6250431,018	1097680,200	13
2059	5,26	11,97	2,00	-32,79	4,50	29,55	619295,687	-6251670,563	1097528,512	12
2060	4,23	7,16	1,95	-15,41	1,24	4,62	630328,123	-6250431,024	1097680,201	13
2061	3,14	7,54	2,86	-10,90	2,22	5,61	630328,122	-6250431,024	1097680,202	13
2062	3,69	8,13	2,14	-18,03	2,13	8,72	630328,123	-6250431,023	1097680,202	13
2063	3,69	13,39	2,75	-0,42	2,40	7,71	630328,123	-6250431,018	1097680,202	13
2064	2,44	12,43	4,59	-4,33	3,22	8,38	630328,121	-6250431,019	1097680,204	13
2065	3,62	13,35	3,65	-5,79	3,07	5,46	630328,123	-6250431,018	1097680,203	13
2066	2,82	17,21	3,92	1,28	3,61	4,21	630328,122	-6250431,014	1097680,203	13
2067	1,47	16,37	3,27	-3,27	2,45	3,25	630328,120	-6250431,015	1097680,203	13
2068	1,93	15,90	5,95	-4,33	1,70	2,12	630328,121	-6250431,015	1097680,205	13
2069	4,89	11,45	6,56	-3,82	1,59	0,13	630328,124	-6250431,020	1097680,206	13
2070	4,18	13,05	7,87	-2,66	2,65	0,45	630328,123	-6250431,018	1097680,207	13
2071	3,55	14,69	6,25	-1,01	2,40	-4,29	630328,123	-6250431,016	1097680,206	13
2072	3,62	14,88	6,54	0,14	1,82	-4,05	630328,123	-6250431,016	1097680,206	13
2073	4,04	14,19	6,94	-2,34	2,20	-1,28	630328,123	-6250431,017	1097680,206	13
2074	4,50	10,98	8,74	-2,69	3,20	-2,16	629254,914	-6250393,904	1097896,381	12
2075	5,28	14,91	6,77	0,36	2,10	-4,01	630328,124	-6250431,016	1097680,206	13
2076	5,08	13,01	6,31	-3,85	3,10	-0,43	630328,124	-6250431,018	1097680,206	13
2077	6,47	10,72	8,32	-1,00	2,52	-4,21	630328,125	-6250431,020	1097680,208	13
2078	5,99	10,64	10,98	-2,87	2,67	-3,15	630328,125	-6250431,020	1097680,211	13
2079	6,55	12,49	10,61	-0,02	4,35	1,08	629088,107	-6250480,093	1097453,589	12
2080	7,86	9,52	8,69	-6,67	-1,30	-1,68	615858,810	-6249753,602	1110649,083	11
2081	6,72	11,25	7,80	9,28	3,91	-6,23	629088,107	-6250480,094	1097453,586	12
2082	7,21	11,85	8,23	9,25	4,99	-5,29	629088,108	-6250480,094	1097453,587	12
2083	6,60	13,89	6,81	0,10	-0,52	-2,99	615858,809	-6249753,598	1110649,081	11
2084	7,75	12,22	7,31	-4,72	-1,39	-2,58	615858,810	-6249753,599	1110649,082	11
2085	8,92	11,58	8,07	6,28	3,60	-8,75	629088,109	-6250480,094	1097453,586	12
2086	8,04	11,83	8,52	3,56	3,95	-7,56	629088,109	-6250480,094	1097453,587	12

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2087	9,88	8,44	10,87	-7,53	4,84	-0,80	629088,110	-6250480,097	1097453,589	12
2088	9,53	5,79	11,51	-7,69	5,34	3,72	629088,110	-6250480,100	1097453,590	12
2089	10,03	12,55	9,35	7,99	4,52	-6,05	629088,111	-6250480,093	1097453,588	12
2090	9,31	12,49	10,24	3,30	5,18	-7,20	629088,110	-6250480,093	1097453,589	12
2091	9,61	12,88	11,02	-1,19	6,72	-3,26	616939,995	-6251836,784	1097267,508	11
2092	11,16	12,08	13,30	-2,21	8,38	-3,36	616939,997	-6251836,784	1097267,510	11
2093	12,21	5,06	16,60	-7,72	6,55	-3,93	616939,998	-6251836,791	1097267,513	11
2094	12,11	7,99	15,89	2,99	8,17	-6,19	616939,997	-6251836,789	1097267,513	11
2095	12,72	9,05	15,97	2,15	7,55	-6,81	616939,998	-6251836,787	1097267,513	11
2096	12,16	6,98	17,14	-4,44	7,74	-4,35	616939,998	-6251836,790	1097267,514	11
2097	11,63	6,58	16,89	-9,52	8,37	0,99	616939,997	-6251836,790	1097267,514	11
2098	11,38	6,42	16,91	4,76	7,43	-7,10	616939,997	-6251836,790	1097267,514	11
2099	13,15	3,79	17,69	3,77	7,07	-7,73	616939,999	-6251836,793	1097267,514	11
2100	14,43	6,82	15,99	3,31	8,55	-4,87	616940,000	-6251836,790	1097267,513	11
2101	14,74	7,62	15,69	15,43	9,66	-18,95	628876,138	-6251070,991	1095398,382	10
2102	14,42	5,30	17,78	9,38	8,54	-11,38	616940,000	-6251836,791	1097267,514	11
2103	15,22	2,78	17,03	4,01	11,60	-10,54	628876,139	-6251070,996	1095398,384	10
2104	15,76	4,42	17,66	8,84	11,29	-15,15	628876,139	-6251070,994	1095398,384	10
2105	15,11	5,84	17,48	11,88	11,77	-13,44	628876,138	-6251070,993	1095398,384	10
2106	14,65	6,38	20,12	-2,29	8,77	-6,10	616940,000	-6251836,790	1097267,517	11
2107	14,52	9,49	18,14	0,56	6,80	-13,42	612683,442	-6250248,707	1111297,857	9
2108	16,17	12,66	18,64	6,09	12,81	-15,22	628876,139	-6251070,986	1095398,385	10
2109	15,92	12,70	19,97	-1,20	12,29	-9,57	628876,139	-6251070,986	1095398,387	10
2110	16,67	13,77	17,14	-2,00	7,33	-13,90	612683,444	-6250248,702	1111297,856	9
2111	16,77	12,22	17,94	-4,03	8,06	-9,29	612683,444	-6250248,704	1111297,857	9
2112	16,52	12,80	18,00	-6,76	8,96	-3,91	612683,444	-6250248,703	1111297,857	9
2113	17,20	13,90	20,40	-3,76	14,59	-2,14	628876,140	-6251070,985	1095398,387	10
2114	15,54	12,78	19,45	-9,01	9,52	-2,07	612683,443	-6250248,703	1111297,858	9
2115	15,78	16,42	20,90	-5,00	14,58	-3,00	628876,139	-6251070,982	1095398,388	10
2116	16,96	14,71	21,55	-4,05	14,86	0,18	628876,140	-6251070,984	1095398,388	10
2117	16,89	16,35	20,98	2,95	14,30	-8,55	628876,140	-6251070,982	1095398,388	10
2118	16,91	11,35	22,19	-9,25	14,07	-3,37	628876,140	-6251070,987	1095398,389	10
2119	18,54	14,69	21,87	2,47	14,34	-8,89	628876,142	-6251070,984	1095398,389	10
2120	17,81	15,52	22,85	-2,25	14,61	-4,92	628876,141	-6251070,983	1095398,390	10
2121	18,09	12,86	23,05	-5,53	15,13	-2,69	628876,141	-6251070,986	1095398,390	10
2122	15,68	17,95	22,09	-3,10	12,78	-8,71	628876,139	-6251070,980	1095398,389	10
2123	15,89	16,12	21,62	-6,75	13,94	0,24	628876,139	-6251070,982	1095398,388	10
2124	16,04	15,23	22,48	-10,61	14,09	2,34	628876,139	-6251070,983	1095398,389	10
2125	17,11	21,49	21,52	1,55	14,34	-5,13	628876,140	-6251070,977	1095398,388	10
2126	17,01	21,02	22,36	1,51	13,21	-5,85	628876,140	-6251070,977	1095398,389	10

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2127	16,11	14,50	22,19	-9,52	12,11	3,30	622058,940	-6250490,830	1102440,348	9
2128	15,57	19,22	22,26	6,53	11,19	-8,78	622058,940	-6250490,825	1102440,348	9
2129	17,23	18,52	24,80	-6,63	14,29	-2,29	631074,976	-6251565,209	1090943,571	9
2130	17,99	20,70	25,72	-0,92	14,34	-2,50	628876,141	-6251070,978	1095398,393	10
2131	18,89	19,44	25,18	-2,86	15,40	-0,30	628876,142	-6251070,979	1095398,392	10
2132	19,64	20,31	24,78	-8,19	12,94	2,35	622058,944	-6250490,824	1102440,350	9
2133	21,27	18,74	27,09	-4,62	16,14	-0,05	628876,145	-6251070,980	1095398,394	10
2134	20,81	21,98	25,31	-13,94	14,99	7,78	628876,144	-6251070,976	1095398,392	10
2135	20,52	17,81	24,69	-13,78	17,97	8,39	637481,479	-6250592,198	1094132,503	8
2136	20,95	16,13	27,97	-7,11	12,85	-4,09	631074,979	-6251565,212	1090943,574	9
2137	22,51	13,81	27,15	-7,00	15,86	-3,44	627283,868	-6251092,604	1095433,088	9
2138	19,55	21,36	24,33	-4,97	13,05	-4,12	619415,481	-6250442,625	1103359,625	8
2139	19,89	20,84	24,88	-2,51	13,12	-4,93	622058,944	-6250490,823	1102440,350	9
2140	23,92	17,33	28,71	-8,93	16,56	2,35	627283,869	-6251092,600	1095433,089	9
2141	24,45	16,20	30,13	-8,88	16,80	4,13	636497,837	-6252329,510	1084540,444	9
2142	25,03	15,51	30,40	-0,23	16,11	-4,82	636497,837	-6252329,510	1084540,444	9
2143	25,72	14,26	31,15	8,39	16,03	-12,18	636497,838	-6252329,512	1084540,445	9
2144	24,62	14,37	32,55	29,38	15,89	-22,74	636497,837	-6252329,511	1084540,447	9
2145	23,85	14,95	31,61	17,78	12,88	-18,01	629781,198	-6251834,153	1091105,405	8
2146	23,50	13,42	31,09	4,29	13,10	-10,19	629781,198	-6251834,155	1091105,405	8
2147	23,59	13,96	31,30	0,44	12,65	-8,51	629781,198	-6251834,154	1091105,405	8
2148	23,66	11,11	31,68	-14,12	12,50	2,63	629781,198	-6251834,157	1091105,405	8
2149	24,98	14,28	33,68	10,22	16,16	-10,39	636497,837	-6252329,512	1084540,448	9
2150	24,84	12,37	31,38	4,06	12,93	-7,03	629781,199	-6251834,156	1091105,405	8
2151	25,74	8,86	34,45	-8,89	12,76	-2,84	629781,200	-6251834,159	1091105,408	8
2152	25,69	14,10	32,83	7,06	13,30	-11,95	629781,200	-6251834,154	1091105,406	8
2153	30,21	11,30	35,39	4,31	16,36	-8,95	635659,241	-6252511,152	1083222,236	8
2154	27,22	13,82	32,76	6,31	13,97	-12,99	629781,201	-6251834,154	1091105,406	8
2155	28,58	14,85	32,68	-3,80	15,31	-0,94	629781,203	-6251834,153	1091105,406	8
2156	27,90	18,34	32,97	12,58	13,47	-17,20	627863,280	-6251970,970	1090536,728	7
2157	26,71	17,87	34,14	3,13	13,93	-10,35	629781,201	-6251834,150	1091105,408	8
2158	27,31	19,36	34,20	7,54	12,48	-15,68	629781,201	-6251834,149	1091105,408	8
2159	29,11	18,99	35,10	5,92	13,75	-13,28	629781,203	-6251834,149	1091105,409	8
2160	29,66	19,95	35,42	-2,51	14,30	-3,74	629781,204	-6251834,148	1091105,409	8
2161	29,81	21,33	36,86	-3,44	13,77	-7,50	627863,282	-6251970,967	1090536,732	7
2162	29,59	21,04	36,32	-0,45	13,67	-9,18	627863,282	-6251970,967	1090536,731	7
2163	29,01	21,15	36,73	-7,94	15,03	-2,21	627863,281	-6251970,967	1090536,732	7
2164	29,76	23,16	35,62	-8,89	14,52	-2,81	627863,282	-6251970,965	1090536,731	7
2165	29,96	23,02	36,51	-8,29	14,95	-1,39	627863,282	-6251970,965	1090536,732	7
2166	28,77	20,65	34,30	-21,50	-3,40	3,99	603405,426	-6250887,542	1113575,659	6

