

10 FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA, 2016.
9 al 11 de junio de 2016. Limón, Costa Rica

Experiencia docente en la Enseñanza de la Probabilidad por habilidades matemáticas en décimo año

M.Sc. Federico Mora Mora
Universidad Nacional de Costa Rica
federico.mora.mora@una.cr

Lic. Erick Pizarro Carrillo
Universidad Nacional de Costa Rica
erick.pizarro.carrillo@una.cr

Lic. Danny Ramírez Lobo
Universidad Nacional de Costa Rica
danny.ramirez.lobos@una.cr

Resumen: El cambio en los programas de estudio de Matemática motiva la necesidad de la elaboración de nuevas estrategias didácticas para la enseñanza de la Probabilidad. Mediante esta experiencia se pretende brindar a los docentes de secundaria una propuesta para el abordaje de la Probabilidad durante el desarrollo de sus clases.

Se expone la contextualización del cambio en los programas, tomando en cuenta entrevistas a los autores de la Reforma Matemática, asesores de Matemática y docentes que han sido capacitados y se mencionan los materiales didácticos disponibles tanto físicos como digitales más recientes.

Concluida esta etapa se presenta la unidad didáctica propuesta en la cual mediante situaciones de aprendizaje lúdicas se construyen los conceptos y habilidades matemáticas del tema.

Finalmente se diserta la puesta en práctica de la unidad didáctica con estudiantes de secundaria de décimo año, se enuncian recomendaciones y sugerencias para el trabajo de aula.

Palabras Clave: Probabilidad, Matemática, unidad didáctica, reforma matemática.

Introducción

Desde mayo del año 2012, el Ministerio de Educación Pública (MEP) aprobó nuevos programas en Matemática, donde se propone un cambio de visión para romper con el mito de que las matemáticas son difíciles y lograr superar los prejuicios que se tienen en la sociedad. La estrategia consiste en la participación activa de los estudiantes en la resolución de problemas asociados a su entorno físico, social o cultural, para la manipulación de objetos matemáticos y lograr la construcción de aprendizajes al pasar desde lo concreto hacia lo abstracto. Esto permitirá a los estudiantes realizar procesos matemáticos de una mayor complejidad en lugar de realizar operaciones mecánicas.

Se seleccionaron cinco áreas matemáticas donde se organizan los programas de estudio: números, medidas, geometría, relaciones y álgebra, y estadística y probabilidad. Muchas de los temas de estas áreas se están implementando como respuesta a las sugerencias y recomendaciones de expertos y según las nuevas tendencias educativas internacionales.

En particular, la Probabilidad adquiere mayor importancia en los nuevos programas. A partir de los años noventa se ha generalizado y potenciado su uso por su notable presencia en la vida, debido a que alimenta el sentido de la competencia matemática alrededor de la descripción de la realidad y el cultivo de la resolución de problemas en contextos diversos.

El reciente cambio en los programas de estudio de Matemática conlleva una serie de procesos que van desde capacitaciones a docentes, creación de materiales didácticos y la elaboración de estrategias didácticas para la enseñanza de los temas nuevos de las áreas.

Esta ponencia pretende brindar a los docentes de secundaria una propuesta para el abordaje de la Probabilidad durante el desarrollo de sus clases. Para ello se expone la contextualización del cambio en los programas tomando en cuenta entrevistas a especialistas en la materia, se mencionan los materiales didácticos disponibles tanto físicos como digitales, se presenta una unidad didáctica realizada con estudiantes de décimo año de secundaria y se enuncian recomendaciones para el trabajo de aula con la unidad didáctica propuesta.

Contextualización de la Probabilidad en los nuevos programas

La estadística y probabilidad adquieren mucha más importancia en este plan de estudio que en los anteriores, puesto que en ellos se menciona que es un área que permite visualizar mejor el papel de las matemáticas, contribuye con actitudes positivas en torno a esta disciplina y es un poderoso medio para la comprensión y organización de la información.

