

Universidad Nacional

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Escuela de Matemática

***Conocimiento del profesorado de matemáticas en servicio sobre el diseño de pruebas escritas
que evalúan el desarrollo de habilidades geométricas de estudiantes de octavo año de la
Educación General Básica en Costa Rica***

Proyecto sometido a consideración de la Comisión de Trabajos Finales de Graduación de la Escuela de Matemática como requisito parcial para la presentación de Trabajo Final de Graduación para optar por el grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática en la modalidad de Tesis.

Estudiantes:

Bach. Andrés Cerdas Barquero.

Bach. Alejandra Ramírez Flores.

Comité Asesor:

Tutor: Dr. José Romilio Loría Fernández.

Asesor: Dr. Miguel Picado Alfaro.

Asesora: M.Sc. Jennifer Fonseca Castro.

Campus Omar Dengo

Heredia, Costa Rica

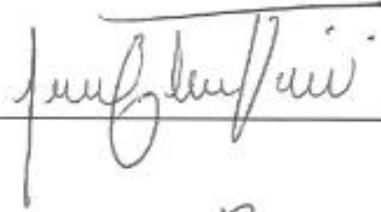
Fecha (08/mayo/2024)

Este trabajo final de graduación ha sido aceptado y aprobado por el Tribunal Examinador de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, como requisito parcial para optar al grado de Licenciatura en la Enseñanza de las Matemáticas.

M.Sc. Jessenia Chavarría Vásquez

Representante del Decano

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



Dr. Ronny Gamboa Araya

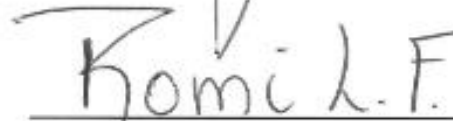
Representante de la Dirección

Escuela de Matemática



Dr. José Loria Fernández

Tutor



Dr. Miguel Picado Alfaro

Asesor



M.Sc. Jennifer Fonseca Castro

Asesora



Bach. Andrés Cerdas Barquero

Estudiante



Bach. Alejandra Ramírez Flores

Estudiante



Agradecimientos

Primeramente, agradezco a Dios y a la Virgen de los Ángeles, quienes me han dado la fuerza para continuar y concluir la carrera en Enseñanza de la Matemática en la UNA.

Agradezco a mi abuela, quien ya no está en este mundo, pero siempre la sentí presente en este proceso tan importante para mi vida.

Sin ayuda de mi familia y mi mejor amiga no hubiera culminado esta etapa tan importante, les agradezco con el corazón el haber estado presente desde el día uno de iniciada mi carrera.

A mi compañera Alejandra, ya que sin el trabajo de ambos no hubiéramos culminado con éxito esta investigación.

Finalmente, agradezco el acompañamiento de nuestro tutor Romilio y nuestro comité asesor Jennifer y Miguel, quienes estuvieron presentes desde el día uno de iniciada esta investigación, sin su ayuda y su guía no hubiera sido posible este trabajo.

Andrés Cerdas Barquero

Primeramente, quiero agradecer a Dios quien me acompañó en este proceso y en cada etapa de mi vida. Estoy inmensamente agradecida con todas las personas que me guiaron y apoyaron a lo largo de la elaboración de nuestro trabajo.

Agradezco especialmente a mi madre y a mi familia que me motivaron e impulsaron constantemente para concluir todo este proceso.

Quiero agradecer a Andrés, por haber realizado este proyecto conmigo, por apoyarnos, complementarnos, soportar todos los regaños y discusiones que tuvimos.

Finalmente, al profesor Ronny por siempre estar dispuesto a atender nuestras dudas y ayudarnos a perfeccionar nuestro trabajo. A nuestro comité por siempre estar brindándonos el acompañamiento que necesitábamos.

Alejandra Ramírez Flores

Índice General

CAPÍTULO I	1
Planteamiento de la Investigación	1
1.1. TEMA DE INVESTIGACIÓN	1
1.1.1. Planteamiento del Problema	2
1.1.2. Problema de investigación	3
1.1.3. Justificación	3
1.2. ANTECEDENTES	6
1.2.1. Conocimiento del docente	6
1.2.2. Conocimiento geométrico del docente	8
1.2.3. Conocimiento del docente sobre la prueba escrita	10
1.3. OBJETIVOS	14
1.3.1. Objetivo General	14
1.3.2. Objetivos Específicos	14
CAPÍTULO II	16
Marco teórico	16
2.1. CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS	16
2.1.1. Conocimiento matemático	16
2.1.2. Conocimiento didáctico del contenido	18
2.2. NOCIONES BÁSICAS DEL CURRÍCULO COSTARRICENSE	21
2.2.1. Noción de competencia	21
2.2.2. Noción de competencia matemática	22
2.2.3. Enfoque funcional del aprendizaje matemático	23
2.3. TAREAS MATEMÁTICAS ESCOLARES	29
2.3.1 Variables de tarea	29
2.3.2. Funciones de las tareas	30
2.3.3. Importancia de la selección y el diseño de tareas	31
2.3.4. Tareas de evaluación	32
2.4. EVALUACIÓN	33
2.4.1. Tipos de evaluación	35