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2167	31,49	20,57	37,23	-16,04	14,97	2,49	627863,284	-6251970,968	1090536,732	7
2168	27,69	24,01	34,50	-31,08	-3,68	2,10	603405,425	-6250887,539	1113575,659	6
2169	28,17	22,11	35,08	-42,44	-4,13	6,44	603405,425	-6250887,541	1113575,659	6
2170	28,44	22,92	37,55	-44,26	-1,67	13,44	602269,183	-6251740,466	1109192,437	5
2171	31,48	21,85	40,28	3,19	14,80	-9,54	630992,725	-6252862,309	1083044,226	6
2172	31,09	21,81	40,82	-4,07	14,78	-3,70	630992,724	-6252862,309	1083044,227	6
2173	30,16	23,85	41,83	3,42	15,54	-5,76	630992,723	-6252862,307	1083044,228	6
2174	31,00	24,64	42,37	-0,76	15,55	-3,03	630992,724	-6252862,306	1083044,228	6
2175	31,85	25,14	42,98	-0,11	15,28	-5,37	630992,725	-6252862,305	1083044,229	6
2176	31,86	24,25	43,36	-11,46	16,20	5,84	630992,725	-6252862,306	1083044,229	6
2177	30,78	24,74	44,23	-7,06	15,61	1,01	630992,724	-6252862,306	1083044,230	6
2178	28,59	23,13	42,59	-47,56	-0,95	19,95	602269,183	-6251740,466	1109192,442	5
2179	32,97	26,87	45,32	-1,39	14,92	-1,84	630992,726	-6252862,304	1083044,231	6
2180	32,63	25,82	46,66	-4,00	15,91	-2,29	630992,726	-6252862,305	1083044,233	6
2181	29,12	26,32	42,43	-26,53	-2,10	5,78	602269,184	-6251740,462	1109192,442	5
2182	29,32	25,72	44,27	-54,55	-2,10	14,17	602269,184	-6251740,463	1109192,444	5
2183	29,69	24,92	44,90	-57,91	-2,39	21,17	602269,185	-6251740,464	1109192,444	5
2184	29,91	24,87	46,43	-71,29	-1,40	27,14	602269,185	-6251740,464	1109192,446	5
2185	31,02	24,27	46,21	-47,45	-1,61	19,79	602269,186	-6251740,464	1109192,445	5
2186	32,04	23,87	43,98	-25,37	-2,88	9,53	603405,429	-6250887,539	1113575,668	6
2187	32,38	22,17	46,00	-88,25	0,02	38,00	602269,187	-6251740,466	1109192,445	5
2188	33,95	22,22	47,58	-92,83	-0,96	36,12	602269,189	-6251740,466	1109192,447	5
2189	34,75	22,32	47,81	-67,71	-0,31	27,03	602269,190	-6251740,466	1109192,447	5
2190	33,73	24,26	47,61	-64,85	-0,35	23,77	602269,189	-6251740,464	1109192,447	5
2191	33,83	21,77	49,29	-49,86	0,60	16,83	602269,189	-6251740,467	1109192,449	5
2192	34,14	22,85	51,46	-57,47	-0,25	13,20	602269,189	-6251740,466	1109192,451	5
2193	34,08	20,79	50,72	-49,99	0,13	15,85	602269,189	-6251740,468	1109192,450	5
2194	35,02	18,63	51,13	-70,08	3,14	30,34	602269,190	-6251740,470	1109192,450	5
2195	35,09	17,81	51,34	-47,98	0,89	18,93	602269,190	-6251740,471	1109192,451	5
2196	35,31	19,26	51,50	-37,81	1,12	13,16	602269,190	-6251740,469	1109192,451	5
2197	36,53	19,43	50,82	-824,40	-55,01	65,42	628166,818	-6252255,624	1094264,773	4
2198	35,44	18,35	51,12	-31,63	0,23	11,40	603405,432	-6250887,545	1113575,675	6
2199	41,66	19,90	54,68	-20,81	25,19	15,04	657455,544	-6253498,803	1065872,457	5
2200	40,44	18,09	54,75	-10,17	16,04	0,21	630992,733	-6252862,312	1083044,241	6
2201	38,74	15,70	51,46	-909,41	-60,96	72,35	628166,820	-6252255,628	1094264,774	4
2202	39,27	19,60	51,78	-654,59	-41,18	53,48	628166,821	-6252255,624	1094264,774	4
2203	40,42	18,75	50,71	-1044,66	-73,95	73,48	628166,822	-6252255,624	1094264,773	4
2204	40,05	18,78	50,73	-958,68	-62,61	71,48	628166,822	-6252255,624	1094264,773	4
2205	41,24	17,04	51,39	-908,05	-58,49	69,22	628166,823	-6252255,626	1094264,774	4
2206	42,28	19,99	48,75	-49,01	1,45	14,94	624350,789	-6251129,082	1102510,177	5

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2207	41,87	20,19	51,76	-932,77	-65,32	62,92	628166,823	-6252255,623	1094264,774	4
2208	41,64	23,87	51,49	-959,24	-63,99	74,08	628166,823	-6252255,619	1094264,774	4
2209	43,46	23,09	53,15	-986,32	-67,02	70,92	628166,825	-6252255,620	1094264,776	4
2210	47,42	25,81	57,00	-13,90	23,63	7,31	657455,549	-6253498,797	1065872,459	5
2211	44,33	25,48	51,59	-46,75	4,12	10,94	624350,791	-6251129,076	1102510,179	5
2212	41,67	29,28	53,71	-1088,73	-72,89	77,53	628166,823	-6252255,614	1094264,776	4
2213	43,57	27,11	51,34	-61,51	3,33	7,95	624350,790	-6251129,075	1102510,179	5
2214	42,79	30,35	54,06	-865,91	-56,58	62,12	628166,824	-6252255,613	1094264,776	4
2215	42,32	29,18	54,40	-950,70	-62,40	65,90	628166,824	-6252255,614	1094264,777	4
2216	43,31	30,89	54,55	-1029,79	-63,98	83,83	628166,825	-6252255,612	1094264,777	4
2217	43,30	29,76	54,84	-787,05	-45,83	61,41	628166,825	-6252255,613	1094264,777	4
2218	43,32	30,50	54,55	-871,91	-54,26	63,23	628166,825	-6252255,613	1094264,777	4
2219	44,34	28,78	53,70	-1213,98	-75,61	79,88	628166,826	-6252255,614	1094264,776	4
2220	44,45	31,09	54,23	-967,26	-53,92	60,92	628166,826	-6252255,612	1094264,777	4
2221	44,57	23,81	55,52	-1066,12	-64,20	63,54	628166,826	-6252255,619	1094264,778	4
2222	42,56	27,75	54,30	-775,44	-45,79	36,77	628166,824	-6252255,615	1094264,777	4
2223	41,05	25,92	54,54	-510,32	-24,69	21,80	628166,823	-6252255,617	1094264,777	4
2224	40,77	24,08	54,68	-576,40	-30,66	24,75	628166,822	-6252255,619	1094264,777	4
2225	41,74	25,36	55,08	-742,06	-43,29	24,58	628166,823	-6252255,618	1094264,777	4
2226	39,68	26,41	54,92	-845,18	-51,15	34,78	628166,821	-6252255,617	1094264,777	4
2227	39,03	29,55	54,00	-764,01	-45,98	25,49	628166,821	-6252255,614	1094264,776	4
2228	40,04	25,39	55,17	-4868,11	-346,55	245,05	620366,875	-6252762,174	1095117,079	3
2229	39,62	27,27	56,27	-2086,63	-143,29	88,30	620366,874	-6252762,172	1095117,080	3
2230	40,28	24,19	57,97	-8519,69	-614,83	444,53	620366,875	-6252762,175	1095117,082	3
2231	39,79	25,80	58,31	-718,34	-43,47	18,20	628166,821	-6252255,617	1094264,781	4
2232	42,05	25,43	58,40	-11471,64	-830,94	598,47	620366,877	-6252762,174	1095117,082	3
2233	41,79	26,80	57,28	-5079,22	-362,04	253,53	620366,876	-6252762,173	1095117,081	3
2234	41,85	25,25	57,95	-11131,31	-804,93	589,75	620366,877	-6252762,174	1095117,082	3
2235	41,41	28,88	58,25	-6121,07	-436,14	312,43	620366,876	-6252762,171	1095117,082	3
2236	43,19	23,93	59,27	-5933,41	-426,00	306,13	620366,878	-6252762,176	1095117,083	3
2237	44,51	26,03	59,41	-9307,77	-671,21	488,66	620366,879	-6252762,174	1095117,083	3

**Anexo 7. Conjunto de parámetros de transformación
estimados mediante una tolerancia de ± 20 mm**

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2047	-0,91	1,38	1,78	-8,63	1,33	10,30	630328,118	-6250431,030	1097680,201	13
2048	-0,52	4,90	-0,63	-5,80	-0,46	5,12	630328,118	-6250431,026	1097680,199	13
2049	1,20	4,13	-1,05	-0,25	0,64	-0,62	630328,120	-6250431,027	1097680,198	13
2050	3,40	2,23	-0,39	-7,39	0,50	2,41	630328,122	-6250431,029	1097680,199	13
2051	3,22	1,56	0,64	-5,65	0,55	1,65	619295,685	-6251670,573	1097528,510	12
2052	4,30	6,83	-0,27	-12,25	1,28	7,18	630328,123	-6250431,024	1097680,199	13
2053	2,77	7,54	0,27	-5,48	0,42	-0,64	630328,122	-6250431,024	1097680,200	13
2054	4,13	9,04	-0,88	-7,09	1,48	4,18	630328,123	-6250431,022	1097680,199	13
2055	3,73	9,24	-0,54	-2,61	1,29	0,15	630328,123	-6250431,022	1097680,199	13
2056	0,98	11,30	0,83	-6,07	1,27	-0,75	629254,911	-6250393,904	1097896,373	12
2057	2,56	12,84	0,66	-8,91	2,20	9,68	629254,913	-6250393,902	1097896,373	12
2058	1,82	12,61	0,34	-18,10	2,97	16,03	630328,121	-6250431,018	1097680,200	13
2059	4,60	13,62	1,65	-0,62	2,07	-0,02	630328,124	-6250431,017	1097680,201	13
2060	4,23	7,16	1,95	-15,41	1,24	4,62	630328,123	-6250431,024	1097680,201	13
2061	3,14	7,54	2,86	-10,90	2,22	5,61	630328,122	-6250431,024	1097680,202	13
2062	3,69	8,13	2,14	-18,03	2,13	8,72	630328,123	-6250431,023	1097680,202	13
2063	3,69	13,39	2,75	-0,42	2,40	7,71	630328,123	-6250431,018	1097680,202	13
2064	2,44	12,43	4,59	-4,33	3,22	8,38	630328,121	-6250431,019	1097680,204	13
2065	3,62	13,35	3,65	-5,79	3,07	5,46	630328,123	-6250431,018	1097680,203	13
2066	2,82	17,21	3,92	1,28	3,61	4,21	630328,122	-6250431,014	1097680,203	13
2067	1,47	16,37	3,27	-3,27	2,45	3,25	630328,120	-6250431,015	1097680,203	13
2068	1,93	15,90	5,95	-4,33	1,70	2,12	630328,121	-6250431,015	1097680,205	13
2069	4,89	11,45	6,56	-3,82	1,59	0,13	630328,124	-6250431,020	1097680,206	13
2070	4,18	13,05	7,87	-2,66	2,65	0,45	630328,123	-6250431,018	1097680,207	13
2071	3,55	14,69	6,25	-1,01	2,40	-4,29	630328,123	-6250431,016	1097680,206	13
2072	3,62	14,88	6,54	0,14	1,82	-4,05	630328,123	-6250431,016	1097680,206	13
2073	4,04	14,19	6,94	-2,34	2,20	-1,28	630328,123	-6250431,017	1097680,206	13
2074	4,50	10,98	8,74	-2,69	3,20	-2,16	629254,914	-6250393,904	1097896,381	12
2075	5,28	14,91	6,77	0,36	2,10	-4,01	630328,124	-6250431,016	1097680,206	13
2076	5,08	13,01	6,31	-3,85	3,10	-0,43	630328,124	-6250431,018	1097680,206	13
2077	6,47	10,72	8,32	-1,00	2,52	-4,21	630328,125	-6250431,020	1097680,208	13
2078	5,99	10,64	10,98	-2,87	2,67	-3,15	630328,125	-6250431,020	1097680,211	13
2079	6,55	12,49	10,61	-0,02	4,35	1,08	629088,107	-6250480,093	1097453,589	12
2080	8,26	9,13	10,06	3,26	4,22	-2,86	629088,109	-6250480,096	1097453,588	12
2081	6,72	11,25	7,80	9,28	3,91	-6,23	629088,107	-6250480,094	1097453,586	12
2082	7,21	11,85	8,23	9,25	4,99	-5,29	629088,108	-6250480,094	1097453,587	12
2083	7,21	13,73	8,22	4,94	5,25	-3,96	629088,108	-6250480,092	1097453,587	12
2084	8,40	11,94	8,81	3,93	5,17	-3,83	629088,109	-6250480,094	1097453,587	12
2085	8,92	11,58	8,07	6,28	3,60	-8,75	629088,109	-6250480,094	1097453,586	12
2086	8,04	11,83	8,52	3,56	3,95	-7,56	629088,109	-6250480,094	1097453,587	12

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2087	9,88	8,44	10,87	-7,53	4,84	-0,80	629088,110	-6250480,097	1097453,589	12
2088	9,53	5,79	11,51	-7,69	5,34	3,72	629088,110	-6250480,100	1097453,590	12
2089	10,03	12,55	9,35	7,99	4,52	-6,05	629088,111	-6250480,093	1097453,588	12
2090	9,31	12,49	10,24	3,30	5,18	-7,20	629088,110	-6250480,093	1097453,589	12
2091	10,76	13,92	10,88	6,02	5,20	-9,60	629088,111	-6250480,092	1097453,589	12
2092	12,51	12,38	13,25	-1,53	6,90	-3,57	629088,113	-6250480,093	1097453,592	12
2093	13,46	5,80	16,48	-3,39	5,04	-7,56	629088,114	-6250480,100	1097453,595	12
2094	13,44	8,87	15,79	7,16	6,64	-9,66	629088,114	-6250480,097	1097453,594	12
2095	13,99	9,81	15,90	4,93	6,19	-9,03	629088,115	-6250480,096	1097453,594	12
2096	13,49	7,68	17,10	-0,86	6,31	-7,29	629088,114	-6250480,098	1097453,595	12
2097	12,88	7,54	16,75	-0,54	6,46	-6,89	629088,113	-6250480,098	1097453,595	12
2098	12,64	7,69	16,79	11,91	5,96	-13,39	629088,113	-6250480,098	1097453,595	12
2099	14,59	4,23	17,68	2,95	5,98	-6,65	629088,115	-6250480,101	1097453,596	12
2100	15,72	7,65	15,88	7,88	6,94	-8,69	629088,116	-6250480,098	1097453,594	12
2101	15,40	7,79	16,47	4,55	6,37	-7,19	629088,116	-6250480,098	1097453,595	12
2102	15,79	6,16	17,61	10,77	6,91	-12,21	629088,116	-6250480,099	1097453,596	12
2103	15,86	4,45	17,30	7,03	6,68	-11,28	629088,116	-6250480,101	1097453,596	12
2104	16,38	5,47	18,16	5,96	6,88	-10,52	629088,117	-6250480,100	1097453,596	12
2105	15,66	7,82	17,63	11,82	6,96	-10,90	629088,116	-6250480,098	1097453,596	12
2106	16,03	7,79	19,82	7,02	6,49	-14,18	629088,117	-6250480,098	1097453,598	12
2107	16,09	11,07	20,24	6,03	7,33	-9,63	629088,117	-6250480,094	1097453,599	12
2108	16,54	14,18	18,73	2,56	7,68	-9,31	629088,117	-6250480,091	1097453,597	12
2109	16,53	14,11	20,15	-1,31	7,20	-7,18	629088,117	-6250480,091	1097453,598	12
2110	18,16	15,69	19,25	2,01	7,31	-9,49	629088,119	-6250480,090	1097453,598	12
2111	18,23	13,98	20,15	4,68	8,13	-9,44	629088,119	-6250480,092	1097453,598	12
2112	18,01	14,62	20,16	3,23	8,07	-6,90	629088,119	-6250480,091	1097453,598	12
2113	17,63	15,70	20,52	4,28	8,16	-7,36	629088,118	-6250480,090	1097453,599	12
2114	17,11	15,04	21,40	0,64	7,84	-5,63	629088,118	-6250480,090	1097453,600	12
2115	16,28	18,07	21,08	3,70	8,31	-9,05	629088,117	-6250480,087	1097453,599	12
2116	17,42	16,75	21,54	5,18	8,43	-6,07	629088,118	-6250480,089	1097453,600	12
2117	17,33	17,73	21,15	4,05	8,35	-7,19	629088,118	-6250480,088	1097453,599	12
2118	17,34	12,99	22,33	-2,84	7,60	-7,00	629088,118	-6250480,093	1097453,601	12
2119	18,94	15,72	22,01	5,09	8,11	-9,23	629088,119	-6250480,090	1097453,600	12
2120	18,35	16,62	22,95	4,14	8,31	-8,97	629088,119	-6250480,089	1097453,601	12
2121	18,63	14,06	23,18	3,63	8,72	-9,47	629088,119	-6250480,091	1097453,601	12
2122	16,30	19,53	22,23	-0,01	6,65	-9,15	629088,117	-6250480,086	1097453,601	12
2123	16,52	17,35	21,91	-0,72	7,57	-3,35	629088,117	-6250480,088	1097453,600	12
2124	16,72	16,16	22,93	1,31	7,13	-7,28	629088,117	-6250480,089	1097453,601	12
2125	17,69	23,07	21,78	8,98	7,27	-9,78	629088,118	-6250480,082	1097453,600	12
2126	17,65	22,57	22,63	4,97	6,31	-6,54	629088,118	-6250480,083	1097453,601	12

