

Editorial

Aproximaciones socioculturales a la Modelación en Educación Matemática. Aportes de una comunidad latinoamericana

Jhony Alexander Villa-Ochoa¹

Milton Rosa²

María Elena Gavarrete³

La modelación matemática es un dominio de investigación dentro de la Educación Matemática (Blum, Galbraith, Henn, y Niss, 2007). Su grado de consolidación se observa en la cantidad de eventos académicos, revistas científicas y colecciones de libros especializados que centran su interés en la temática. Este interés se fundamenta en la relevancia que tienen los contextos y conexiones en la producción de significados matemáticos, así como en el desarrollo de competencias, habilidades, visiones y para la participación ciudadana.

En una comprensión amplia, la modelación matemática puede asociarse con el establecimiento de relaciones entre las matemáticas y el mundo extramatemático (Blum, 2015; Blum et al., 2007). Esta consideración trae consigo complejidades filosóficas frente a la relación entre la matemática y la realidad (Araújo, 2009). Esta dicotomía ha posibilitado las investigaciones para que la modelación sirva de “proceso conector” entre la matemática y la realidad. En esta visión, se han construido representaciones de ciclos que buscan “retratar” la actividad matemática que se realiza en la modelación; por ejemplo, Blum y

¹ Profesor Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia (Colombia). Coordinador de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática y del Grupo MATHEMA-Formación e Investigación en Educación Matemática de la Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Email: jhony.villa@udea.edu.co

² Doutor em Educação, Liderança Educacional, California State University, Sacramento. Professor Adjunto IV, no Departamento de Educação Matemática, da Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MinasGerais, Brasil. Email: milton@ufop.edu.br

³ Profesora e Investigadora en la Escuela de Matemáticas de la Universidad Nacional de Costa Rica, San José, Costa Rica. Editora asociada de la Revista Latinoamericana de Etnomatemática. Email: marielgavarrete@gmail.com

Leiß (2007) describieron un ciclo que integra siete fases que son altamente compatibles con la práctica profesional de los especialistas en matemática aplicada. Conforme Blum (2015) ha puntualizado, en la investigación en Educación Matemática, estos ciclos se han aportado a los análisis cognitivos y se han configurado en la literatura como una mezcla de matemática aplicada, lingüística y psicología cognitiva. Bajo estas consideraciones, la enseñanza y el aprendizaje de la modelación se entiende como el desarrollo de la competencia de modelación y las respectivas subcompetencias (Blum, 2015), es decir, para el desarrollo de la capacidad para llevar a cabo ese ciclo/proceso.

En otra perspectiva, la modelación puede comprenderse como una práctica de articulación entre dos entes, para actuar en uno de ellos a partir del otro. Esta *actuación* es diversa; por ejemplo, Arrieta Vera y Díaz Moreno (2015) apuntan que a través de los modelos matemáticos (Ente modelador) se puede hacer predicción, el diagnóstico o la evaluación de situaciones o fenómenos (Ente modelado). En el ámbito de la Educación Matemática, la modelación se considera como un ambiente de aprendizaje asociado con el estudio, la problematización y la investigación de problemas no matemáticos por medio de las matemáticas (Barbosa, 2003). En este tipo de ambientes se constituye una visión en la que la modelación no solo es una herramienta para aprender matemáticas o desarrollar habilidades matemáticas, sino que, más allá de ello, debe permitir comprender de forma crítica situaciones cercanas a la realidad del estudiante por medio de las matemáticas y ofrecer la oportunidad de representar, analizar, modelar y tomar decisiones respecto a la situación (Araújo, 2012). En esta visión, se reconoce que la modelación matemática, en el ámbito de la educación matemática, se desarrolla en contextos escolares, con propósitos y prácticas (formas de hacer) que no siempre son equivalentes con las de la matemática aplicada. De acuerdo con Barbosa (2004), son diversos los aspectos que hacen que lo que ocurre al interior de las aulas tenga una naturaleza diferente, aunque no disjunta, de la actividad de los profesionales en matemática aplicada.