2.4.2. Prueba escrita.....	36
2.4.3. Evaluación de la competencia matemática escolar	39
CAPÍTULO III.....	44
Marco Metodológico	44
3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN	44
3.2. FUENTES DE INFORMACIÓN.....	45
3.2.1. Participantes.....	45
3.2.2. Pruebas escritas.....	47
3.3. CATEGORÍAS DE ANÁLISIS	47
3.3.1 Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK).....	47
3.3.2. Tareas de evaluación (TE).....	48
3.3.3. Diseño de la prueba escrita (DPE).....	49
3.4. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	51
3.4.1. Encuesta	51
3.4.2. Entrevista semiestructurada	52
3.4.3. Análisis documental	54
3.5. FASES PARA LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.....	56
3.6. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.....	65
3.6.1. Técnica de análisis de la información.....	65
3.6.2. Criterio de validez de los resultados.....	67
Análisis de resultados	70
4.1. CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO QUE SE REQUIERE EN LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA	70
4.2. CONOCIMIENTO EVALUATIVO ESPERADO EN LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA	74
4.3. DISEÑO DE LA PRUEBA: ACCIÓN DOCENTE	78
4.4. LA PRUEBA ESCRITA PARA EVALUAR COMPETENCIAS GEOMÉTRICAS.....	93
4.5. CONOCIMIENTO DEL PROFESORADO SOBRE LA EVALUACIÓN DE COMPETENCIAS GEOMÉTRICAS	105
4.5.1. Tareas de evaluación.....	105
4.5.2. Diseño de la prueba escrita	109
4.5.3 Diseño de una evaluación auténtica.....	112

CAPÍTULO V	114
Conclusiones y recomendaciones	114
5.1 CONCLUSIONES	114
5.2. RECOMENDACIONES.....	122
5.3. LIMITACIONES DEL ESTUDIO	123
5.4. LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN.....	123
Referencias.....	125
Anexo 1.....	126
<i>Conocimientos y habilidades geométricas específicas de octavo año de la Educación General Básica que permiten el desarrollo de las habilidades geométricas generales del III Ciclo de la Educación General Básica.</i>	126
Anexo 2.....	128
<i>Indicadores de Evaluación para cada habilidad geométrica específica.</i>	128
Anexo 3.....	131
<i>Tabla que certifica la validez de la prueba</i>	131
Anexo 4.....	133
<i>Pautas para redactar los enunciados y opciones de los ítems objetivo según Torres et al. (2011).</i>	133
Anexo 5.....	135
<i>Pautas para redactar los enunciados y opciones de los ítems de desarrollo según Torres et al. (2011).</i>	135
Anexo 6.....	136
<i>Consentimiento informado del cuestionario para el docente de matemática</i>	136
Anexo 7.....	138
<i>Cuestionario para el docente de matemática versión final</i>	138
Anexo 8.....	147
<i>Consentimiento informado de la guía de entrevista al asesor</i>	147
Anexo 9.....	149
<i>Guía de entrevista al asesor de matemática versión final</i>	149
Anexo 10.....	152
<i>Guía de entrevista al docente de matemática versión final.</i>	152
Anexo 11.....	154

<i>Guía de análisis de las pruebas escritas versión final</i>	154
Anexo 12.....	155
<i>Análisis de sujetos, técnicas y actividades para el logro de objetivos específicos</i>	155
Anexo 13.....	160
<i>Síntesis del trabajo Final de Graduación de Ramírez, A y Cerdas, A.</i>	160
Anexo 14.....	165
<i>Habilidades específicas e indicadores geométricos para el nivel de octavo año según MEP (2012).</i>	165

Índice de Tablas

Tabla 1.	27
<i>Situaciones y contextos de la resolución de problemas</i>	27
Tabla 2.	28
<i>Niveles de complejidad de las tareas matemáticas</i>	28
Tabla 3.	50
<i>Tipos de ítems.</i>	50
Tabla 4.	79
<i>Cuadro comparativo sobre las tareas de homotecia.</i>	79

Índice de Figuras

Figura 1.	15
<i>Resumen del planteamiento de la investigación.</i>	15
Figura 2.	20
<i>Modelo del Conocimiento Especializado del profesor de Matemáticas.</i>	20
Figura 3.	30
<i>El rol de las tareas.</i>	30
Figura 4.	31
<i>Selección y diseño de tareas</i>	31
Figura 5.	40
<i>Focos que contempla la evaluación de las competencias.</i>	40
Figura 6.	41
<i>Características de la evaluación auténtica.</i>	41