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2127	18,05	16,46	23,91	3,55	6,71	-7,24	629088,119	-6250480,089	1097453,602	12
2128	17,61	21,46	23,91	12,26	7,14	-12,01	629088,118	-6250480,084	1097453,602	12
2129	17,89	19,69	24,00	-0,27	7,35	-5,93	629088,118	-6250480,086	1097453,602	12
2130	18,63	22,62	25,94	7,27	6,86	-7,56	629088,119	-6250480,083	1097453,604	12
2131	19,62	21,01	25,39	8,85	7,18	-8,95	629088,120	-6250480,084	1097453,604	12
2132	20,92	21,92	25,83	-2,43	6,53	-1,32	623529,684	-6249951,694	1103402,044	11
2133	20,60	18,86	28,28	-2,83	11,03	-0,61	616940,006	-6251836,778	1097267,525	11
2134	21,36	22,94	25,79	-5,07	7,11	1,56	629088,122	-6250480,083	1097453,604	12
2135	21,61	20,52	25,32	-1,34	6,46	-0,65	636014,786	-6249978,880	1096851,935	10
2136	21,51	18,74	27,23	1,72	6,92	-8,57	629088,122	-6250480,087	1097453,606	12
2137	21,74	15,00	28,18	-18,27	11,97	9,20	614313,343	-6251932,819	1097485,662	10
2138	18,91	22,06	25,66	-10,81	8,82	2,88	605878,052	-6251448,417	1104759,537	9
2139	21,96	23,27	26,67	6,32	7,62	-9,26	629088,122	-6250480,082	1097453,605	12
2140	24,62	19,39	28,87	2,64	7,97	-5,82	627804,623	-6250444,057	1097668,830	11
2141	24,90	17,84	28,90	1,70	8,05	-4,73	629088,125	-6250480,088	1097453,607	12
2142	25,50	16,63	29,28	-0,56	8,05	-3,72	629088,126	-6250480,089	1097453,608	12
2143	26,26	15,17	29,96	4,90	7,87	-9,14	629088,127	-6250480,090	1097453,608	12
2144	25,13	15,03	31,33	12,42	8,12	-10,04	629088,126	-6250480,090	1097453,610	12
2145	26,17	16,54	31,87	10,67	8,04	-10,42	629088,127	-6250480,089	1097453,610	12
2146	26,18	14,24	31,50	-0,45	7,80	-5,12	629088,127	-6250480,091	1097453,610	12
2147	26,34	14,51	31,55	-1,44	6,97	-5,77	629088,127	-6250480,091	1097453,610	12
2148	26,17	13,00	31,77	-1,63	7,37	-6,25	629088,127	-6250480,093	1097453,610	12
2149	25,87	14,82	32,52	6,06	7,68	-8,55	629088,126	-6250480,091	1097453,611	12
2150	27,27	13,06	31,57	2,62	7,77	-5,79	629088,128	-6250480,092	1097453,610	12
2151	28,11	10,58	34,33	-3,80	7,78	-6,21	629088,129	-6250480,095	1097453,613	12
2152	28,15	14,09	33,20	-1,78	8,01	-4,84	629088,129	-6250480,091	1097453,611	12
2153	29,26	12,86	33,50	-0,74	8,52	-5,30	629088,130	-6250480,093	1097453,612	12
2154	29,66	14,38	33,10	1,70	8,59	-8,52	629088,130	-6250480,091	1097453,611	12
2155	30,88	15,70	32,81	6,33	9,24	-7,79	629088,131	-6250480,090	1097453,611	12
2156	29,08	19,50	32,55	1,10	8,24	-8,52	629088,130	-6250480,086	1097453,611	12
2157	29,04	18,79	34,16	-3,28	8,02	-5,61	629088,130	-6250480,087	1097453,612	12
2158	29,81	19,76	34,24	2,32	7,03	-10,21	629088,130	-6250480,086	1097453,613	12
2159	31,62	19,63	35,18	-0,37	8,02	-8,66	629088,132	-6250480,086	1097453,613	12
2160	32,06	21,67	35,15	2,21	8,19	-8,24	629088,133	-6250480,084	1097453,613	12
2161	31,01	23,29	36,08	-0,15	7,28	-10,35	629088,132	-6250480,082	1097453,614	12
2162	30,94	22,87	35,80	-0,87	7,33	-9,10	629088,131	-6250480,083	1097453,614	12
2163	30,43	22,43	36,07	-2,32	7,99	-7,41	629088,131	-6250480,083	1097453,614	12
2164	31,04	24,78	35,03	-1,17	8,23	-7,54	629088,132	-6250480,081	1097453,613	12
2165	31,40	24,74	35,91	-0,25	8,06	-7,02	629088,132	-6250480,081	1097453,614	12
2166	32,73	23,44	36,69	-3,92	7,91	-4,82	629088,133	-6250480,082	1097453,615	12

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2167	32,96	23,04	36,62	-4,13	7,86	-5,49	629088,133	-6250480,082	1097453,615	12
2168	31,97	25,57	37,34	-0,69	7,79	-6,94	629088,132	-6250480,080	1097453,616	12
2169	32,11	24,65	37,59	-1,99	7,07	-6,94	629088,133	-6250480,081	1097453,616	12
2170	33,36	25,15	38,04	2,21	7,56	-7,58	629088,134	-6250480,080	1097453,616	12
2171	32,85	23,24	37,93	3,47	8,12	-9,22	629088,133	-6250480,082	1097453,616	12
2172	32,24	23,43	38,15	3,18	8,20	-9,42	629088,133	-6250480,082	1097453,616	12
2173	31,65	24,47	39,22	2,35	8,67	-5,35	629088,132	-6250480,081	1097453,618	12
2174	32,45	25,53	39,88	-0,73	7,59	-5,79	629088,133	-6250480,080	1097453,618	12
2175	32,79	26,94	40,25	3,25	8,20	-7,95	629088,133	-6250480,079	1097453,619	12
2176	33,04	25,85	40,83	2,40	8,44	-5,48	629088,134	-6250480,080	1097453,619	12
2177	32,34	25,73	41,61	0,39	8,36	-5,16	629088,133	-6250480,080	1097453,620	12
2178	34,04	23,92	42,92	-3,52	8,85	-1,14	629088,135	-6250480,082	1097453,621	12
2179	34,08	26,66	42,67	2,33	8,17	-6,84	629088,135	-6250480,079	1097453,621	12
2180	34,13	25,95	44,11	-0,15	8,11	-6,41	629088,135	-6250480,080	1097453,622	12
2181	34,75	27,56	41,26	16,73	12,68	-21,11	641043,544	-6249660,562	1095771,327	11
2182	35,18	26,47	43,20	15,41	11,98	-21,28	641043,544	-6249660,563	1095771,329	11
2183	35,40	26,24	43,55	17,77	13,17	-20,18	641043,545	-6249660,564	1095771,329	11
2184	35,93	25,61	45,08	9,05	13,42	-12,97	641043,545	-6249660,564	1095771,331	11
2185	35,65	24,46	46,31	-8,57	21,49	2,11	628876,159	-6251070,974	1095398,413	10
2186	37,10	24,61	44,77	7,00	13,34	-13,28	641043,546	-6249660,565	1095771,331	11
2187	37,77	25,42	44,28	6,85	13,67	-14,72	641043,547	-6249660,564	1095771,330	11
2188	38,60	23,42	47,67	-17,40	21,25	4,61	628876,162	-6251070,975	1095398,414	10
2189	39,44	22,78	47,39	-15,88	21,65	4,82	628876,163	-6251070,976	1095398,414	10
2190	40,04	26,27	45,85	10,97	13,04	-18,31	641043,549	-6249660,564	1095771,332	11
2191	38,55	22,34	49,06	-3,70	21,71	-2,97	628876,162	-6251070,976	1095398,416	10
2192	39,02	23,51	51,09	-0,27	20,65	-8,92	628876,162	-6251070,975	1095398,418	10
2193	38,88	21,68	50,53	-7,74	22,34	-2,67	628876,162	-6251070,977	1095398,417	10
2194	39,53	19,73	50,76	-8,80	23,19	2,79	628876,163	-6251070,979	1095398,418	10
2195	39,73	19,69	50,96	-11,48	22,09	-0,08	628876,163	-6251070,979	1095398,418	10
2196	39,48	19,54	51,40	-13,34	22,28	1,68	628876,163	-6251070,979	1095398,418	10
2197	39,42	18,73	51,95	-9,30	21,14	-2,99	628876,163	-6251070,980	1095398,419	10
2198	39,29	18,84	52,90	-16,37	22,71	5,01	628876,163	-6251070,980	1095398,420	10
2199	40,07	18,01	51,94	-7,97	21,53	-4,53	628876,163	-6251070,980	1095398,419	10
2200	40,92	16,84	51,96	-15,23	21,71	1,47	628876,164	-6251070,982	1095398,419	10
2201	41,20	15,59	52,19	-11,39	21,50	-1,35	628876,164	-6251070,983	1095398,419	10
2202	41,43	16,82	52,91	-8,68	22,54	-1,82	628876,165	-6251070,982	1095398,420	10
2203	43,07	16,02	51,93	-7,31	22,75	-0,85	628876,166	-6251070,982	1095398,419	10
2204	42,59	16,45	52,24	-11,89	22,20	-0,55	628876,166	-6251070,982	1095398,419	10
2205	43,69	15,28	53,00	-16,25	23,90	5,90	628876,167	-6251070,983	1095398,420	10
2206	43,96	16,87	52,80	-8,77	23,31	2,71	628876,167	-6251070,982	1095398,420	10

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2207	44,30	17,43	53,38	-11,65	21,51	-0,94	628876,168	-6251070,981	1095398,420	10
2208	44,51	20,23	53,14	-13,37	22,24	0,74	628876,168	-6251070,978	1095398,420	10
2209	46,15	20,32	54,44	-19,46	21,89	2,78	628876,169	-6251070,978	1095398,421	10
2210	46,05	22,69	54,51	-14,26	21,78	-2,86	628876,169	-6251070,976	1095398,421	10
2211	46,15	23,92	54,79	-13,74	22,57	-4,18	628876,169	-6251070,974	1095398,422	10
2212	44,37	24,98	55,26	-12,99	22,42	-2,22	628876,168	-6251070,973	1095398,422	10
2213	46,50	26,19	54,23	-26,92	31,20	12,41	643342,556	-6251225,542	1087231,228	9
2214	47,18	27,03	55,00	-31,02	30,17	16,53	643342,557	-6251225,541	1087231,228	9
2215	46,69	26,40	55,28	-27,69	29,94	12,97	643342,556	-6251225,542	1087231,229	9
2216	47,52	28,87	55,68	-31,97	32,36	21,43	643342,557	-6251225,539	1087231,229	9
2217	48,01	28,59	55,82	-28,17	31,41	14,38	643342,557	-6251225,540	1087231,229	9
2218	47,73	28,41	55,64	-17,90	32,65	11,69	643342,557	-6251225,540	1087231,229	9
2219	48,55	27,53	54,52	-21,60	32,19	8,42	643342,558	-6251225,541	1087231,228	9
2220	48,43	29,42	55,13	-10,05	35,16	3,22	643342,558	-6251225,539	1087231,229	9
2221	49,27	24,06	55,67	-8,09	35,43	-3,85	643342,559	-6251225,544	1087231,229	9
2222	46,81	27,03	54,50	-4,38	34,82	-9,97	643342,556	-6251225,541	1087231,228	9
2223	45,94	26,88	54,86	-2,29	36,58	-13,00	643342,555	-6251225,541	1087231,228	9
2224	46,33	25,27	55,18	-8,32	35,62	-11,91	643342,556	-6251225,543	1087231,229	9
2225	47,75	25,87	55,38	7,54	34,73	-19,89	643342,557	-6251225,542	1087231,229	9
2226	46,09	27,90	55,14	-1,00	35,16	-17,98	643342,556	-6251225,540	1087231,229	9
2227	45,41	30,34	54,14	4,57	35,03	-21,75	643342,555	-6251225,538	1087231,228	9
2228	45,09	28,93	55,62	6,59	35,41	-24,34	643342,555	-6251225,539	1087231,229	9
2229	41,83	29,03	53,71	8,45	29,64	-24,70	637481,500	-6250592,187	1094132,532	8
2230	45,39	27,94	58,06	11,37	36,56	-24,32	643342,555	-6251225,540	1087231,232	9
2231	43,14	26,69	54,87	17,47	30,33	-26,70	637481,502	-6250592,189	1094132,533	8
2232	44,47	29,94	58,64	28,91	34,69	-33,18	648510,151	-6252141,895	1079991,470	7
2233	47,65	31,69	60,64	27,70	40,05	-36,59	653725,255	-6252660,701	1073995,138	8
2234	43,89	28,63	58,61	15,15	34,37	-21,43	648510,150	-6252141,896	1079991,470	7
2235	43,51	32,49	58,81	19,35	33,66	-26,93	648510,150	-6252141,892	1079991,470	7
2236	45,76	28,90	59,79	16,62	34,66	-27,70	648510,152	-6252141,896	1079991,471	7
2237	46,87	29,72	59,75	18,47	35,01	-24,67	648510,153	-6252141,895	1079991,471	7