Para conocer con más detalle las razones por las cuales se pretende desarrollar y poner en la práctica la Probabilidad en nuestras aulas, se realizaron una serie de entrevistas a personas involucradas en los procesos: Edwin Chaves Esquivel, miembro del Comité de la Reforma de la Educación Matemática, Carlos Salazar Padilla, Asesor Nacional de Matemática y dos docentes de secundaria capacitados.

Se les consultó a los expertos la importancia de introducir la probabilidad en secundaria y comentaron que es una temática ausente del currículo nacional, que permite al estudiante una cultura en cuanto al manejo de situaciones aleatorias y está presente en los sistemas educativos a nivel internacional. Con respecto a los temas que se pretende desarrollar, están el concepto de situaciones aleatorias deterministas, eventos aleatorios, espacio muestral, ley de los grandes números y axiomas y propiedades básicas de Probabilidad.

Para lograr la adecuada inserción de estos temas en secundaria, se organizaron procesos de formación continua preparados por los miembros de la comisión de la Reforma, en donde el MEP contrató especialistas para impartir las capacitaciones a un grupo formado por los asesores de matemática y ochenta profesores en servicio escogidos, los cuales se encargaron posteriormente de facilitar los cursos a otros docentes en diferentes regiones.

Otra de las consultas realizadas fue si se consideró el perfil del docente en las capacitaciones y todos coincidieron en que ellos deben tener la formación para dar los nuevos contenidos y que una vez instaurados los programas, los profesores lo van a ir implementando en el proceso educativo.

Por último, se preguntó por los materiales didácticos que hay disponibles y según los encuestados no hay un libro oficial y solo existe un folleto elaborado por miembros del comité de los nuevos programas, que se utilizó en las capacitaciones y está en formato digital en el sitio web de la Reforma de la Matemática. Sin embargo, a pesar de que los programas son recientes y existe poca bibliografía oficial disponible distinta a la realizada por el MEP, existen varios libros de texto nuevos elaborados por editoriales y sitios web de consulta.

Unidad Didáctica

PROBABILIDAD

Habilidades Específicas

1. Deducir mediante situaciones concretas las reglas básicas (axiomas) de las probabilidades.
2. Deducir las propiedades relacionadas con la probabilidad de la unión y del complemento.
3. Aplicar los axiomas y propiedades básicas de probabilidades en la resolución de problemas e interpretar los resultados generados.
4. Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.

Contenidos

Reglas básicas de las probabilidades:

- $0 \leq P(A) \leq 1$, para todo evento A .
- Probabilidad del evento seguro es 1 y del evento imposible es 0.
- $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$, para eventos A y B mutuamente excluyentes.
- Probabilidad de la unión: $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B) - P(A \cap B)$.
- Probabilidad del complemento: $P(A^c) = 1 - P(A)$.

Situaciones de aprendizaje

- ◇ Se implementará el aprendizaje lúdico mediante el juego ruleta de casino.
- ◇ Los estudiantes jugarán de forma libre bajo la supervisión del docente.
- ◇ El docente hace preguntas sobre formas de ganar y posibles combinaciones de resultados.
- ◇ Se introduce el concepto de Probabilidad y se institucionalizan los resultados obtenidos durante el juego.

Juego “Ruleta”

Es un juego de azar donde los participantes juegan contra el casino.

La ruleta europea consta de 37 números, los naturales del 1 al 36, junto con una casilla 0. Se alternan los colores rojo y negro para los distintos números, excepto para el cero, que es de color verde.

Con esta actividad los estudiantes pueden aprender a manejar el cálculo de probabilidades y de las reglas de probabilidad de eventos.

Materiales

Se tiene un tapete, donde se realizan las apuestas. En dicho tapete, se presentan de forma ordenada, los 36 números en tres columnas de doce números cada una, también el cero, y otras casillas que ofrecen la posibilidad de apostar a los números pares e impares, rojos y negros, o bien, a los números del 1 al 18 o del 19 al 36. Se necesitan las fichas para marcar las apuestas.