Figura 7.....	43
<i>Resumen del marco teórico.....</i>	43
Figura 8.....	50
<i>Codificación para el análisis de la información.....</i>	50
Figura 9.....	55
<i>Relación de los instrumentos con los objetivos.....</i>	55
Figura 10.....	65
<i>Fases para la recolección de información.....</i>	65
Figura 11.....	67
<i>Proceso del análisis de información.....</i>	67
Figura 12.....	68
<i>Triangulación de datos.....</i>	68
Figura 13.....	69
<i>Resumen del marco metodológico.....</i>	69
Figura 14.....	70
<i>Conocimiento geométrico esperado por los docentes de matemática.....</i>	70
Figura 15.....	75
<i>Conocimiento evaluativo esperado por los docentes de matemática.....</i>	75
Figura 16.....	82
<i>Distribución porcentual del total de tareas de evaluación analizadas según los tipos de ítems utilizados en el cuestionario.....</i>	82
Figura 17.....	83
<i>Ítem de selección única sobre secciones planas de una pirámide.....</i>	83
Figura 18.....	84
<i>Ítem de respuesta corta sobre teorema de Thales.....</i>	84
Figura 19.....	84
<i>Ítem de identificación sobre las partes de una pirámide.....</i>	84
Figura 20.....	85
<i>Ítem de respuesta corta sobre Teorema de Thales.....</i>	85
Figura 21.....	86
<i>Ítem de identificación sobre las partes de un prisma.....</i>	86

Figura 22.	87
<i>Distribución porcentual del total de tareas de evaluación analizadas según los niveles de complejidad utilizados en el cuestionario.</i>	<i>87</i>
Figura 23.	88
<i>Ítem de reproducción sobre homotecia.</i>	<i>88</i>
Figura 24.	89
<i>Ítem de reproducción sobre las partes de un prisma.</i>	<i>89</i>
Figura 25.	89
<i>Ítem de reproducción sobre triángulos congruentes.</i>	<i>89</i>
Figura 26.	90
<i>Ítem de reproducción sobre homotecia inversa.</i>	<i>90</i>
Figura 27.	90
<i>Ítem de conexión sobre homotecia.</i>	<i>90</i>
Figura 28.	91
<i>Ítem de conexión sobre congruencia de triángulos.</i>	<i>91</i>
Figura 29.	92
<i>Contexto de la tarea referente a semejanza y congruencia de triángulos.</i>	<i>92</i>
Figura 30.	92
<i>Contexto de la tarea referente a los criterios de semejanza.</i>	<i>92</i>
Figura 31.	92
<i>Contexto de la tarea referente a secciones planas de un prisma recto.</i>	<i>92</i>
Figura 32.	94
<i>Distribución porcentual del total de tareas de evaluación analizadas según los tipos de ítems utilizados en las pruebas escritas.</i>	<i>94</i>
Figura 33.	95
<i>Ítem de selección única referente a pirámide.</i>	<i>95</i>
Figura 34.	95
<i>Ítem de identificación referente teorema de Thales.</i>	<i>95</i>
Figura 35.	96
<i>Ítem de desarrollo sobre teorema de Thales.</i>	<i>96</i>
Figura 36.	96

<i>Ítem de respuesta corta referido a el teorema de Thales.....</i>	96
Figura 37.....	97
<i>Ítem de respuesta corta sobre semejanza de triángulos.</i>	97
Figura 38.....	98
<i>Ítem de reproducción.</i>	98
Figura 39.....	98
<i>Ítem de reproducción.</i>	98
Figura 40.....	99
<i>Ítem de conexión.</i>	99
Figura 41.....	100
<i>Ítem de conexión.</i>	100
Figura 42.....	101
<i>Ítem enmarcado en una situación matemática.</i>	101
Figura 43.....	102
<i>Ítem enmarcado en una situación artificial.</i>	102
Figura 44.....	102
<i>Situación artificial que enmarca una tarea.</i>	102
.....	102
Figura 45.....	103
<i>Tarea enmarcada en una situación artificial.....</i>	103
Figura 46.....	104
<i>Tabla cuyo propósito es garantizar la validez de la prueba escrita.....</i>	104

CAPÍTULO I

Planteamiento de la Investigación

En educación, la evaluación cumple un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje del estudiantado, ya que, “tiene como propósito recopilar información válida y confiable que permita determinar hasta qué punto se logran las habilidades, destrezas o competencias propuestas en los programas de estudio” (Ministerio de Educación Pública [MEP], 2012, p. 69).