**Anexo 8. Conjunto de parámetros de transformación
estimados mediante una tolerancia de ± 30 mm**

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2047	-0,91	1,38	1,78	-8,63	1,33	10,30	630328,118	-6250431,030	1097680,201	13
2048	-0,52	4,90	-0,63	-5,80	-0,46	5,12	630328,118	-6250431,026	1097680,199	13
2049	1,20	4,13	-1,05	-0,25	0,64	-0,62	630328,120	-6250431,027	1097680,198	13
2050	3,40	2,23	-0,39	-7,39	0,50	2,41	630328,122	-6250431,029	1097680,199	13
2051	3,22	1,56	0,64	-5,65	0,55	1,65	619295,685	-6251670,573	1097528,510	12
2052	4,30	6,83	-0,27	-12,25	1,28	7,18	630328,123	-6250431,024	1097680,199	13
2053	2,77	7,54	0,27	-5,48	0,42	-0,64	630328,122	-6250431,024	1097680,200	13
2054	4,13	9,04	-0,88	-7,09	1,48	4,18	630328,123	-6250431,022	1097680,199	13
2055	3,73	9,24	-0,54	-2,61	1,29	0,15	630328,123	-6250431,022	1097680,199	13
2056	0,98	11,30	0,83	-6,07	1,27	-0,75	629254,911	-6250393,904	1097896,373	12
2057	2,56	12,84	0,66	-8,91	2,20	9,68	629254,913	-6250393,902	1097896,373	12
2058	1,82	12,61	0,34	-18,10	2,97	16,03	630328,121	-6250431,018	1097680,200	13
2059	4,60	13,62	1,65	-0,62	2,07	-0,02	630328,124	-6250431,017	1097680,201	13
2060	4,23	7,16	1,95	-15,41	1,24	4,62	630328,123	-6250431,024	1097680,201	13
2061	3,14	7,54	2,86	-10,90	2,22	5,61	630328,122	-6250431,024	1097680,202	13
2062	3,69	8,13	2,14	-18,03	2,13	8,72	630328,123	-6250431,023	1097680,202	13
2063	3,69	13,39	2,75	-0,42	2,40	7,71	630328,123	-6250431,018	1097680,202	13
2064	2,44	12,43	4,59	-4,33	3,22	8,38	630328,121	-6250431,019	1097680,204	13
2065	3,62	13,35	3,65	-5,79	3,07	5,46	630328,123	-6250431,018	1097680,203	13
2066	2,82	17,21	3,92	1,28	3,61	4,21	630328,122	-6250431,014	1097680,203	13
2067	1,47	16,37	3,27	-3,27	2,45	3,25	630328,120	-6250431,015	1097680,203	13
2068	1,93	15,90	5,95	-4,33	1,70	2,12	630328,121	-6250431,015	1097680,205	13
2069	4,89	11,45	6,56	-3,82	1,59	0,13	630328,124	-6250431,020	1097680,206	13
2070	4,18	13,05	7,87	-2,66	2,65	0,45	630328,123	-6250431,018	1097680,207	13
2071	3,55	14,69	6,25	-1,01	2,40	-4,29	630328,123	-6250431,016	1097680,206	13
2072	3,62	14,88	6,54	0,14	1,82	-4,05	630328,123	-6250431,016	1097680,206	13
2073	4,04	14,19	6,94	-2,34	2,20	-1,28	630328,123	-6250431,017	1097680,206	13
2074	4,50	10,98	8,74	-2,69	3,20	-2,16	629254,914	-6250393,904	1097896,381	12
2075	5,28	14,91	6,77	0,36	2,10	-4,01	630328,124	-6250431,016	1097680,206	13
2076	5,08	13,01	6,31	-3,85	3,10	-0,43	630328,124	-6250431,018	1097680,206	13
2077	6,47	10,72	8,32	-1,00	2,52	-4,21	630328,125	-6250431,020	1097680,208	13
2078	5,99	10,64	10,98	-2,87	2,67	-3,15	630328,125	-6250431,020	1097680,211	13
2079	6,55	12,49	10,61	-0,02	4,35	1,08	629088,107	-6250480,093	1097453,589	12
2080	8,26	9,13	10,06	3,26	4,22	-2,86	629088,109	-6250480,096	1097453,588	12
2081	6,72	11,25	7,80	9,28	3,91	-6,23	629088,107	-6250480,094	1097453,586	12
2082	7,21	11,85	8,23	9,25	4,99	-5,29	629088,108	-6250480,094	1097453,587	12
2083	7,21	13,73	8,22	4,94	5,25	-3,96	629088,108	-6250480,092	1097453,587	12
2084	8,40	11,94	8,81	3,93	5,17	-3,83	629088,109	-6250480,094	1097453,587	12
2085	8,92	11,58	8,07	6,28	3,60	-8,75	629088,109	-6250480,094	1097453,586	12
2086	8,04	11,83	8,52	3,56	3,95	-7,56	629088,109	-6250480,094	1097453,587	12

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2087	9,88	8,44	10,87	-7,53	4,84	-0,80	629088,110	-6250480,097	1097453,589	12
2088	9,53	5,79	11,51	-7,69	5,34	3,72	629088,110	-6250480,100	1097453,590	12
2089	10,03	12,55	9,35	7,99	4,52	-6,05	629088,111	-6250480,093	1097453,588	12
2090	9,31	12,49	10,24	3,30	5,18	-7,20	629088,110	-6250480,093	1097453,589	12
2091	10,76	13,92	10,88	6,02	5,20	-9,60	629088,111	-6250480,092	1097453,589	12
2092	12,51	12,38	13,25	-1,53	6,90	-3,57	629088,113	-6250480,093	1097453,592	12
2093	13,46	5,80	16,48	-3,39	5,04	-7,56	629088,114	-6250480,100	1097453,595	12
2094	13,44	8,87	15,79	7,16	6,64	-9,66	629088,114	-6250480,097	1097453,594	12
2095	13,99	9,81	15,90	4,93	6,19	-9,03	629088,115	-6250480,096	1097453,594	12
2096	13,49	7,68	17,10	-0,86	6,31	-7,29	629088,114	-6250480,098	1097453,595	12
2097	12,88	7,54	16,75	-0,54	6,46	-6,89	629088,113	-6250480,098	1097453,595	12
2098	12,64	7,69	16,79	11,91	5,96	-13,39	629088,113	-6250480,098	1097453,595	12
2099	14,59	4,23	17,68	2,95	5,98	-6,65	629088,115	-6250480,101	1097453,596	12
2100	15,72	7,65	15,88	7,88	6,94	-8,69	629088,116	-6250480,098	1097453,594	12
2101	15,40	7,79	16,47	4,55	6,37	-7,19	629088,116	-6250480,098	1097453,595	12
2102	15,79	6,16	17,61	10,77	6,91	-12,21	629088,116	-6250480,099	1097453,596	12
2103	15,86	4,45	17,30	7,03	6,68	-11,28	629088,116	-6250480,101	1097453,596	12
2104	16,38	5,47	18,16	5,96	6,88	-10,52	629088,117	-6250480,100	1097453,596	12
2105	15,66	7,82	17,63	11,82	6,96	-10,90	629088,116	-6250480,098	1097453,596	12
2106	16,03	7,79	19,82	7,02	6,49	-14,18	629088,117	-6250480,098	1097453,598	12
2107	16,09	11,07	20,24	6,03	7,33	-9,63	629088,117	-6250480,094	1097453,599	12
2108	16,54	14,18	18,73	2,56	7,68	-9,31	629088,117	-6250480,091	1097453,597	12
2109	16,53	14,11	20,15	-1,31	7,20	-7,18	629088,117	-6250480,091	1097453,598	12
2110	18,16	15,69	19,25	2,01	7,31	-9,49	629088,119	-6250480,090	1097453,598	12
2111	18,23	13,98	20,15	4,68	8,13	-9,44	629088,119	-6250480,092	1097453,598	12
2112	18,01	14,62	20,16	3,23	8,07	-6,90	629088,119	-6250480,091	1097453,598	12
2113	17,63	15,70	20,52	4,28	8,16	-7,36	629088,118	-6250480,090	1097453,599	12
2114	17,11	15,04	21,40	0,64	7,84	-5,63	629088,118	-6250480,090	1097453,600	12
2115	16,28	18,07	21,08	3,70	8,31	-9,05	629088,117	-6250480,087	1097453,599	12
2116	17,42	16,75	21,54	5,18	8,43	-6,07	629088,118	-6250480,089	1097453,600	12
2117	17,33	17,73	21,15	4,05	8,35	-7,19	629088,118	-6250480,088	1097453,599	12
2118	17,34	12,99	22,33	-2,84	7,60	-7,00	629088,118	-6250480,093	1097453,601	12
2119	18,94	15,72	22,01	5,09	8,11	-9,23	629088,119	-6250480,090	1097453,600	12
2120	18,35	16,62	22,95	4,14	8,31	-8,97	629088,119	-6250480,089	1097453,601	12
2121	18,63	14,06	23,18	3,63	8,72	-9,47	629088,119	-6250480,091	1097453,601	12
2122	16,30	19,53	22,23	-0,01	6,65	-9,15	629088,117	-6250480,086	1097453,601	12
2123	16,52	17,35	21,91	-0,72	7,57	-3,35	629088,117	-6250480,088	1097453,600	12
2124	16,72	16,16	22,93	1,31	7,13	-7,28	629088,117	-6250480,089	1097453,601	12
2125	17,69	23,07	21,78	8,98	7,27	-9,78	629088,118	-6250480,082	1097453,600	12
2126	17,65	22,57	22,63	4,97	6,31	-6,54	629088,118	-6250480,083	1097453,601	12

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2127	18,05	16,46	23,91	3,55	6,71	-7,24	629088,119	-6250480,089	1097453,602	12
2128	17,61	21,46	23,91	12,26	7,14	-12,01	629088,118	-6250480,084	1097453,602	12
2129	17,89	19,69	24,00	-0,27	7,35	-5,93	629088,118	-6250480,086	1097453,602	12
2130	18,63	22,62	25,94	7,27	6,86	-7,56	629088,119	-6250480,083	1097453,604	12
2131	19,62	21,01	25,39	8,85	7,18	-8,95	629088,120	-6250480,084	1097453,604	12
2132	20,92	21,92	25,83	-2,43	6,53	-1,32	623529,684	-6249951,694	1103402,044	11
2133	20,60	18,86	28,28	-2,83	11,03	-0,61	616940,006	-6251836,778	1097267,525	11
2134	21,36	22,94	25,79	-5,07	7,11	1,56	629088,122	-6250480,083	1097453,604	12
2135	21,61	20,52	25,32	-1,34	6,46	-0,65	636014,786	-6249978,880	1096851,935	10
2136	21,51	18,74	27,23	1,72	6,92	-8,57	629088,122	-6250480,087	1097453,606	12
2137	21,74	15,00	28,18	-18,27	11,97	9,20	614313,343	-6251932,819	1097485,662	10
2138	18,91	22,06	25,66	-10,81	8,82	2,88	605878,052	-6251448,417	1104759,537	9
2139	21,96	23,27	26,67	6,32	7,62	-9,26	629088,122	-6250480,082	1097453,605	12
2140	24,62	19,39	28,87	2,64	7,97	-5,82	627804,623	-6250444,057	1097668,830	11
2141	24,90	17,84	28,90	1,70	8,05	-4,73	629088,125	-6250480,088	1097453,607	12
2142	25,50	16,63	29,28	-0,56	8,05	-3,72	629088,126	-6250480,089	1097453,608	12
2143	26,26	15,17	29,96	4,90	7,87	-9,14	629088,127	-6250480,090	1097453,608	12
2144	25,13	15,03	31,33	12,42	8,12	-10,04	629088,126	-6250480,090	1097453,610	12
2145	26,17	16,54	31,87	10,67	8,04	-10,42	629088,127	-6250480,089	1097453,610	12
2146	26,18	14,24	31,50	-0,45	7,80	-5,12	629088,127	-6250480,091	1097453,610	12
2147	26,34	14,51	31,55	-1,44	6,97	-5,77	629088,127	-6250480,091	1097453,610	12
2148	26,17	13,00	31,77	-1,63	7,37	-6,25	629088,127	-6250480,093	1097453,610	12
2149	25,87	14,82	32,52	6,06	7,68	-8,55	629088,126	-6250480,091	1097453,611	12
2150	27,27	13,06	31,57	2,62	7,77	-5,79	629088,128	-6250480,092	1097453,610	12
2151	28,11	10,58	34,33	-3,80	7,78	-6,21	629088,129	-6250480,095	1097453,613	12
2152	28,15	14,09	33,20	-1,78	8,01	-4,84	629088,129	-6250480,091	1097453,611	12
2153	29,26	12,86	33,50	-0,74	8,52	-5,30	629088,130	-6250480,093	1097453,612	12
2154	29,66	14,38	33,10	1,70	8,59	-8,52	629088,130	-6250480,091	1097453,611	12
2155	30,88	15,70	32,81	6,33	9,24	-7,79	629088,131	-6250480,090	1097453,611	12
2156	29,08	19,50	32,55	1,10	8,24	-8,52	629088,130	-6250480,086	1097453,611	12
2157	29,04	18,79	34,16	-3,28	8,02	-5,61	629088,130	-6250480,087	1097453,612	12
2158	29,81	19,76	34,24	2,32	7,03	-10,21	629088,130	-6250480,086	1097453,613	12
2159	31,62	19,63	35,18	-0,37	8,02	-8,66	629088,132	-6250480,086	1097453,613	12
2160	32,06	21,67	35,15	2,21	8,19	-8,24	629088,133	-6250480,084	1097453,613	12
2161	31,01	23,29	36,08	-0,15	7,28	-10,35	629088,132	-6250480,082	1097453,614	12
2162	30,94	22,87	35,80	-0,87	7,33	-9,10	629088,131	-6250480,083	1097453,614	12
2163	30,43	22,43	36,07	-2,32	7,99	-7,41	629088,131	-6250480,083	1097453,614	12
2164	31,04	24,78	35,03	-1,17	8,23	-7,54	629088,132	-6250480,081	1097453,613	12
2165	31,40	24,74	35,91	-0,25	8,06	-7,02	629088,132	-6250480,081	1097453,614	12
2166	32,73	23,44	36,69	-3,92	7,91	-4,82	629088,133	-6250480,082	1097453,615	12