Se necesita una tómbola o ruleta para lanzar el número ganador. Pero queda a disposición del docente elaborar la forma de elegir el número ganador.



Fuente: Creación propia

Experiencia docente

La puesta en práctica de esta unidad se llevó a cabo en dos escenarios.

Escenario 1: Colegio Público diurno

Se trabaja con estudiantes de un Colegio Público diurno de Heredia, primeramente se inicia con la explicación breve del juego, luego se procede a realizar grupos de seis personas y estos proceden a jugar durante unos 15 minutos para que se familiaricen con el juego. Una vez concluida esta primera etapa interviene el docente y procede a interactuar con los estudiantes acerca del juego.



Fuente: Colegio Público Diurno

Escenario 2: Estudiantes de Proyecto de Educación Abierta

La población meta en este caso fueron los estudiantes de la modalidad de educación abierta que deben conocer el concepto de probabilidad desde octavo año pero que por los recientes cambios en los programas no han trabajado con estos conceptos. Ante la necesidad de llevarles los contenidos de una forma más amena para ellos se llevó la ruleta. Algunos ya conocen el juego y hasta las reglas lo que hace que el desarrollo de la lección sea más dirigido hacia la Probabilidad.



Fuente: Proyecto Educación Abierta

Descritos ambos escenarios se explican las actividades.

Se inicia con un lanzamiento de prueba y los estudiantes apuestan a su decisión sin hablar de probabilidades.

Inicia la participación del docente con preguntas como:

- ¿Cuántas posibilidades tiene de ganar una persona que apostó a un solo número?
- ¿Cuántas posibilidades tiene de ganar alguien que apostó a los pares?

Y se analiza de los estudiantes jugadores, cual tiene las posibilidades más altas de ganar.

Con estas preguntas se evidencia que las posibilidades no son iguales para todos los participantes del juego y entre ellos se dan ideas para poder ganar o poder hacer apuestas más probables.

Se define en este momento el concepto de Probabilidad Laplaciana o Ley de Laplace al ser todos eventos equiprobables en la ruleta, como:

$$P(A) = \frac{\text{cantidad de eventos favorables}}{\text{total de eventos posibles}}$$

En este momento se hablará de probabilidades para cada una de las apuestas.

Se sigue el juego con preguntas como:

- ¿Cuál es la probabilidad de ganar si se le apuesta al 0?
- ¿Cuál es la probabilidad de ganar si se apuesta a dos números independientes?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un mismo número gane dos veces consecutivas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un número no sea menor que 24?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número rojo o negro?

Se introduce el concepto de unión de eventos y de las probabilidades al ser eventos mutuamente excluyentes y se introduce el concepto de complemento de un evento, estos conceptos se introducen y se calculan sus probabilidades enunciándose más tarde como las reglas básicas.

Evaluación

Dado que se busca que el estudiante deduzca y aplique las propiedades de las probabilidades se puede proponer la siguiente evaluación para el trabajo de aula:

- a. ¿Cuál es la probabilidad de ganar si se le apuesta a 8 números?
- b. Si le apostara tanto al color negro como el rojo ¿sería un evento determinista?
- c. ¿Cuál es la probabilidad de obtener el cero o un número rojo?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor a 18 y que este sea negro?

Con este tipo de preguntas se pretende que el estudiante logre madurar las habilidades alcanzadas en el juego de la ruleta y a la vez permita corregir errores que se presenten, con la finalidad de interpretar situaciones y argumentar conclusiones que favorezcan la toma de decisiones.

En lo que concierne a las pruebas escritas se debe seguir la misma línea trabajada en clase, no se puede salir de lo planteado en las habilidades. Si se desea lograr un peldaño más en cuanto a análisis de problemas estos deben ser propuestos como extra clase porque le permite al estudiante analizar con tiempo el problema y realizar consultas al docente.