Lo anterior nos permite identificar que este proceso brinda información de suma importancia para los docentes y estudiantes; desde la perspectiva de las y los profesores, la evaluación da a conocer cuál es el nivel de logro que tienen los educandos, según las habilidades que se establezcan en los programas de estudio.

Además, es importante comprender que la evaluación es un proceso constante que debe estar presente a lo largo de la mediación pedagógica, con el fin de evitar que los estudiantes consideren este proceso como una forma de sancionar sus errores, sino que puedan aprender a partir de sus experiencias (MEP, 2012, p. 69).

Para evaluar el avance académico que ha tenido el estudiantado, se implementan diversas estrategias o instrumentos, en el que se destaca la prueba escrita. Esta es de suma relevancia debido a que debe incluir tareas, que se ajusten a las habilidades que se establecen en la propuesta ministerial, a través de las cuales el profesorado manifiesta su conocimiento matemático y didáctico. Particularmente, esta investigación pretende realizar un estudio sobre el conocimiento que debe tener el profesorado de matemática a nivel geométrico y evaluativo, en el marco de la Educación Secundaria en Costa Rica.

A continuación, se brinda una descripción del planteamiento de nuestra investigación. Se presenta el tema, el planteamiento del problema, la justificación, los antecedentes y los objetivos de investigación.

1.1. TEMA DE INVESTIGACIÓN

Conocimiento del profesorado de matemáticas en servicio, sobre el diseño de pruebas escritas que evalúan el desarrollo de habilidades geométricas de estudiantes de octavo año de la Educación General Básica (EGB) en Costa Rica.

1.1.1. Planteamiento del Problema

Tradicionalmente, en la educación se evalúa parte del conocimiento de los estudiantes mediante la prueba escrita y la enseñanza de la matemática no está exenta de ello. Dicho método de evaluación, dentro de sus propósitos, debería facultar a los estudiantes para dar a conocer qué tan capaces son de aplicar el conocimiento adquirido de forma integrada (Cárdenas et al., 2016). El trabajo del docente es desarrollar en sus estudiantes habilidades, producto de la promoción de un aprendizaje significativo, de modo que este trascienda la prueba escrita.

Un área de la matemática con percepciones negativas, por parte del estudiantado, es la geometría debido al enfoque tradicional de enseñanza, el cual se centra en la teoría y la resolución de una serie de problemas sin contexto (Gamboa y Ballesteros, 2010). Aunado a esto, el profesorado evidencia una gran dificultad para implementar las nuevas disposiciones curriculares vigentes en nuestro país (Loría, 2020).

Las estrategias metodológicas impartidas en las aulas por los docentes influyen directamente en el interés y la motivación del estudiantado. Por esta razón, los profesores deben resaltar las ventajas y la utilidad de la geometría, ya que así la persona estudiante puede reconocer el espacio que lo circunda, distinguiendo las diversas formas o figuras que tienen los objetos, para establecer relaciones con el contexto que los rodea (Sardón, 2014).

En ocasiones, el enfoque que se le ha dado a este tema orienta la presentación de los contenidos como un listado de “definiciones, fórmulas y teoremas totalmente alejados de su realidad y donde los ejemplos y ejercicios no poseen ninguna relación con su contexto” (Gamboa y Ballesteros, 2010, p. 139). Lo anterior posiblemente se refleje de la misma manera en la prueba escrita, ya que el proceso de enseñanza debe estar integrado y relacionado con la evaluación (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000); es decir, el docente buscará calificar el aprendizaje de cada estudiante de acuerdo con la forma en la que se enseñó en el aula.

De lo anterior se entiende que, si el docente imparte las lecciones solo enfocándose en ese listado de definiciones, la prueba escrita permitirá evaluar aquellos contenidos con un nivel bajo de comprensión y cuyas preguntas sean simples con el propósito de facilitar la revisión. A raíz de esto los estudiantes optan por métodos memorísticos para aprender (McDonald et al., 2000; Prigent et al., 2009).

Por estas razones, surge la necesidad de investigar qué conocimiento tienen los profesores en servicio en cuanto al diseño y selección de tareas consideradas en los instrumentos que utilizan para evaluar el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado.

1.1.2. Problema de investigación

De acuerdo con lo anterior, nuestro problema de investigación se construye desde el siguiente cuestionamiento:

¿Cuál es el impacto del conocimiento geométrico y evaluativo, que manifiestan dos docentes de matemática en servicio, en el diseño de pruebas escritas que evalúen el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año, en dos colegios públicos de la Dirección Regional de Heredia y Cartago?

1.1.3. Justificación

Desde el año 2012, el MEP realizó cambios en el programa de estudio de matemáticas con el fin de dar a nuestro país una educación matemática de calidad, a partir de estándares internacionales. Además, estos programas surgieron debido a la necesidad de resolver ciertas deficiencias metodológicas que se presentaban en la propuesta ministerial anterior (Ruiz y Barrantes, 2014).