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2167	32,96	23,04	36,62	-4,13	7,86	-5,49	629088,133	-6250480,082	1097453,615	12
2168	31,97	25,57	37,34	-0,69	7,79	-6,94	629088,132	-6250480,080	1097453,616	12
2169	32,11	24,65	37,59	-1,99	7,07	-6,94	629088,133	-6250480,081	1097453,616	12
2170	33,36	25,15	38,04	2,21	7,56	-7,58	629088,134	-6250480,080	1097453,616	12
2171	32,85	23,24	37,93	3,47	8,12	-9,22	629088,133	-6250480,082	1097453,616	12
2172	32,24	23,43	38,15	3,18	8,20	-9,42	629088,133	-6250480,082	1097453,616	12
2173	31,65	24,47	39,22	2,35	8,67	-5,35	629088,132	-6250480,081	1097453,618	12
2174	32,45	25,53	39,88	-0,73	7,59	-5,79	629088,133	-6250480,080	1097453,618	12
2175	32,79	26,94	40,25	3,25	8,20	-7,95	629088,133	-6250480,079	1097453,619	12
2176	33,04	25,85	40,83	2,40	8,44	-5,48	629088,134	-6250480,080	1097453,619	12
2177	32,34	25,73	41,61	0,39	8,36	-5,16	629088,133	-6250480,080	1097453,620	12
2178	34,04	23,92	42,92	-3,52	8,85	-1,14	629088,135	-6250480,082	1097453,621	12
2179	34,08	26,66	42,67	2,33	8,17	-6,84	629088,135	-6250480,079	1097453,621	12
2180	34,13	25,95	44,11	-0,15	8,11	-6,41	629088,135	-6250480,080	1097453,622	12
2181	34,20	28,00	42,61	9,70	7,92	-11,96	629088,135	-6250480,078	1097453,621	12
2182	34,66	27,34	44,53	5,61	7,39	-9,06	629088,135	-6250480,078	1097453,623	12
2183	34,88	27,24	44,88	7,76	8,43	-7,69	629088,135	-6250480,078	1097453,623	12
2184	35,36	26,81	46,31	-0,14	8,78	-1,42	629088,136	-6250480,079	1097453,625	12
2185	36,59	26,52	46,09	3,24	8,47	-4,88	629088,137	-6250480,079	1097453,624	12
2186	36,63	25,84	46,03	-2,51	8,58	-1,34	629088,137	-6250480,080	1097453,624	12
2187	37,22	26,70	45,55	-3,41	8,89	-1,94	629088,138	-6250480,079	1097453,624	12
2188	39,48	25,79	47,30	-5,22	8,18	-2,44	629088,140	-6250480,080	1097453,626	12
2189	40,18	25,33	46,96	-4,86	8,70	-0,96	629088,141	-6250480,080	1097453,625	12
2190	39,38	27,00	47,29	3,00	7,99	-8,03	629088,140	-6250480,078	1097453,626	12
2191	39,40	24,81	48,78	5,75	8,60	-7,30	629088,140	-6250480,081	1097453,627	12
2192	39,87	25,67	51,01	5,50	7,74	-9,83	629088,140	-6250480,080	1097453,629	12
2193	39,72	24,44	50,22	3,62	8,57	-8,52	629088,140	-6250480,081	1097453,629	12
2194	40,47	22,51	50,56	5,64	9,27	-6,15	629088,141	-6250480,083	1097453,629	12
2195	40,54	21,96	50,77	0,22	8,41	-6,63	629088,141	-6250480,084	1097453,629	12
2196	40,37	21,54	51,27	-1,82	8,49	-4,82	629088,141	-6250480,084	1097453,630	12
2197	40,27	20,75	51,75	-4,17	7,84	-3,14	629088,141	-6250480,085	1097453,630	12
2198	40,22	21,50	52,51	-4,67	8,96	-1,19	629088,141	-6250480,084	1097453,631	12
2199	41,11	20,47	51,72	-3,78	8,12	-3,42	629088,142	-6250480,085	1097453,630	12
2200	41,73	18,76	51,79	-1,68	8,12	-7,18	629088,142	-6250480,087	1097453,630	12
2201	42,07	17,93	51,95	-3,81	7,92	-3,69	629088,143	-6250480,088	1097453,630	12
2202	42,40	18,92	52,73	1,68	8,71	-7,10	629088,143	-6250480,087	1097453,631	12
2203	43,88	18,31	51,83	5,52	8,71	-8,47	629088,144	-6250480,087	1097453,630	12
2204	43,32	17,80	52,14	-3,66	9,03	-4,32	629088,144	-6250480,088	1097453,630	12
2205	44,34	17,95	52,71	2,67	9,26	-7,38	629088,145	-6250480,088	1097453,631	12
2206	44,62	19,87	52,32	12,47	8,79	-12,75	629088,145	-6250480,086	1097453,631	12

SEMANA	TX [mm]	TY [mm]	TZ [mm]	RX [mas]	RY [mas]	RZ [mas]	X0 [m]	Y0 [m]	Z0 [m]	PUNTOS IDENTICOS
2207	45,07	20,07	53,02	2,49	7,40	-9,57	629088,146	-6250480,085	1097453,631	12
2208	45,18	22,38	52,81	-1,56	8,25	-5,86	629088,146	-6250480,083	1097453,631	12
2209	46,89	22,63	54,11	-1,76	7,51	-9,55	629088,147	-6250480,083	1097453,632	12
2210	46,65	25,65	54,02	-3,88	7,55	-7,36	629088,147	-6250480,080	1097453,632	12
2211	46,92	26,20	54,39	-4,02	8,00	-8,40	629088,147	-6250480,079	1097453,633	12
2212	45,17	26,96	54,97	-2,49	7,90	-7,47	629088,146	-6250480,079	1097453,633	12
2213	47,10	28,55	53,87	-0,68	9,25	-8,52	640943,552	-6250552,826	1090958,220	11
2214	47,58	29,21	54,51	-2,85	8,60	-6,87	640943,553	-6250552,825	1090958,221	11
2215	47,08	28,95	54,80	-3,63	7,90	-5,11	640943,552	-6250552,825	1090958,221	11
2216	48,08	31,40	55,24	-2,81	9,48	-2,40	640943,553	-6250552,823	1090958,222	11
2217	48,50	31,16	55,54	-0,88	8,73	-7,32	640943,554	-6250552,823	1090958,222	11
2218	48,23	30,87	55,25	8,00	9,73	-8,63	640943,554	-6250552,823	1090958,222	11
2219	49,10	29,83	54,31	-1,04	9,31	-5,84	640943,554	-6250552,824	1090958,221	11
2220	48,89	31,65	54,76	6,26	12,03	-6,29	640943,554	-6250552,823	1090958,221	11
2221	49,65	26,69	55,30	6,02	12,53	-10,34	640943,555	-6250552,827	1090958,222	11
2222	47,22	29,27	54,11	2,49	12,74	-8,78	640943,553	-6250552,825	1090958,221	11
2223	46,62	28,62	54,56	3,50	13,43	-10,97	640943,552	-6250552,826	1090958,221	11
2224	46,85	27,43	55,05	-2,95	12,89	-8,88	640943,552	-6250552,827	1090958,222	11
2225	49,36	27,20	53,17	15,54	22,68	-25,17	655280,045	-6249658,635	1088458,157	10
2226	46,71	30,39	54,96	1,71	12,66	-11,61	640943,552	-6250552,824	1090958,222	11
2227	46,89	32,17	51,95	16,98	22,77	-31,90	655280,042	-6249658,630	1088458,156	10
2228	46,61	30,73	53,38	16,97	23,09	-32,20	655280,042	-6249658,631	1088458,157	10
2229	46,71	31,40	54,48	15,60	23,39	-29,99	655280,042	-6249658,630	1088458,158	10
2230	46,93	29,73	55,78	21,65	24,03	-32,00	655280,042	-6249658,632	1088458,160	10
2231	47,84	29,21	55,64	23,67	23,97	-31,77	655280,043	-6249658,633	1088458,159	10
2232	48,96	30,54	56,40	20,58	25,55	-26,35	655280,044	-6249658,631	1088458,160	10
2233	48,66	31,98	55,30	20,33	23,78	-32,00	655280,044	-6249658,630	1088458,159	10
2234	48,80	29,66	56,30	20,08	24,29	-28,44	655280,044	-6249658,632	1088458,160	10
2235	48,23	33,24	56,48	18,10	23,69	-29,84	655280,043	-6249658,629	1088458,160	10
2236	50,40	29,65	57,23	22,35	24,68	-33,32	655280,046	-6249658,632	1088458,161	10
2237	51,09	31,03	57,04	28,37	25,69	-32,74	655280,046	-6249658,631	1088458,161	10

**Anexo 9. Coordenadas geocéntricas transformadas para
vértices geodésicos pasivos entre la semana 2046 y la semana
2167 mediante el modelo cinemático lineal transformación
estimado**

EST	Modelo			Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	Error [mm]	TC	Valor		
BATA	X [m]	724416.661	± 4.02	X [m]	724416.660	DX [mm]	0.60
	Y [m]	-6238098.090	± 19.02	Y [m]	-6238098.094	DY [mm]	4.20
	Z [m]	1110899.945	± 4.02	Z [m]	1110899.927	DZ [mm]	17.50
BIJA	X [m]	594201.351	± 8.01	X [m]	594201.356	DX [mm]	-5.40
	Y [m]	-6259021.077	± 52.01	Y [m]	-6259021.099	DY [mm]	22.20
	Z [m]	1073097.930	± 11.01	Z [m]	1073097.909	DZ [mm]	20.50
CABA	X [m]	509597.054	± 4.02	X [m]	509597.053	DX [mm]	0.60
	Y [m]	-6256557.671	± 21.02	Y [m]	-6256557.678	DY [mm]	7.20
	Z [m]	1126154.843	± 5.02	Z [m]	1126154.858	DZ [mm]	-15.50
CCOL	X [m]	771916.545	± 2.03	X [m]	771916.576	DX [mm]	-31.40
	Y [m]	-6262734.779	± 11.03	Y [m]	-6262734.775	DY [mm]	-3.80
	Z [m]	926395.084	± 3.03	Z [m]	926395.102	DZ [mm]	-18.50
CDME	X [m]	683681.060	± 3.02	X [m]	683681.068	DX [mm]	-8.40
	Y [m]	-6256445.632	± 13.03	Y [m]	-6256445.627	DY [mm]	-4.80
	Z [m]	1052183.394	± 3.03	Z [m]	1052183.402	DZ [mm]	-8.50
CDTO	X [m]	782594.180	± 2.03	X [m]	782594.193	DX [mm]	-13.40
	Y [m]	-6258698.119	± 11.03	Y [m]	-6258698.109	DY [mm]	-9.80
	Z [m]	944531.397	± 3.03	Z [m]	944531.405	DZ [mm]	-8.50
COVE	X [m]	768892.619	± 9.01	X [m]	768892.611	DX [mm]	7.60
	Y [m]	-6242478.572	± 42.01	Y [m]	-6242478.549	DY [mm]	-22.80
	Z [m]	1055809.294	± 9.01	Z [m]	1055809.275	DZ [mm]	18.50
CNKC	X [m]	611411.889	± 11.01	X [m]	611411.894	DX [mm]	-5.40
	Y [m]	-6237766.902	± 84.00	Y [m]	-6237766.914	DY [mm]	12.20
	Z [m]	1178547.109	± 18.00	Z [m]	1178547.093	DZ [mm]	15.50
CTCR	X [m]	793962.117	± 3.02	X [m]	793962.135	DX [mm]	-18.40
	Y [m]	-6253279.701	± 17.02	Y [m]	-6253279.718	DY [mm]	17.20
	Z [m]	979439.974	± 3.03	Z [m]	979439.973	DZ [mm]	0.50
EART	X [m]	700397.887	± 6.01	X [m]	700397.892	DX [mm]	-5.40
	Y [m]	-6238597.070	± 26.01	Y [m]	-6238597.040	DY [mm]	-29.80
	Z [m]	1123411.788	± 6.01	Z [m]	1123411.770	DZ [mm]	17.50
EPZA	X [m]	485270.410	± 5.01	X [m]	485270.402	DX [mm]	7.60
	Y [m]	-6261027.460	± 27.01	Y [m]	-6261027.439	DY [mm]	-20.80
	Z [m]	1115715.039	± 6.01	Z [m]	1115715.040	DZ [mm]	-1.50
HUA2	X [m]	509098.283	± 6.01	X [m]	509098.281	DX [mm]	1.60
	Y [m]	-6261454.676	± 34.01	Y [m]	-6261454.648	DY [mm]	-27.80
	Z [m]	1102283.262	± 8.01	Z [m]	1102283.268	DZ [mm]	-6.50
INDI	X [m]	492838.313	± 9.01	X [m]	492838.328	DX [mm]	-15.40
	Y [m]	-6265175.459	± 58.01	Y [m]	-6265175.438	DY [mm]	-20.80
	Z [m]	1085512.309	± 12.01	Z [m]	1085512.332	DZ [mm]	-23.50
IRZU	X [m]	668182.981	± 2.03	X [m]	668182.988	DX [mm]	-7.40
	Y [m]	-6249811.356	± 10.03	Y [m]	-6249811.342	DY [mm]	-13.80
	Z [m]	1097151.858	± 2.04	Z [m]	1097151.850	DZ [mm]	7.50
LAFE	X [m]	552167.258	± 8.01	X [m]	552167.259	DX [mm]	-1.40
	Y [m]	-6261307.578	± 42.01	Y [m]	-6261307.575	DY [mm]	-2.80
	Z [m]	1079237.377	± 9.01	Z [m]	1079237.378	DZ [mm]	-1.50
LEPA	X [m]	544186.528	± 10.01	X [m]	544186.534	DX [mm]	-6.40
	Y [m]	-6259328.518	± 47.01	Y [m]	-6259328.526	DY [mm]	8.20
	Z [m]	1094301.441	± 10.01	Z [m]	1094301.448	DZ [mm]	-7.50
LMNL	X [m]	541235.840	± 6.01	X [m]	541235.841	DX [mm]	-1.40
	Y [m]	-6253389.574	± 25.01	Y [m]	-6253389.591	DY [mm]	17.20
	Z [m]	1129394.007	± 6.01	Z [m]	1129394.013	DZ [mm]	-6.50
PNE2	X [m]	456660.003	± 7.01	X [m]	456659.989	DX [mm]	13.60
	Y [m]	-6261477.052	± 44.01	Y [m]	-6261477.048	DY [mm]	-3.80
	Z [m]	1121504.494	± 10.01	Z [m]	1121504.503	DZ [mm]	-9.50
PUJE	X [m]	517555.405	± 6.01	X [m]	517555.409	DX [mm]	-4.40
	Y [m]	-6258335.941	± 29.01	Y [m]	-6258335.956	DY [mm]	15.20
	Z [m]	1112666.801	± 7.01	Z [m]	1112666.800	DZ [mm]	0.50
PUMO	X [m]	551029.340	± 8.01	X [m]	551029.341	DX [mm]	-1.40
	Y [m]	-6256428.886	± 36.01	Y [m]	-6256428.904	DY [mm]	18.20
	Z [m]	1107276.665	± 8.01	Z [m]	1107276.673	DZ [mm]	-8.50
RIFO	X [m]	664425.585	± 6.01	X [m]	664425.588	DX [mm]	-3.40
	Y [m]	-6240526.484	± 32.01	Y [m]	-6240526.514	DY [mm]	30.20
	Z [m]	1134813.769	± 6.01	Z [m]	1134813.755	DZ [mm]	13.50