Con el ánimo de contribuir a las reflexiones sobre la modelación matemática en el ámbito de la Educación Matemática colombiana, se constituyó un colectivo denominado: Red Colombiana de modelación en Educación Matemática (RECOMEM). Este colectivo tuvo su génesis hace 10 años en el Encuentro Colombiano de Matemática Educativa celebrado

en la Universidad Popular del Cesar. Desde su conformación, la Red ha estado conformada por profesores, investigadores y estudiantes que están interesados en el desarrollo, docencia e investigación de la modelación en Colombia. En las investigaciones de integrantes de la Red se reconocen los aportes en relación con:

- las contribuciones de la implementación de problemas auténticos de modelación para el aprendizaje de las matemáticas (Borja, 2017; Muñoz et al., 2014; Quiroz et al. 2015; Vélez et al. 2015).
- El estudio y comprensión de las matemáticas y del conocimiento de aspectos propios de la cultura (Villa-Ochoa y Berrio 2015).
- La comprensión de factores que intervienen en el hecho que los profesores puedan privilegiar el uso de los problemas rutinarios (Villa-Ochoa, 2015).
- Orientaciones y aspectos críticos en la manera en que se pueden diseñar y desarrollar ambientes de clase que favorezcan la participación y el desarrollo de visiones críticas y políticas de los estudiantes (Camelo-Bustos et al., 2017; Camelo Bustos et al, 2016; Parra-Zapata y Villa-Ochoa, 2016; Parra-Zapata et al., 2016).
- Aspectos que contribuyen a la formación de ingenieros (Rendón-Mesa et al, 2016) o que pueden obstaculizar el desarrollo de la modelación en estos profesionales (Plaza Gálvez, 2016).
- El estudio de las posibles estrategias de enseñanza que posibilitará aproximar y relacionar los saberes escolares y la cotidianidad a través de la etnomodelación (Rosa y Orey, 2010; Rosa y Orey, 2015).
- La organización de situaciones didácticas en una perspectiva etnomatemática utiliza la modelación como uno de los posibles caminos para concretizarse un trabajo centrado en una perspectiva cultural en la sala de clase (Rosa y Orey, 2013).

Estos trabajos son una muestra de las elaboraciones de la red que evidencian la preocupación por evidenciar que los roles de la modelación no se agotan en la visión de herramienta, método o estrategia para el desarrollo de habilidades y el aprendizaje de las matemáticas. Con esta preocupación, integrantes de la RECOMEM, en consorcio con la Red Latinoamericana de Etnomatemática decidieron convocar a autores latinoamericanos

para presentar sus contribuciones sobre la modelación matemática en perspectivas socioculturales.

CONTRIBUCIONES DEL PRESENTE NÚMERO A LA INVESTIGACIÓN Y LA DOCENCIA EN MODELACIÓN MATEMÁTICA

El presente número de la Revista (Vol. 11, No 1) contiene nueve artículos en los que circulan diferentes aproximaciones socioculturales de la modelación. En los artículos de investigación se destacan los aportes de la socioepistemología (Mendoza-Higuera & Cordero-Osorio, 2018; Jiménez, 2018); de la Etnomatemática (Madruga y Breda, 2018; Orey y Rosa, 2018; Cortes, Orey y Rosa, 2018) y de una perspectiva crítica y sociopolítica de la Educación Matemática (Vanegas-García y Camelo-Bustos, 2018). Por su parte, Orey y Rosa (2018) y Cortes y colaboradores (2018) fundamentan sus trabajos en el constructo *Etnomodelación*; para los investigadores, este constructo es una forma de dar sentido a una práctica de modelación que tiene en cuenta los procedimientos y prácticas matemáticas desarrolladas por los miembros de grupos culturales distintos.

Otros trabajos construyeron una visión teórica a partir de la conjunción de teorías y constructos teóricos diferentes; por ejemplo, Toledo-Chicaiza y Cruz-Rojas (2018) retoman algunos principios de la Educación Matemática Realista para estudiar un fenómeno propio de la cultura de los estudiantes y poder promover el aprendizaje de los números racionales en su representación decimal; por su parte, Molina-Toro, Villa-Ochoa y Suárez-Téllez (2018) hicieron la conjunción de aspectos teóricos del constructo Humanos-con-Medios y la socioepistemología para desarrollar la visión de modelación como ambiente de experimentación-con-graficación-y-tecnología.