La nueva propuesta del MEP se basa en el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes, esto con el fin de responder al nuevo enfoque por competencias y resolución de problemas que se trabaja a nivel de esta asignatura. Además, estas modificaciones hacen necesario que los docentes de matemática se encuentren en constante capacitación, con el fin de poder ajustar su práctica pedagógica a la nueva propuesta emitida por el MEP. En este sentido, se deben realizar modificaciones que mejoren la normativa que rige las actividades evaluativas en Educación Secundaria, con el fin de actualizar y responder a las nuevas tendencias académicas, específicamente en la evaluación de los aprendizajes (Díaz, 2021).

Esta investigación se enfoca en el estudio del conocimiento geométrico y evaluativo del profesor de matemáticas, que se refleja en el diseño de pruebas escritas que evalúen el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año de la EGB.

El estudio de la geometría “es parte integrante de la cultura de la humanidad, no sólo por su función instrumental sino también porque incentiva el desarrollo del pensamiento crítico y creativo, a fin de comprender y modificar el entorno” (Barrantes y Balletbo, 2012, p. 26).

Sin embargo, Gamboa y Ballestero (2010) indican que la realidad es que los educandos perciben que la geometría no es útil en la vida cotidiana debido a la forma en que se enseña, la cual se enfoca en definiciones o fórmulas que se deben aplicar mediante el uso de la calculadora para resolver los problemas (tareas). Dicho enfoque incentiva a los alumnos a desarrollar un aprendizaje memorístico, debido a que las estrategias que implementa el docente no permiten relacionar el conocimiento con su aplicación.

Dicho de otra manera, el papel que desempeña el profesorado en el desarrollo de habilidades geométricas se fundamenta en el conocimiento teórico que se refleja en un listado de definiciones y fórmulas del tema, donde los ejercicios no poseen relación con la vida cotidiana. Así, los estudiantes no perciben cuándo ni cómo utilizar la teoría en la resolución de tareas; es decir, el contenido no tiene un sentido práctico.

Lo anterior, refleja que las estrategias empleadas por parte del personal docente en la enseñanza del tema son insuficientes para el desarrollo de habilidades que posibiliten la resolución de problemas acordes a la realidad. Cabe destacar que es la obligación del profesorado “ser la principal fuente de información, pues su experiencia profesional ofrece una información valiosa en torno a aquellos aspectos que afectan positiva y negativamente su práctica profesional y en particular la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes” (García y Blanco, 2017, p. 3).

De esta manera, se analizará el rol de la persona docente en el proceso de evaluación, en el cual se compruebe el desarrollo de las habilidades y contenidos establecidos en la planificación del docente (Moreno y Ortiz, 2008). Teniendo en cuenta que la evaluación está estrechamente relacionada con el proceso de enseñanza, esta refleja las estrategias y conocimientos que tiene o que implementa el docente en las lecciones. Específicamente, la evaluación del aprendizaje matemático es un proceso continuo cuyo propósito es contribuir al conocimiento matemático de los estudiantes, sin encasillarlos en buenos o malos (Duarte, 2013).

El docente debe analizar cada una de las tareas contempladas en la prueba, con el fin de determinar si estas permiten evaluar el desarrollo de las habilidades propuestas por el MEP y no solamente guiarse con la calificación numérica obtenida o realizar un juicio de valor basado en un

dato numérico. Además, Cáceres et al. (2018) indican que el proceso de evaluación no solo permite brindarles habilidades nuevas a los alumnos sino fortalecer otras, para que el estudiante continúe aprendiendo y perfeccionándolas.

Contemplando la perspectiva de los estudiantes sobre la geometría y el abordaje de esta área temática por parte de la persona docente, se evidencia una problemática referente al diseño de la prueba escrita, por lo que consideramos necesario estudiar este fenómeno en el ámbito costarricense, debido a que en nuestro país no se encontraron investigaciones que aporten información sobre el conocimiento del docente en la elaboración de este instrumento de evaluación. Así, esta investigación plantea la necesidad de reflexionar si el conocimiento del profesor de matemáticas le permite diseñar pruebas escritas que evalúen el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado; si el diseño de la prueba contempla tareas que involucren un razonamiento para su solución o si simplemente fomentan el aprendizaje memorístico.

En concordancia con lo anterior, la metodología de esta investigación se aborda desde un enfoque cualitativo, el cual permite identificar en los docentes el conocimiento geométrico que estos poseen, qué aspectos consideran cuando diseñan la prueba escrita y si las tareas propuestas en los exámenes evalúan el desarrollo de habilidades geométricas. Cabe destacar que las investigaciones que se relacionan con el desarrollo de habilidades geométricas o pruebas escritas se han realizado, en su gran mayoría, bajo un enfoque cuantitativo.