SAJU	X [m]	469761.338	± 6.01	X [m]	469761.338	DX [mm]	-0.40
	Y [m]	-6263059.439	± 38.01	Y [m]	-6263059.443	DY [mm]	4.20
	Z [m]	1107572.133	± 8.01	Z [m]	1107572.140	DZ [mm]	-7.50
SRBA	X [m]	728119.403	± 4.02	X [m]	728119.419	DX [mm]	-16.40
	Y [m]	-6254749.773	± 14.02	Y [m]	-6254749.771	DY [mm]	-1.80
	Z [m]	1016664.037	± 3.03	Z [m]	1016664.055	DZ [mm]	-18.50
VRAI	X [m]	745039.511	± 3.02	X [m]	745039.514	DX [mm]	-3.40
	Y [m]	-6239418.064	± 16.02	Y [m]	-6239418.063	DY [mm]	-0.80
	Z [m]	1092137.140	± 3.03	Z [m]	1092137.131	DZ [mm]	8.50

TC: Tipo de coordenada

N: norte

E: este

DN: Diferencia en norte

DE: Diferencia en este

Anexo 10. Coordenadas planas producto de la transformación de coordenadas para vértices geodésicos pasivos entre la semana 2046 y la semana 2167 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
BATA	N [m]	1116619,774	N [m]	1116619,756	DN [mm]	18,00
	E [m]	568384,851	E [m]	568384,849	DE [mm]	2,00
BIJA	N [m]	1078146,519	N [m]	1078146,495	DN [mm]	24,00
	E [m]	436710,157	E [m]	436710,160	DE [mm]	-3,00
CABA	N [m]	1132359,180	N [m]	1132359,194	DN [mm]	-14,00
	E [m]	352806,198	E [m]	352806,197	DE [mm]	1,00
CCOL	N [m]	929771,076	N [m]	929771,095	DN [mm]	-19,00
	E [m]	613052,960	E [m]	613052,992	DE [mm]	-32,00
CDME	N [m]	1056397,758	N [m]	1056397,767	DN [mm]	-9,00
	E [m]	525942,516	E [m]	525942,525	DE [mm]	-9,00
CDTO	N [m]	948137,672	N [m]	948137,682	DN [mm]	-10,00
	E [m]	624096,304	E [m]	624096,319	DE [mm]	-15,00
COVE	N [m]	1060800,672	N [m]	1060800,658	DN [mm]	14,00
	E [m]	612162,375	E [m]	612162,371	DE [mm]	4,00
CNKC	N [m]	1185342,894	N [m]	1185342,876	DN [mm]	18,00
	E [m]	456042,702	E [m]	456042,706	DE [mm]	-4,00
CTCR	N [m]	983278,767	N [m]	983278,764	DN [mm]	3,00
	E [m]	635942,281	E [m]	635942,297	DE [mm]	-16,00
EART	N [m]	1129289,948	N [m]	1129289,936	DN [mm]	12,00
	E [m]	544446,030	E [m]	544446,038	DE [mm]	-8,00
EPZA	N [m]	1121745,757	N [m]	1121745,762	DN [mm]	-5,00
	E [m]	328149,953	E [m]	328149,947	DE [mm]	6,00
HUA2	N [m]	1108009,358	N [m]	1108009,369	DN [mm]	-11,00
	E [m]	351811,029	E [m]	351811,030	DE [mm]	-1,00
INDI	N [m]	1091142,304	N [m]	1091142,330	DN [mm]	-26,00
	E [m]	335230,984	E [m]	335231,001	DE [mm]	-17,00
IRZU	N [m]	1102081,000	N [m]	1102080,995	DN [mm]	5,00
	E [m]	511233,094	E [m]	511233,103	DE [mm]	-9,00
LAFE	N [m]	1084556,455	N [m]	1084556,457	DN [mm]	-2,00
	E [m]	394659,572	E [m]	394659,574	DE [mm]	-2,00
LEPA	N [m]	1099878,587	N [m]	1099878,593	DN [mm]	-6,00
	E [m]	386927,221	E [m]	386927,227	DE [mm]	-6,00

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
LMNL	N [m]	1135519,089	N [m]	1135519,092	DN [mm]	-3,00
	E [m]	384614,464	E [m]	384614,464	DE [mm]	0,00
PNE2	N [m]	1127895,114	N [m]	1127895,124	DN [mm]	-10,00
	E [m]	299610,325	E [m]	299610,312	DE [mm]	13,00
PUJE	N [m]	1118621,820	N [m]	1118621,817	DN [mm]	3,00
	E [m]	360538,232	E [m]	360538,235	DE [mm]	-3,00
PUMO	N [m]	1113033,828	N [m]	1113033,833	DN [mm]	-5,00
	E [m]	394036,961	E [m]	394036,961	DE [mm]	0,00
RIFO	N [m]	1140836,395	N [m]	1140836,376	DN [mm]	19,00
	E [m]	508472,152	E [m]	508472,152	DE [mm]	0,00
SAJU	N [m]	1113657,137	N [m]	1113657,143	DN [mm]	-6,00
	E [m]	312486,692	E [m]	312486,692	DE [mm]	0,00
SRBA	N [m]	1020886,475	N [m]	1020886,494	DN [mm]	-19,00
	E [m]	570316,770	E [m]	570316,786	DE [mm]	-16,00
VRAI	N [m]	1097540,831	N [m]	1097540,823	DN [mm]	8,00
	E [m]	588752,096	E [m]	588752,100	DE [mm]	-4,00

TC: Tipo de coordenada

N: norte

E: este

DN: Diferencia en norte

DE: Diferencia en este

Anexo 11. Coordenadas geocéntricas transformadas entre la semana 2238 y la semana 2264 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
AACR	X [m]	644009,0910	X [m]	644009,0954	DX [mm]	-4,42
	Y [m]	-6251064,2398	Y [m]	-6251064,2403	DY [mm]	0,48
	Z [m]	1093781,0114	Z [m]	1093781,0089	DZ [mm]	2,52
BRBR	X [m]	786277,4875	X [m]	786277,4904	DX [mm]	-2,92
	Y [m]	-6239733,0123	Y [m]	-6239733,0151	DY [mm]	2,78
	Z [m]	1058842,3680	Z [m]	1058842,3635	DZ [mm]	4,51
CHLS	X [m]	577247,5604	X [m]	577247,5606	DX [mm]	-0,14
	Y [m]	-6234437,6621	Y [m]	-6234437,6639	DY [mm]	1,89
	Z [m]	1212416,0870	Z [m]	1212416,0820	DZ [mm]	5,06
CIQE	X [m]	609086,6610	X [m]	609086,6647	DX [mm]	-3,72
	Y [m]	-6246622,9120	Y [m]	-6246622,9236	DY [mm]	11,69
	Z [m]	1135491,7985	Z [m]	1135491,7978	DZ [mm]	0,72
CRLP	X [m]	643206,6692	X [m]	643206,6703	DX [mm]	-1,17
	Y [m]	-6250876,3929	Y [m]	-6250876,3956	DY [mm]	2,70
	Z [m]	1095086,1873	Z [m]	1095086,1853	DZ [mm]	2,08
LBRA	X [m]	498667,0758	X [m]	498667,0743	DX [mm]	1,54
	Y [m]	-6249670,1942	Y [m]	-6249670,2070	DY [mm]	12,79
	Z [m]	1168939,9388	Z [m]	1168939,9386	DZ [mm]	0,15
LCRZ	X [m]	477017,7076	X [m]	477017,7036	DX [mm]	3,93
	Y [m]	-6242093,3836	Y [m]	-6242093,3817	DY [mm]	-1,85
	Z [m]	1217586,7638	Z [m]	1217586,7636	DZ [mm]	0,22
LIMN	X [m]	762717,4392	X [m]	762717,4403	DX [mm]	-1,10
	Y [m]	-6235556,4593	Y [m]	-6235556,4622	DY [mm]	2,85
	Z [m]	1099500,5201	Z [m]	1099500,5153	DZ [mm]	4,87
NEIL	X [m]	774610,4654	X [m]	774610,4682	DX [mm]	-2,84
	Y [m]	-6258471,5106	Y [m]	-6258471,5095	DY [mm]	-1,10
	Z [m]	952303,2111	Z [m]	952303,2115	DZ [mm]	-0,33
NYCO	X [m]	497578,6523	X [m]	497578,6543	DX [mm]	-2,06
	Y [m]	-6259494,7343	Y [m]	-6259494,7388	DY [mm]	4,57
	Z [m]	1115958,8846	Z [m]	1115958,8859	DZ [mm]	-1,27
PJMZ	X [m]	734475,3336	X [m]	734475,3420	DX [mm]	-8,48
	Y [m]	-6265049,0638	Y [m]	-6265049,0558	DY [mm]	-8,01
	Z [m]	940580,4870	Z [m]	940580,4970	DZ [mm]	-9,96
PUNT	X [m]	565870,4067	X [m]	565870,4078	DX [mm]	-1,08
	Y [m]	-6256745,1868	Y [m]	-6256745,1879	DY [mm]	1,11
	Z [m]	1098060,9212	Z [m]	1098060,9212	DZ [mm]	0,04

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
QUEP	X [m]	639372,3306	X [m]	639372,3321	DX [mm]	-1,54
	Y [m]	-6260063,2168	Y [m]	-6260063,2114	DY [mm]	-5,37
	Z [m]	1037520,0434	Z [m]	1037520,0401	DZ [mm]	3,26
RIDC	X [m]	651566,6676	X [m]	651566,6723	DX [mm]	-4,66
	Y [m]	-6250735,9504	Y [m]	-6250735,9509	DY [mm]	0,56
	Z [m]	1091707,8895	Z [m]	1091707,8856	DZ [mm]	3,91
SAGE	X [m]	690230,9986	X [m]	690231,0031	DX [mm]	-4,44
	Y [m]	-6256292,3541	Y [m]	-6256292,3560	DY [mm]	1,97
	Z [m]	1032020,8310	Z [m]	1032020,8318	DZ [mm]	-0,75
UCRI	X [m]	651221,1579	X [m]	651221,1592	DX [mm]	-1,30
	Y [m]	-6250477,0946	Y [m]	-6250477,0913	DY [mm]	-3,27
	Z [m]	1093509,3409	Z [m]	1093509,3378	DZ [mm]	3,12
VERA	X [m]	560280,9743	X [m]	560280,9775	DX [mm]	-3,18
	Y [m]	-6239744,227	Y [m]	-6239744,2393	DY [mm]	12,57
	Z [m]	1193119,98	Z [m]	1193119,9783	DZ [mm]	1,98

TC: Tipo de coordenada

N: norte

E: este

DN: Diferencia en norte

DE: Diferencia en este

Anexo 12. Coordenadas planas producto de la transformación de coordenadas para estaciones GNSS entre la semana 2238 y la semana 2264 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
AACR	N [m]	1098983,5654	N [m]	1098983,5627	DN [mm]	2,64
	E [m]	487070,5567	E [m]	487070,5611	DE [mm]	-4,34
BRBR	N [m]	1063943,8563	N [m]	1063943,8513	DN [mm]	4,96
	E [m]	629744,5404	E [m]	629744,5430	DE [mm]	-2,57
CHLS	N [m]	1219899,9391	N [m]	1219899,9338	DN [mm]	5,33
	E [m]	422413,6950	E [m]	422413,6949	DE [mm]	0,05
CIQE	N [m]	1141453,4648	N [m]	1141453,4619	DN [mm]	2,86
	E [m]	452809,0184	E [m]	452809,0209	DE [mm]	-2,56
CRLP	N [m]	1100315,5168	N [m]	1100315,5143	DN [mm]	2,53
	E [m]	486292,2925	E [m]	486292,2934	DE [mm]	-0,88
LBRA	N [m]	1175891,8003	N [m]	1175891,7979	DN [mm]	2,46
	E [m]	342654,5748	E [m]	342654,5723	DE [mm]	2,57
LCRZ	N [m]	1225524,3676	N [m]	1225524,3678	DN [mm]	-0,22
	E [m]	321906,4131	E [m]	321906,4094	DE [mm]	3,78
LIMN	N [m]	1105137,7491	N [m]	1105137,7438	DN [mm]	5,30
	E [m]	606744,9631	E [m]	606744,9639	DE [mm]	-0,76
NEIL	N [m]	955981,0890	N [m]	955981,0894	DN [mm]	-0,45
	E [m]	616178,7199	E [m]	616178,7229	DE [mm]	-2,95
NYCO	N [m]	1122027,7225	N [m]	1122027,7230	DN [mm]	-0,42
	E [m]	340544,0102	E [m]	340544,0119	DE [mm]	-1,69
PJMZ	N [m]	944039,2627	N [m]	944039,2736	DN [mm]	-10,90
	E [m]	575571,5470	E [m]	575571,5563	DE [mm]	-9,33
PUNT	N [m]	1103633,8224	N [m]	1103633,8222	DN [mm]	0,25
	E [m]	408765,7699	E [m]	408765,7709	DE [mm]	-0,97
QUEP	N [m]	1042110,7645	N [m]	1042110,7622	DN [mm]	2,36
	E [m]	481516,8495	E [m]	481516,8516	DE [mm]	-2,07
RIDC	N [m]	1096862,1758	N [m]	1096862,1718	DN [mm]	4,03
	E [m]	494619,0536	E [m]	494619,0582	DE [mm]	-4,57
SAGE	N [m]	1036430,4947	N [m]	1036430,4950	DN [mm]	-0,35
	E [m]	532482,5657	E [m]	532482,5699	DE [mm]	-4,19
UCRI	N [m]	1098686,7286	N [m]	1098686,7261	DN [mm]	2,53
	E [m]	494302,6053	E [m]	494302,6069	DE [mm]	-1,63
VERA	N [m]	1200289,8389	N [m]	1200289,8345	DN [mm]	4,36
	E [m]	404984,2304	E [m]	404984,2324	DE [mm]	-2,03