En las perspectivas de los autores de este número existen comprensiones diferenciadas de la modelación, de sus propósitos y alcances en el ámbito de la Educación Matemática; así, por ejemplo, la modelación se consolidó como parte de un ambiente para el estudio de la función seno (Molina-Toro et al., 2018), las operaciones con números racionales (Toledo-Chicaiza y Cruz-Rojas, 2018), el concepto de función (Cortes et al., 2018) y la diferencial (Jiménez, 2018). En las tres primeras temáticas puede evidenciarse una comprensión y uso de la modelación en la que se busca matematizar determinadas ideas, procedimientos o

prácticas matemáticas presentes en la cotidianidad de diferentes grupos culturales. En este sentido, esta matematización es una forma de trabajar con la perspectiva sociocultural de las matemáticas. Por otra parte, Jiménez (2018) apela al concepto de “acto de modelación” como componente de una práctica social y, a partir de ella, describe diferentes actos que intervienen en la producción de significados de la diferencial como razón de cambio.

En una dirección diferente, pero también en el marco de la modelación como una práctica social, Mendoza-Higuera y Cordero-Orsorio (2018) buscaron revelar los usos del conocimiento matemático y sus resignificaciones en una comunidad de conocimiento matemático de ingenieros biónicos. A través de su estudio, estos investigadores dan cuenta que los usos matemáticos propios de los ingenieros no están en relación con la matemática escolar habitual para éstos; según los autores, el caso de las ecuaciones diferenciales pone en evidencia que para los ingenieros es “una instrucción que organiza comportamientos”, mientras que para la matemática escolar es “hallar una solución que no se conoce” (p. 36).

La modelación como una práctica en el estudio de un fenómeno de movimiento también fue el centro del trabajo de Cárdenas-Córdoba y Suárez-Poveda (2018); este trabajo muestra que la modelación se convierte en una forma de estudiar el pateo en el Taekwondo (Dollyo Chagui). A través de técnicas matemáticas y computacionales se pueden describir comportamientos y patrones que contribuyen a comprender en detalle este fenómeno y, al mismo tiempo, con proyectar mejoras en la práctica deportiva. Si bien es cierto que las prácticas evidenciadas en este trabajo convergen en gran medida con las de los matemáticos aplicados; también es cierto que el esfuerzo no estuvo centrado solo en la construcción de un modelo matemático, sino en el desarrollo de las “relaciones de uso” de tales modelos en la comprensión y mejoramiento de las prácticas del fenómeno; este uso del modelo para el estudio, comprensión, control, descripción o predicción, también hacen parte de aproximaciones socioculturales de la modelación.

La modelación, en el estudio de Madruga y Breda (2018), trasciende el adjetivo matemático. Para las autoras, existen varias prácticas de modelación que se pueden equiparar entre sí y develar estrechas relaciones, aun cuando hace parte de campos aparentemente disjuntos. A partir de una concepción de modelación que recrea acciones y

procesos, las autoras pudieron inferir que estas acciones y procesos también están presentes en algunos de los participantes de las alegorías las fiestas del Carnaval brasileiro.

A MANERA DE CIERRE

Conforme se mencionó al comienzo de este documento, en el ámbito internacional el centro de atención ha estado en los procesos cognitivos por los que atraviesa el modelador (profesores o estudiantes). La modelación en una perspectiva cognitiva ha sido la rama predominante en las últimas cuatro décadas (Schukajlow, Kaiser, y Stillman, 2018). En miradas alternativas como las presentadas en los artículos de este número, el énfasis se pone en aspectos como: los intereses de los sujetos que modelan, sus relaciones con la cultura y las comunidades en las que se involucra, las necesidades e intereses que motivan el estudio de fenómenos a través de la matemática, y el uso no subordinado de contextos, los conocimientos propios de la sociedad y la cultura.