La población en estudio está compuesta por dos docentes de matemáticas que impartieron lecciones en el nivel de octavo año de la EGB, en el año 2019, en dos instituciones educativas distintas. Se realizará en este nivel, ya que se espera que los estudiantes hayan superado la transición de primaria a secundaria.

Además de esto, las habilidades geométricas que se trabajan en octavo año contribuyen a fomentar una serie de habilidades generales en esta misma área. Estas se desarrollan en el estudiantado a lo largo de su estancia en el sistema educativo. Por otra parte, es importante resaltar que el estudio se realizará en dos instituciones distintas, pero con exigencia académica similar.

Finalmente, debido a la carencia de investigaciones similares que aborden la problemática en estudio, se pretende que los resultados obtenidos aporten insumos para acciones orientadas a mejorar el diseño de pruebas orientadas a evaluar habilidades geométricas, contribuir al proceso

de enseñanza-aprendizaje, fortalecer la formación académica de los docentes e implementar capacitaciones. Adicionalmente, se pretende que tanto el docente como la institución donde se realiza el estudio conozcan la información obtenida, para evidenciar las fortalezas y mejorar las deficiencias presentes en el conocimiento sobre geometría y evaluación por parte del profesor.

1.2. ANTECEDENTES

En esta sección se presentaron las indagaciones que dieron pie al origen de nuestra investigación, dicho apartado se organizó en tres grandes ejes, los cuales son importantes para el desarrollo de esta investigación.

El primer subapartado, consiste en los trabajos que hablan sobre el conocimiento matemático que debe evidenciar un profesor que ejerce en el sistema educativo del III ciclo y la Educación diversificada, posteriormente se muestran las indagaciones sobre el conocimiento geométrico de un docente; y finalmente se presentaron los estudios que analizaron el conocimiento que debe mostrar el docente sobre la prueba escrita.

1.2.1. Conocimiento del docente

Esta sección se organiza desde lo más general, es decir, del conocimiento matemático que debe tener el docente a nivel de secundaria, y luego se limitará al conocimiento geométrico.

Godino (2009) realiza una investigación documental, en esta se presenta un modelo didáctico matemático, el cual trata sobre los conocimientos que deben presentar los docentes de matemática para la enseñanza y aprendizaje de los contenidos específicos.

En esta investigación se explica el conocimiento del docente a través de diversos modelos, como el modelo de conocimiento didáctico del profesor, el cual se refiere al conocimiento y competencias profesionales del docente de matemáticas; con respecto al conocimiento matemático del profesor, hace referencia al conocimiento que aporta una postura a los profesores de matemáticas, referentes a su labor de enseñanza. Además, sobresale el concepto de “*proficiencia*”, que refiere a las competencias y conocimientos necesarios que debe tener el profesor de matemática, para considerar si su labor en el proceso de enseñanza-aprendizaje es de calidad.

Por otra parte, Dreher et al. (2018) conceptualizan el tipo de conocimiento del contenido que necesitan los profesores de matemáticas de secundaria desde las matemáticas académicas y escolares. Esta investigación, de tipo documental, analiza la mayoría de las teorías acerca del

conocimiento de contenido que necesitan los docentes de matemática para participar activamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes de secundaria.

De lo anterior se puede resaltar que el conocimiento del contenido, relacionado a la escuela, se plantea como el conocimiento que necesitan los profesores de matemática para ejercer como docentes a nivel de secundaria. Así, este tipo de conocimiento incluye las matemáticas académicas y las matemáticas escolares vinculadas entre sí, lo que conduce a justificar el conocimiento impartido a los estudiantes de secundaria.

Aunado a lo anterior, los autores concluyen que al introducir el conocimiento de contenido relacionado a la escuela (SRCK) da paso a esclarecer ciertas interrogantes sobre el conocimiento sobre qué necesitan los docentes de matemáticas del conocimiento del contenido (CK); además, puede brindar valiosas herramientas para poder enseñar este tipo de conocimiento, en la etapa de formación profesional de los docentes.

En el estudio de Zakaryan y Sosa (2021), se describe el conocimiento de la práctica matemática que se manifiesta en el aula a partir de evidencias empíricas, contribuyendo a la comprensión y caracterización de la naturaleza de este conocimiento del profesor.

Para llevar a cabo esta indagación, las investigadoras realizaron un estudio de caso desde un enfoque interpretativo para analizar el conocimiento de una profesora de matemáticas, a través de la observación no participante por medio de grabaciones de clases; además, para ampliar la información, se aplicó una entrevista semiestructurada.

Las autoras, asumieron el enfoque del conocimiento especializado del profesor de matemática, en el cual profundizaron en el conocimiento de la práctica matemática, de donde obtuvieron una serie de descriptores que permitieron identificar los conocimientos relacionados a geometría.