TC: Tipo de coordenada

DN: Diferencia en norte

N: norte

DE: Diferencia en este

E: este

Anexo 13. Coordenadas geocéntricas transformadas entre la semana 2238 y la semana 2290 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
AACR	X [m]	644009,0982	X [m]	644009,0989	DX [mm]	-0,68
	Y [m]	-6251064,2367	Y [m]	-6251064,2427	DY [mm]	6,04
	Z [m]	1093781,0199	Z [m]	1093781,0194	DZ [mm]	0,52
BRBR	X [m]	786277,4947	X [m]	786277,4970	DX [mm]	-2,31
	Y [m]	-6239733,0092	Y [m]	-6239733,0120	DY [mm]	2,80
	Z [m]	1058842,3766	Z [m]	1058842,3699	DZ [mm]	6,68
CHLS	X [m]	577247,5676	X [m]	577247,5664	DX [mm]	1,24
	Y [m]	-6234437,6589	Y [m]	-6234437,6637	DY [mm]	4,79
	Z [m]	1212416,0956	Z [m]	1212416,0881	DZ [mm]	7,52
CIQE	X [m]	609086,6682	X [m]	609086,6685	DX [mm]	-0,37
	Y [m]	-6246622,9088	Y [m]	-6246622,9106	DY [mm]	1,77
	Z [m]	1135491,8071	Z [m]	1135491,8050	DZ [mm]	2,10
CRLP	X [m]	643206,6764	X [m]	643206,6761	DX [mm]	0,33
	Y [m]	-6250876,3898	Y [m]	-6250876,3953	DY [mm]	5,51
	Z [m]	1095086,1959	Z [m]	1095086,1953	DZ [mm]	0,57
LBRA	X [m]	498667,0831	X [m]	498667,0765	DX [mm]	6,60
	Y [m]	-6249670,1910	Y [m]	-6249670,1994	DY [mm]	8,37
	Z [m]	1168939,9474	Z [m]	1168939,9454	DZ [mm]	1,97
LCRZ	X [m]	477017,7148	X [m]	477017,7045	DX [mm]	10,32
	Y [m]	-6242093,3804	Y [m]	-6242093,3895	DY [mm]	9,04
	Z [m]	1217586,7724	Z [m]	1217586,7687	DZ [mm]	3,67
LIMN	X [m]	762717,4464	X [m]	762717,4460	DX [mm]	0,40
	Y [m]	-6235556,4562	Y [m]	-6235556,4647	DY [mm]	8,51
	Z [m]	1099500,5287	Z [m]	1099500,5196	DZ [mm]	9,06
NEIL	X [m]	774610,4726	X [m]	774610,4763	DX [mm]	-3,70
	Y [m]	-6258471,5075	Y [m]	-6258471,5055	DY [mm]	-2,03
	Z [m]	952303,2197	Z [m]	952303,2214	DZ [mm]	-1,72
NYCO	X [m]	497578,6595	X [m]	497578,6605	DX [mm]	-1,03
	Y [m]	-6259494,7311	Y [m]	-6259494,7314	DY [mm]	0,23
	Z [m]	1115958,8932	Z [m]	1115958,8994	DZ [mm]	-6,26
PJMZ	X [m]	734475,3408	X [m]	734475,3520	DX [mm]	-11,20
	Y [m]	-6265049,0607	Y [m]	-6265049,0502	DY [mm]	-10,52
	Z [m]	940580,4956	Z [m]	940580,5161	DZ [mm]	-20,49
PUNT	X [m]	565870,4139	X [m]	565870,4138	DX [mm]	0,15
	Y [m]	-6256745,1837	Y [m]	-6256745,1782	DY [mm]	-5,47

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
	Z [m]	1098060,9298	Z [m]	1098060,9308	DZ [mm]	-0,99
QUEP	X [m]	639372,3378	X [m]	639372,3364	DX [mm]	1,39
	Y [m]	-6260063,2137	Y [m]	-6260063,2106	DY [mm]	-3,06
	Z [m]	1037520,0519	Z [m]	1037520,0525	DZ [mm]	-0,59
RIDC	X [m]	651566,6748	X [m]	651566,6763	DX [mm]	-1,46
	Y [m]	-6250735,9472	Y [m]	-6250735,9507	DY [mm]	3,43
	Z [m]	1091707,8981	Z [m]	1091707,8962	DZ [mm]	1,83
SAGE	X [m]	690231,0058	X [m]	690231,0108	DX [mm]	-4,95
	Y [m]	-6256292,3509	Y [m]	-6256292,3577	DY [mm]	6,78
	Z [m]	1032020,8396	Z [m]	1032020,8449	DZ [mm]	-5,33
UCRI	X [m]	651221,1651	X [m]	651221,1638	DX [mm]	1,25
	Y [m]	-6250477,0915	Y [m]	-6250477,0892	DY [mm]	-2,23
	Z [m]	1093509,3495	Z [m]	1093509,3474	DZ [mm]	2,04
VERA	X [m]	560280,9815	X [m]	560280,9790	DX [mm]	2,50
	Y [m]	-6239744,2236	Y [m]	-6239744,2308	DY [mm]	7,19
	Z [m]	1193119,9889	Z [m]	1193119,9847	DZ [mm]	4,14

TC: Tipo de coordenada

N: norte

E: este

DN: Diferencia en norte

DE: Diferencia en este

Anexo 14. Coordenadas planas producto de la transformación de coordenadas para estaciones GNSS entre la semana 2238 y la semana 2290 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
AACR	N [m]	1098983,5742	N [m]	1098983,5726	DN [mm]	1,56
	E [m]	487070,5642	E [m]	487070,5643	DE [mm]	-0,05
BRBR	N [m]	1063943,8651	N [m]	1063943,8580	DN [mm]	7,10
	E [m]	629744,5480	E [m]	629744,5499	DE [mm]	-1,96
CHLS	N [m]	1219899,9480	N [m]	1219899,9397	DN [mm]	8,27
	E [m]	422413,7025	E [m]	422413,7008	DE [mm]	1,70
CIQE	N [m]	1141453,4736	N [m]	1141453,4712	DN [mm]	2,39
	E [m]	452809,0259	E [m]	452809,0260	DE [mm]	-0,19
CRLP	N [m]	1100315,5257	N [m]	1100315,5242	DN [mm]	1,51
	E [m]	486292,3000	E [m]	486292,2991	DE [mm]	0,90
LBRA	N [m]	1175891,8092	N [m]	1175891,8058	DN [mm]	3,35
	E [m]	342654,5823	E [m]	342654,5751	DE [mm]	7,27
LCRZ	N [m]	1225524,3765	N [m]	1225524,3714	DN [mm]	5,13
	E [m]	321906,4206	E [m]	321906,4096	DE [mm]	11,01
LIMN	N [m]	1105137,7580	N [m]	1105137,7476	DN [mm]	10,39
	E [m]	606744,9706	E [m]	606744,9692	DE [mm]	1,40
NEIL	N [m]	955981,0978	N [m]	955981,0998	DN [mm]	-1,94
	E [m]	616178,7274	E [m]	616178,7313	DE [mm]	-3,91
NYCO	N [m]	1122027,7314	N [m]	1122027,7375	DN [mm]	-6,10
	E [m]	340544,0176	E [m]	340544,0187	DE [mm]	-1,03
PJMZ	N [m]	944039,2715	N [m]	944039,2932	DN [mm]	-21,64
	E [m]	575571,5545	E [m]	575571,5668	DE [mm]	-12,31
PUNT	N [m]	1103633,8313	N [m]	1103633,8332	DN [mm]	-1,92
	E [m]	408765,7774	E [m]	408765,7777	DE [mm]	-0,34
QUEP	N [m]	1042110,7734	N [m]	1042110,7745	DN [mm]	-1,10
	E [m]	481516,8570	E [m]	481516,8559	DE [mm]	1,08
RIDC	N [m]	1096862,1847	N [m]	1096862,1823	DN [mm]	2,42
	E [m]	494619,0611	E [m]	494619,0622	DE [mm]	-1,09
SAGE	N [m]	1036430,5035	N [m]	1036430,5076	DN [mm]	-4,07
	E [m]	532482,5732	E [m]	532482,5774	DE [mm]	-4,17
UCRI	N [m]	1098686,7374	N [m]	1098686,7358	DN [mm]	1,61
	E [m]	494302,6128	E [m]	494302,6118	DE [mm]	1,02
VERA	N [m]	1200289,8477	N [m]	1200289,8424	DN [mm]	5,37
	E [m]	404984,2379	E [m]	404984,2347	DE [mm]	3,15

TC: Tipo de coordenada

DN: Diferencia en norte

N: norte

DE: Diferencia en este

E: este

Anexo 15. Coordenadas geocéntricas transformadas entre la semana 2238 y la semana 2316 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
AACR	X [m]	644009,1054	X [m]	644009,1132	DX [mm]	-7,79
	Y [m]	-6251064,2336	Y [m]	-6251064,2392	DY [mm]	5,65
	Z [m]	1093781,0285	Z [m]	1093781,0296	DZ [mm]	-1,07
BRBR	X [m]	786277,5019	X [m]	786277,5082	DX [mm]	-6,31
	Y [m]	-6239733,0061	Y [m]	-6239732,9999	DY [mm]	-6,18
	Z [m]	1058842,3851	Z [m]	1058842,3764	DZ [mm]	8,74
CHLS	X [m]	577247,5748	X [m]	577247,5779	DX [mm]	-3,03
	Y [m]	-6234437,6558	Y [m]	-6234437,6636	DY [mm]	7,77
	Z [m]	1212416,1042	Z [m]	1212416,0945	DZ [mm]	9,61
C IQE	X [m]	609086,6754	X [m]	609086,6817	DX [mm]	-6,32
	Y [m]	-6246622,9057	Y [m]	-6246622,9161	DY [mm]	10,34
	Z [m]	1135491,8156	Z [m]	1135491,8154	DZ [mm]	0,24
CRLP	X [m]	643206,6836	X [m]	643206,6885	DX [mm]	-4,91
	Y [m]	-6250876,3867	Y [m]	-6250876,3943	DY [mm]	7,64
	Z [m]	1095086,2045	Z [m]	1095086,2068	DZ [mm]	-2,35
LBRA	X [m]	498667,0903	X [m]	498667,0871	DX [mm]	3,18
	Y [m]	-6249670,1879	Y [m]	-6249670,2055	DY [mm]	17,58
	Z [m]	1168939,9559	Z [m]	1168939,9569	DZ [mm]	-0,94
LCRZ	X [m]	477017,7220	X [m]	477017,7102	DX [mm]	11,79
	Y [m]	-6242093,3773	Y [m]	-6242093,3774	DY [mm]	0,05
	Z [m]	1217586,7810	Z [m]	1217586,7780	DZ [mm]	2,91
LIMN	X [m]	762717,4536	X [m]	762717,4571	DX [mm]	-3,47
	Y [m]	-6235556,4531	Y [m]	-6235556,4570	DY [mm]	3,95
	Z [m]	1099500,5373	Z [m]	1099500,5254	DZ [mm]	11,89
NEIL	X [m]	774610,4798	X [m]	774610,4900	DX [mm]	-10,24
	Y [m]	-6258471,5044	Y [m]	-6258471,5013	DY [mm]	-3,06
	Z [m]	952303,2283	Z [m]	952303,2348	DZ [mm]	-6,50
NYCO	X [m]	497578,6667	X [m]	497578,6738	DX [mm]	-7,11
	Y [m]	-6259494,7280	Y [m]	-6259494,7312	DY [mm]	3,17
	Z [m]	1115958,9017	Z [m]	1115958,9107	DZ [mm]	-8,95
PJMZ	X [m]	734475,3480	X [m]	734475,3697	DX [mm]	-21,76
	Y [m]	-6265049,0576	Y [m]	-6265049,0461	DY [mm]	-11,49
	Z [m]	940580,5042	Z [m]	940580,5369	DZ [mm]	-32,75
PUNT	X [m]	565870,4211	X [m]	565870,4253	DX [mm]	-4,13
	Y [m]	-6256745,1806	Y [m]	-6256745,1749	DY [mm]	-5,67
	Z [m]	1098060,9384	Z [m]	1098060,9425	DZ [mm]	-4,18

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
QUEP	X [m]	639372,3450	X [m]	639372,3497	DX [mm]	-4,73
	Y [m]	-6260063,2106	Y [m]	-6260063,2082	DY [mm]	-2,42
	Z [m]	1037520,0605	Z [m]	1037520,0645	DZ [mm]	-4,04
RIDC	X [m]	651566,6820	X [m]	651566,6908	DX [mm]	-8,79
	Y [m]	-6250735,9441	Y [m]	-6250735,9419	DY [mm]	-2,19
	Z [m]	1091707,9066	Z [m]	1091707,9045	DZ [mm]	2,09
SAGE	X [m]	690231,0130	X [m]	690231,0254	DX [mm]	-12,40
	Y [m]	-6256292,3478	Y [m]	-6256292,3520	DY [mm]	4,21
	Z [m]	1032020,8482	Z [m]	1032020,8585	DZ [mm]	-10,37
UCRI	X [m]	651221,1723	X [m]	651221,1758	DX [mm]	-3,55
	Y [m]	-6250477,0883	Y [m]	-6250477,0838	DY [mm]	-4,57
	Z [m]	1093509,3580	Z [m]	1093509,3567	DZ [mm]	1,37
VERA	X [m]	560280,9887	X [m]	560280,9923	DX [mm]	-3,54
	Y [m]	-6239744,2204	Y [m]	-6239744,2361	DY [mm]	15,68
	Z [m]	1193119,9974	Z [m]	1193119,9903	DZ [mm]	7,11