Para finalizar la actividad se brinda una capsula histórica acerca del juego.

“En 1913, específicamente un 18 de agosto, sucedió un hecho poco común en una de las ruletas del casino de Montecarlo, cayó 26 veces consecutivas el color negro, lo cual es conocida como la falacia de Montecarlo o falacia del jugador. Los jugadores presentes esa noche dejaron de jugar en las otras mesas para observar un hecho histórico, pues nunca habían observado una serie repetitiva tan larga. Los jugadores de esa mesa perdieron mucho dinero esa noche del 18 de agosto, por una percepción errónea de las probabilidades, pues consideraban que al caer el negro varias veces consecutivas estaría próximo a caer el color rojo por lo tanto realizaban grandes apuestas al color rojo, precisamente esta es la falacia ya que un evento es independiente del otro por lo tanto la probabilidad de obtener rojo o negro para cada jugada sigue siendo la misma”.

El objetivo de la lectura final de la actividad es hacer uso de la historia de la matemática para motivar al estudiante en el estudio del tema y mostrar la importancia que ha tenido en el pasado. Se recomienda discutir con los estudiantes los aspectos que les llame la atención y al docente hacer un cierre de manera que se reflejen los resultados logrados.

Conclusiones

El objetivo principal del trabajo realizado fue presentar a los docentes de secundaria una propuesta para introducir el tema de probabilidad a estudiantes de décimo año, por medio de actividades lúdicas donde el estudiante mediante el juego con situaciones cotidianas manipulara los conceptos en forma intuitiva y los aprendiera con la orientación del profesor.

Se pudo observar que la mayoría de los estudiantes disfrutó la actividad pues el hecho de tener que pensar y hacer pruebas se les hizo muy ameno y lograron aprender los conceptos de manera sencilla tal y como se propone en los nuevos programas educativos del MEP. Se observó a los discentes más preocupados por la generación de conocimiento que por otras actividades; es decir, ningún estudiante estuvo distraído con aparatos electrónicos ni se encontraron hablando de otros temas que no estuvieran relacionados. Además, con la lectura en el cierre de la actividad se presentó la importancia del tema a través de la historia y se creó un ambiente de discusión donde se logra una retroalimentación para el educador.

Los estudiantes aprendieron que con el juego de la ruleta se puede encontrar utilidad al tema estudiado y es muy común en la vida cotidiana para la toma de decisiones, también se comprobó que disfrutaron jugando y comentaron que este tipo de aprendizaje es muy enriquecedor, pues ellos fueron capaces de descubrir los conocimientos por sí mismos de manera autodidacta y utilizarlos de manera práctica.

Aunque se trabajó con dos escenarios distintos, en ambos se lograron las habilidades propuestas, por lo cual es una situación de aprendizaje que se puede adecuar a la población que se desee. Por ejemplo, el docente puede adaptar la actividad mediante una trasposición didáctica similar a la presentada para introducir el concepto de probabilidad laplaciana en otros niveles como en octavo año.

Una vez finalizada la actividad se pueden proponer problemas donde apliquen las propiedades de las probabilidades y asociarlos con las operaciones de conjuntos, para lograr las habilidades generales del área de Probabilidad.

En conclusión, la actividad cumplió con los objetivos propuestos. De parte del docente se lograron abarcar los contenidos en la unidad didáctica en un tiempo prudencial y se pudo confirmar que los

estudiantes aprendieran las reglas básicas de probabilidad. Y por parte de los estudiantes, se lograron los objetivos didácticos y se disfrutaron las situaciones de aprendizaje.

Referencias Bibliográficas

Barboainu C, Guerreo R (2008). *Probabilidades y utilidades en la ruleta*. Editorial INFAROM.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). Programas de estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado. Costa Rica: autor.

Paenza, A. (2012). *Matemática para todos*. Primera edición, Argentina. Buenos aires: sudamericana.