Liñán (2017) realizó un estudio en el cual se identificó el conocimiento especializado que permite una aproximación a la caracterización de este conocimiento sobre la geometría en Educación Primaria. Se realizó una indagación por medio de un esquema teórico, a través de una perspectiva teórica, epistemológica y metodológica; la metodología empleada se vincula a un estudio de caso, con una maestra de quinto grado de primaria; orientado a la observación de aula para la recolección de información.

De esta indagación se obtuvo que el conocimiento geométrico que evidencia la docente está relacionado al conocimiento de los temas, particularmente en las definiciones, propiedades y sus fundamentos, donde la presencia de la fenomenología no es significativa dentro de los resultados obtenidos.

De las indagaciones anteriores se rescatan datos teóricos importantes para la elaboración de esta investigación, tal es el caso de la investigación realizada por Zakaryan y Sosa (2021), Godino (2009) y Liñán (2017) en donde se asume un modelo de estudio para el conocimiento del docente, el cual será de gran ayuda para la elaboración del marco teórico de esta investigación.

Por otra parte, la investigación realizada por Dreher et al. (2018) nos da indicios del equilibrio que debe tener el docente sobre el conocimiento matemático, esto nos esclarece qué tipo de conocimiento geométrico debe poseer el docente a nivel de secundaria; además, estas investigaciones brindan una metodología pertinente para el abordaje de nuestra indagación.

1.2.2. Conocimiento geométrico del docente

Con respecto al área de geometría, consideramos analizar investigaciones relacionadas con las percepciones, creencias y metodologías que se han utilizado para su enseñanza. En Costa Rica, se destaca el trabajo elaborado por Gamboa y Ballesteros (2010), que tuvo como objetivo lograr una visión general de la situación de la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la educación secundaria.

El instrumento que se aplicó reflejó algunas deficiencias por parte de los docentes en cuanto a la transmisión del conocimiento, esto porque los contenidos del área de geometría se enseñan como un listado de definiciones o teoremas que posteriormente son utilizados en la resolución de ejercicios, sin resaltar la relación que estos temas poseen con la realidad.

Asimismo, los resultados de esta investigación evidenciaron que existen temas geométricos que son difíciles para algunos docentes, pero se destaca que cada uno de los temas en esta área poseen la misma importancia, por lo que es deber del docente dedicarle el tiempo necesario para conocer las dificultades que pueden presentar los estudiantes y así buscar las mejores estrategias metodológicas para el aprendizaje.

Por otro lado, el trabajo elaborado por Barrantes et al., (2013) tuvo como objetivo intentar que las concepciones y creencias de los profesores en formación o en servicio evolucionen

progresivamente a una tendencia más constructivista en la enseñanza de la geometría, es decir, la necesidad de realizar cambios en la metodología utilizada por parte de los docentes para la enseñanza de la geometría. Dentro de estos cambios los autores mencionan la implementación de laboratorios como una de las metodologías para que los estudiantes formen de manera gradual los conceptos de geometría, por medio de una actividad de indagación como lo es un problema (Barrantes et al., 2013)

Al respecto, los investigadores plantearon un laboratorio con el lema “*aprender haciendo*” en donde los estudiantes adquirieron los conocimientos geométricos por medio del tacto y la visión, ellos solucionaron de manera gradual las actividades en los apartados de *trabajo a realizar, material a utilizar, exploración de lo que ha hecho y descubrimientos realizados* (Barrantes et al., 2013)

Otra metodología que se utilizó en la indagación es el enfoque de resolución de problemas, por medio de esto se plantearon tareas inmersas en un contexto con información geométrica para que los estudiantes logren resolverlos de acuerdo con sus conocimientos y capacidades, los cuales permiten el desarrollo de habilidades en los educandos. También, resaltan la importancia de que cada docente desarrolle los conocimientos geométricos fundamentales para la selección de las estrategias y recursos que sean más adecuados a cada tema (Barrantes et al., 2013).

En España, Barrantes y Balletbo (2012) realizaron una investigación en donde se analizan y clasifican un conjunto de artículos, publicados en revistas de gran relevancia, que abordan el proceso de enseñanza de la geometría. Fruto de esta investigación, los autores destacan que existe una necesidad, por parte de los estudiantes, de utilizar materiales manipulativos que les permitan comprender mejor los diversos conceptos geométricos, esto por medio de la exploración y manipulación. Aunado a lo anterior, se logra demostrar la preocupación que existe entre los docentes de matemática por mejorar la enseñanza y aprendizaje a nivel de secundaria.

En Brasil, Lovis et al. (2018) elaboraron una investigación en donde se identificaron y analizaron las habilidades que tiene un grupo de estudiantes de Educación Básica con respecto a los contenidos geométricos. En este estudio se aplicó tres cuestionarios cuyas preguntas se basaron en observaciones de Bressan et al. (2010).