TC: Tipo de coordenada

N: norte

E: este

DN: Diferencia en norte

DE: Diferencia en este

Anexo 16. Coordenadas planas producto de la transformación de coordenadas para estaciones GNSS entre la semana 2238 y la semana 2316 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
AACR	N [m]	1098983,5830	N [m]	1098983,5830	DN [mm]	0,06
	E [m]	487070,5717	E [m]	487070,5789	DE [mm]	-7,17
BRBR	N [m]	1063943,8740	N [m]	1063943,8663	DN [mm]	7,70
	E [m]	629744,5555	E [m]	629744,5625	DE [mm]	-7,06
CHLS	N [m]	1219899,9568	N [m]	1219899,9458	DN [mm]	10,97
	E [m]	422413,7099	E [m]	422413,7122	DE [mm]	-2,27
CIQE	N [m]	1141453,4825	N [m]	1141453,4803	DN [mm]	2,20
	E [m]	452809,0333	E [m]	452809,0386	DE [mm]	-5,28
CRLP	N [m]	1100315,5345	N [m]	1100315,5354	DN [mm]	-0,91
	E [m]	486292,3075	E [m]	486292,3116	DE [mm]	-4,10
LBRA	N [m]	1175891,8180	N [m]	1175891,8158	DN [mm]	2,24
	E [m]	342654,5898	E [m]	342654,5852	DE [mm]	4,58
LCRZ	N [m]	1225524,3853	N [m]	1225524,3827	DN [mm]	2,63
	E [m]	321906,4281	E [m]	321906,4163	DE [mm]	11,78
LIMN	N [m]	1105137,7668	N [m]	1105137,7544	DN [mm]	12,46
	E [m]	606744,9781	E [m]	606744,9811	DE [mm]	-3,00
NEIL	N [m]	955981,1066	N [m]	955981,1133	DN [mm]	-6,72
	E [m]	616178,7349	E [m]	616178,7455	DE [mm]	-10,52
NYCO	N [m]	1122027,7402	N [m]	1122027,7484	DN [mm]	-8,12
	E [m]	340544,0251	E [m]	340544,0320	DE [mm]	-6,87
PJMZ	N [m]	944039,2804	N [m]	944039,3141	DN [mm]	-33,74
	E [m]	575571,5620	E [m]	575571,5849	DE [mm]	-22,89
PUNT	N [m]	1103633,8401	N [m]	1103633,8452	DN [mm]	-5,02
	E [m]	408765,7848	E [m]	408765,7895	DE [mm]	-4,64
QUEP	N [m]	1042110,7822	N [m]	1042110,7865	DN [mm]	-4,30
	E [m]	481516,8645	E [m]	481516,8694	DE [mm]	-4,95
RIDC	N [m]	1096862,1935	N [m]	1096862,1917	DN [mm]	1,84
	E [m]	494619,0686	E [m]	494619,0775	DE [mm]	-8,97
SAGE	N [m]	1036430,5124	N [m]	1036430,5217	DN [mm]	-9,33
	E [m]	532482,5807	E [m]	532482,5926	DE [mm]	-11,85
UCRI	N [m]	1098686,7463	N [m]	1098686,7456	DN [mm]	0,63
	E [m]	494302,6203	E [m]	494302,6243	DE [mm]	-4,00
VERA	N [m]	1200289,8566	N [m]	1200289,8466	DN [mm]	9,99
	E [m]	404984,2453	E [m]	404984,2474	DE [mm]	-2,09

TC: Tipo de coordenada

DN: Diferencia en norte

N: norte

DE: Diferencia en este

E: este

Anexo 17. Coordenadas geocéntricas transformadas entre la semana 2238 y la semana 2342 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
AACR	X [m]	644009,1126	X [m]	644009,1151	DX [mm]	-2,54
	Y [m]	-6251064,2304	Y [m]	-6251064,2243	DY [mm]	-6,18
	Z [m]	1093781,0371	Z [m]	1093781,0395	DZ [mm]	-2,45
BRBR	X [m]	786277,5091	X [m]	786277,5131	DX [mm]	-4,02
	Y [m]	-6239733,0030	Y [m]	-6239732,9926	DY [mm]	-10,36
	Z [m]	1058842,3937	Z [m]	1058842,3814	DZ [mm]	12,30
CHLS	X [m]	577247,5820	X [m]	577247,5795	DX [mm]	2,50
	Y [m]	-6234437,6527	Y [m]	-6234437,6466	DY [mm]	-6,12
	Z [m]	1212416,1127	Z [m]	1212416,0983	DZ [mm]	14,41
C IQE	X [m]	609086,6826	X [m]	609086,6876	DX [mm]	-5,05
	Y [m]	-6246622,9026	Y [m]	-6246622,9060	DY [mm]	3,42
	Z [m]	1135491,8242	Z [m]	1135491,8242	DZ [mm]	-0,03
CRLP	X [m]	643206,6908	X [m]	643206,6946	DX [mm]	-3,83
	Y [m]	-6250876,3836	Y [m]	-6250876,3815	DY [mm]	-2,08
	Z [m]	1095086,2130	Z [m]	1095086,2167	DZ [mm]	-3,71
LBRA	X [m]	498667,0974	X [m]	498667,0858	DX [mm]	11,60
	Y [m]	-6249670,1848	Y [m]	-6249670,1924	DY [mm]	7,57
	Z [m]	1168939,9645	Z [m]	1168939,9641	DZ [mm]	0,34
LCRZ	X [m]	477017,7292	X [m]	477017,7141	DX [mm]	15,08
	Y [m]	-6242093,3742	Y [m]	-6242093,3667	DY [mm]	-7,50
	Z [m]	1217586,7895	Z [m]	1217586,7820	DZ [mm]	7,50
LIMN	X [m]	762717,4608	X [m]	762717,4603	DX [mm]	0,49
	Y [m]	-6235556,4500	Y [m]	-6235556,4436	DY [mm]	-6,42
	Z [m]	1099500,5458	Z [m]	1099500,5279	DZ [mm]	17,94
NEIL	X [m]	774610,4870	X [m]	774610,5005	DX [mm]	-13,56
	Y [m]	-6258471,5013	Y [m]	-6258471,4930	DY [mm]	-8,23
	Z [m]	952303,2368	Z [m]	952303,2480	DZ [mm]	-11,19
NYCO	X [m]	497578,6739	X [m]	497578,6780	DX [mm]	-4,13
	Y [m]	-6259494,7249	Y [m]	-6259494,7228	DY [mm]	-2,15
	Z [m]	1115958,9103	Z [m]	1115958,9240	DZ [mm]	-13,72
PJMZ	X [m]	734475,3552	X [m]	734475,3812	DX [mm]	-26,00
	Y [m]	-6265049,0544	Y [m]	-6265049,0215	DY [mm]	-32,94
	Z [m]	940580,5127	Z [m]	940580,5538	DZ [mm]	-41,12
PUNT	X [m]	565870,4283	X [m]	565870,4310	DX [mm]	-2,67
	Y [m]	-6256745,1775	Y [m]	-6256745,1583	DY [mm]	-19,14
	Z [m]	1098060,9469	Z [m]	1098060,9509	DZ [mm]	-3,95

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
QUEP	X [m]	639372,3522	X [m]	639372,3540	DX [mm]	-1,89
	Y [m]	-6260063,2074	Y [m]	-6260063,1950	DY [mm]	-12,46
	Z [m]	1037520,0691	Z [m]	1037520,0759	DZ [mm]	-6,87
RIDC	X [m]	651566,6892	X [m]	651566,6943	DX [mm]	-5,07
	Y [m]	-6250735,9410	Y [m]	-6250735,9319	DY [mm]	-9,13
	Z [m]	1091707,9152	Z [m]	1091707,9151	DZ [mm]	0,12
SAGE	X [m]	690231,0202	X [m]	690231,0336	DX [mm]	-13,35
	Y [m]	-6256292,3447	Y [m]	-6256292,3414	DY [mm]	-3,26
	Z [m]	1032020,8567	Z [m]	1032020,8694	DZ [mm]	-12,65
UCRI	X [m]	651221,1795	X [m]	651221,1836	DX [mm]	-4,09
	Y [m]	-6250477,0852	Y [m]	-6250477,0786	DY [mm]	-6,68
	Z [m]	1093509,3666	Z [m]	1093509,3680	DZ [mm]	-1,39
VERA	X [m]	560280,9959	X [m]	560280,9936	DX [mm]	2,32
	Y [m]	-6239744,2173	Y [m]	-6239744,2204	DY [mm]	3,05
	Z [m]	1193120,0060	Z [m]	1193119,9995	DZ [mm]	6,51

TC: Tipo de coordenada

N: norte

E: este

DN: Diferencia en norte

DE: Diferencia en este

Anexo 18. Coordenadas planas producto de la transformación de coordenadas para estaciones GNSS entre la semana 2238 y la semana 2342 mediante el modelo cinemático lineal transformación estimado

EST	Modelo		Originales		Diferencias	Valor
	TC	Valor	TC	Valor		
AACR	N [m]	1098983.5919	N [m]	1098983.5953	DN [mm]	-3.43
	E [m]	487070.5792	E [m]	487070.5823	DE [mm]	-3.16
BRBR	N [m]	1063943.8828	N [m]	1063943.8723	DN [mm]	10.47
	E [m]	629744.5629	E [m]	629744.5683	DE [mm]	-5.32
CHLS	N [m]	1219899.9657	N [m]	1219899.9527	DN [mm]	12.92
	E [m]	422413.7174	E [m]	422413.7155	DE [mm]	1.96
CIQE	N [m]	1141453.4913	N [m]	1141453.4906	DN [mm]	0.67
	E [m]	452809.0408	E [m]	452809.0455	DE [mm]	-4.69
CRLP	N [m]	1100315.5434	N [m]	1100315.5473	DN [mm]	-3.95
	E [m]	486292.3149	E [m]	486292.3189	DE [mm]	-4.02
LBRA	N [m]	1175891.8269	N [m]	1175891.8254	DN [mm]	1.50
	E [m]	342654.5972	E [m]	342654.5851	DE [mm]	12.18
LCRZ	N [m]	1225524.3942	N [m]	1225524.3886	DN [mm]	5.62
	E [m]	321906.4355	E [m]	321906.4210	DE [mm]	14.50
LIMN	N [m]	1105137.7757	N [m]	1105137.7591	DN [mm]	16.55
	E [m]	606744.9856	E [m]	606744.9859	DE [mm]	-0.34
NEIL	N [m]	955981.1154	N [m]	955981.1275	DN [mm]	-12.08
	E [m]	616178.7424	E [m]	616178.7569	DE [mm]	-14.43
NYCO	N [m]	1122027.7491	N [m]	1122027.7629	DN [mm]	-13.81
	E [m]	340544.0326	E [m]	340544.0369	DE [mm]	-4.35
PJMZ	N [m]	944039.2892	N [m]	944039.3343	DN [mm]	-45.13
	E [m]	575571.5695	E [m]	575571.5990	DE [mm]	-29.57
PUNT	N [m]	1103633.8490	N [m]	1103633.8561	DN [mm]	-7.14
	E [m]	408765.7923	E [m]	408765.7967	DE [mm]	-4.40
QUEP	N [m]	1042110.7910	N [m]	1042110.7998	DN [mm]	-8.78
	E [m]	481516.8720	E [m]	481516.8751	DE [mm]	-3.15
RIDC	N [m]	1096862.2023	N [m]	1096862.2037	DN [mm]	-1.36
	E [m]	494619.0760	E [m]	494619.0820	DE [mm]	-5.98
SAGE	N [m]	1036430.5212	N [m]	1036430.5340	DN [mm]	-12.78
	E [m]	532482.5882	E [m]	532482.6018	DE [mm]	-13.61
UCRI	N [m]	1098686.7551	N [m]	1098686.7575	DN [mm]	-2.44
	E [m]	494302.6278	E [m]	494302.6325	DE [mm]	-4.76
VERA	N [m]	1200289.8654	N [m]	1200289.8585	DN [mm]	6.92
	E [m]	404984.2528	E [m]	404984.2502	DE [mm]	2.61

TC: Tipo de coordenada

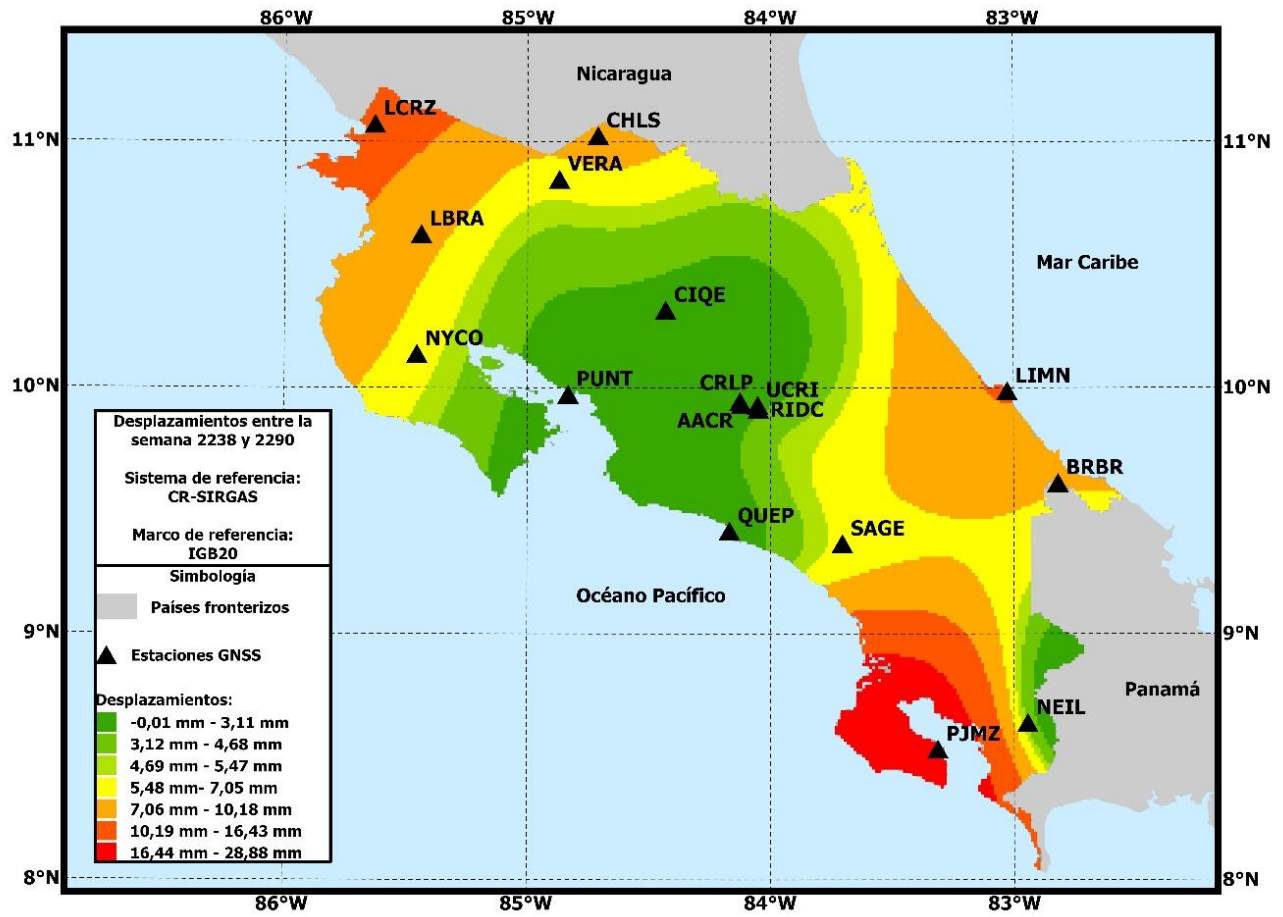
DN: Diferencia en norte

N: norte

DE: Diferencia en este

E: este

**Anexo 19. Desplazamientos en coordenadas planas obtenidos
de los vértices empleados en la transformación de
coordenadas entre la semana 2238 y 2290**



Anexo 20. Desplazamientos en coordenadas planas obtenidos de los vértices empleados en la transformación de coordenadas entre la semana 2238 y la 2316 y la transformación de coordenadas entre la semana 2238 y 2342