Este número de la revista ofrece contribuciones sobre el desarrollo de la modelación en aproximaciones socioculturales; por un lado, se resalta el rol de la modelación como herramienta para promover el desarrollo de visiones críticas y el aprendizaje de algunos contenidos matemáticos. En esta visión como herramienta se pone en evidencia que para algunos investigadores los desarrollos cognitivos de las matemáticas escolares, no siempre son disyuntos de aproximaciones socioculturales. Por otro lado, la modelación se observa como una práctica o actividad en la producción de conocimiento. Las visiones como herramienta y práctica se observan complementarias en este número. Esta complementariedad de las dos aproximaciones permite considerar la modelación como una de las posibles estrategias de enseñanza en las que los *saberes*, “*haceres*” escolares no se desvinculan de los medios con los cuales se construyen en la cotidianidad. Aun así, sigue existiendo la necesidad de más investigaciones en las que esta “vinculación” cobra mayor relevancia en las aulas de matemática.

Invitamos a los lectores para que analicen los aportes de cada uno de los autores y los pongan en discusión con los desarrollos empíricos y los posicionamientos teóricos propios. En ese sentido, se espera que este número especial se consolide como un foro en el cual profesores y académicos discutan sobre nuevas visiones y alcances de la modelación en

contextos escolares. Se espera con ello, seguir aportando a la gestión y organización de ambientes de clase en los que la modelación pueda concebirse como uno de los posibles caminos para concretizarse un trabajo centrado en una perspectiva sociocultural de la Educación Matemática.

REFERENCIAS

- Araújo, J. L. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *ALEXANDRIA. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55–68.
- Araújo, J. L. (2012). Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(43), 839–859. Doi: [10.1590/S0103-636X2012000300005](https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000300005)
- Arrieta Vera, J., & Díaz Moreno, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socio epistemología, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 19-48. Doi: [10.12802/relime.13.1811](https://doi.org/10.12802/relime.13.1811)
- Barbosa, J. C. (2003). Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva*, 27(98), 65-74.
- Barbosa, J. C. (2004). Modelagem matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, 4, 73-80.
- Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? In In: S. Cho (ed). *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 73–96). Cham: Springer
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education. A 14th ICMI Study*. Boston, MA: Springer US.
- Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? In: C. Haines et al. (Eds), *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics*. (pp. 222-231).Chichester: Horwood.
- Borja, D.F. (2017). Propuesta pedagógica: matemáticas en contexto. *Revista Rutas de formación: prácticas y experiencias*, 3, 60-67. Doi: [10.24236/24631388.n3.2016.636](https://doi.org/10.24236/24631388.n3.2016.636)
- Camelo Bustos, F. J., Perilla Triana, W. Y., & Mancera Ortiz, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 67-84.
- Camelo-Bustos, F.J.; Araújo, J. L. & Macera, G. (2017). El proceso de familiarización de un profesor con la modelación matemática: el caso de Wilson. *Educere et educare*, 12(24), 1-20

- Cárdenas-Córdoba, J. H., & Suárez-Poveda, J. J. (2018). Modelación matemática computacional en la ejecución de técnicas de pateo en el Taekwondo (Dollyo Chagui). *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 234-249.
- Cortes, D. P. O., Orey, D. C., & Rosa, M. (2018). Consolidando a perspectiva sociocultural da modelagem matemática por meio da etnomodelagem. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 13-35.
- Jiménez, J. V. (2018). Resignificar la diferencial en y con prácticas de modelación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 139-178.
- Madruga, Z. E. de F., & Breda, A. (2018). Criação de sambas enredos: relações entre modelagem e etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 62-86.
- Mendoza-Higuera, E. J., & Cordero-Osorio, F. (2018). La Modelación en las Comunidades de Conocimiento Matemático. El Uso de las Matemáticas en Ingenieros Biónicos. El Caso de la Estabilidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 36-61.
- Molina-Toro, J. F., Villa-Ochoa, J. A., & Suárez-Téllez, L. (2018). La modelación en el aula como un ambiente de experimentación-con-graficación-y-tecnología. Un estudio con funciones trigonométricas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 87-115.
- Muñoz Mesa, L. M., Londoño, S. M., Jaramillo, C. M., & Villa-Ochoa, J. A. (2014). Contextos Auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (42), 48-67.
- Orey, D. C., & Rosa, M. (2018). Explorando a abordagem dialógica da etnomodelagem: traduzindo conhecimentos matemáticos local e global em uma perspectiva sociocultural. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 179-210.
- Parra-Zapata, M.M. & Villa-Ochoa, J. A. (2016). Interacciones y contribuciones. Formas de participación de estudiantes quinto grado en ambientes de modelación matemática. *Actualidades investigativas en educación*, 16(3), 1-27. DOI:10.15517/aie.v16i3.26084
- Parra-Zapata, M. M., Rendón-Mesa, P. A., Molina-Toro, J. F., Sánchez-Cardona, J., Ocampo-Arenas, M. C., & Villa-Ochoa, J. A. (2017). Participación de profesores en un ambiente de formación online. Ejemplo de un diseño en modelación matemática. *Revista Virtual Universidad Católica Del Norte*, (50), 3–20.
- Plaza Gálvez, L.F (2016). Obstáculos presentes en modelación matemática. caso ecuaciones diferenciales en la formación de ingenieros. *Revista Científica*, 25(1), 176-187. Doi:10.14483/udistrital.jour.RC.2016.25.a1
- Quiroz S.M.R., Orrego S.M.L., López C.M.J. (2015). Measurement of Area and Volume in an Authentic Context: An Alternative Learning Experience Through Mathematical Modelling. In: G. Stillman, W. Blum, M. S. Biembengut (eds). *Mathematical*

Villa-Ochoa, J. A.; Rosa, M. & Gavarrete, M. E. (2018). Aproximaciones socioculturales a la modelación en Educación Matemática. Aportes de una comunidad latinoamericana. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 4-12.

Modelling in Education Research and Practice. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. (pp. 229-240). Cham: Springer.

- Rendón-Mesa, P.A.; Esteban, P.V. & Villa-Ochoa, J. A. (2016). Articulación entre la matemática y el campo de acción de un futuro ingeniero de diseño de producto. Componentes de un proceso de modelación matemática. *Revista de la Facultad de Ingeniería U.C.V.*, 31(2), 21-36.
- Rosa, M. & Orey, D. C. (2010). Ethnomodeling as a pedagogical tool for the ethnomathematics program. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 3(2), 14-23.
- Rosa, M. & Orey, D. C. (2013). Etnomatemática e modelagem: a análise de um problema retórico babilônio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 6(3), 80-103.
- Rosa, M. & Orey, D. C. (2015). Three approaches in the research field of ethnomodeling: emic (local), etic (global), and dialogical (glocal). *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 364-380.
- Schukajlow, S., Kaiser, G., & Stillman, G. (2018). Empirical research on teaching and learning of mathematical modelling: a survey on the current state-of-the-art. *ZDM - Mathematics Education*, 50(1-2), 5-18. Doi 10.1007/s11858-018-0933-5
- Toledo Chicaiza, Z. P., & Cruz, Rojas, G. A. (2018). Una propuesta para la enseñanza de los números decimales en un contexto agrícola. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 116-138.
- Vanegas-García, D. M., & Camelo-Bustos, F. J. (2018). Contribuciones al desarrollo del pensamiento crítico en prácticas de modelación matemática: altas en el SITP. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 211-233.
- Vélez J.L.B., Orrego S.M.L., López C.M.J. (2015) Activation of Student Prior Knowledge to Build Linear Models in the Context of Modelling Pre-paid Electricity Consumption. In: G. Stillman, W. Blum, M.S. Biembengut (eds). *Mathematical Modelling in Education Research and Practice. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling.* Cham: Springer.
- Villa-Ochoa, J. A., & Berrío, M. J. (2015). Mathematical Modelling and Culture: An Empirical Study. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice, International Perspectives on the Teaching and Learning* (pp. 241-250). Cham: Springer.