Entre los resultados obtenidos los autores encontraron que la mayoría de los estudiantes no ha logrado desarrollar habilidades geométricas a lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Además, con respecto a las habilidades de comunicación y aplicación existe un vacío de conocimiento por parte de los estudiantes de los últimos años de primaria y secundaria.

Esta investigación se consideró prudente como un antecedente porque brinda una serie de preguntas que permiten estudiar el conocimiento y el desarrollo de habilidades geométricas, que en nuestro caso estarían enfocadas a los docentes, y el análisis que se debe realizar para la correcta interpretación de la información.

Finalmente, los trabajos mencionados en la revisión bibliográfica contienen una serie de datos importantes para la elaboración de nuestro trabajo. Nos brindan un panorama más amplio en el área de la geometría. Específicamente del conocimiento geométrico que requieren los docentes para la enseñanza-aprendizaje, haciendo evidente que el uso de estrategias memorísticas por parte del profesor desemboca en un aprendizaje de la misma naturaleza por parte del estudiante. Además, es relevante la metodología que se propone en los documentos relacionados con la enseñanza de la geometría y que enfatizan en la resolución de problemas. Lo anterior, nos va a permitir identificar el nivel de complejidad de cada tarea, la situación y el contexto que esta posee.

1.2.3. Conocimiento del docente sobre la prueba escrita

En este apartado se detallan investigaciones que abordan aspectos relevantes sobre la prueba escrita. Aunque el interés del estudio es evidenciar el conocimiento que poseen los docentes sobre evaluación, son muy pocos los documentos que se encuentran en las bases de datos de la Universidad Nacional de Costa Rica y otras tales como Academic Complete, ERIC, Dialnet, que abordan dicha temática. Por tal motivo se abordarán las creencias que tienen los docentes de matemática sobre la prueba escrita. Además, del conocimiento de cuestiones técnicas que se deben tener en cuenta en el momento de diseñar este instrumento.

Prieto (2008) unifica diversos aportes realizados en investigaciones internacionales referente a las creencias evaluativas de los docentes y sus efectos en los estudiantes. Primero aborda la temática de la evaluación desde una interrogante de para qué evaluar. Dicha interrogante se originó por la necesidad de conocer si cada educando ha comprendido las habilidades que se desarrollaron en el proceso de enseñanza, dado que la evaluación debe ir enfocada a demostrar los logros adquiridos por este. Además, el autor recalca que este término no solo se debe enfocar a asignar una nota, sino que este es un proceso complejo en donde se contemplan las necesidades,

dificultades y errores que comete el alumnado valorando las prácticas o estrategias implementadas por el docente.

Asimismo, la autora contempla las creencias que tienen los profesores considerando que a lo largo del proceso de formación de los docentes se desarrollan afirmaciones o comprensiones que en ocasiones no son las más favorables y que estos no tienen conciencia de ello. Debido a esto, fue necesario analizar si las estrategias que comúnmente se implementan en clases desarrollan habilidades en los estudiantes que les permitan identificar y utilizar sus conocimientos.

En respuesta a lo anterior, se lograron identificar dos tipos de profesores, unos que consideran la prueba escrita como un instrumento rígido en donde cada tarea es simple y la información que brinda es meramente objetiva, y los otros que consideran dicho instrumento como una herramienta que le permite a los alumnos incorporar sus conocimientos para construir nuevos. Además, valoran que la prueba no solo ayuda al estudiante sino incentiva a cada docente a la reflexión de sus prácticas.

Para finalizar, la autora recalca que la problemática con respecto a la evaluación radica en el cuerpo docente, en donde solo se está fomentando que cada alumno aprenda cierto contenido, impidiendo que ellos mismos, a través de la enseñanza, aprendan a pensar y a razonar. Esto porque no se puede aprender contenidos sin considerar de forma paralela el desarrollo de las habilidades cognitivas.

En Ecuador, Guzmán (2021) realizó un trabajo monográfico en donde evidencia la relación que tienen las creencias de los docentes y la evaluación en matemática. Referente a las creencias considera aspectos epistemológicos para poder saber cómo es la construcción del conocimiento y el pensamiento de cada docente.

La autora clasifica las creencias de los docentes en dos enfoques: absolutista y falibilista. El primero establece que la matemática es objetiva, universal y se basa únicamente en la lógica, al contrario de la falibilista que involucra el entorno en la enseñanza y le brinda un papel más activo al estudiantado. Para esta autora, conocer la forma en la que el docente orienta las clases influye en la evaluación de la asignatura.

Algunas de las conclusiones de este estudio, destacan que, si la evaluación solo se centra en el contenido que se impartió, se debe a que el docente tiene creencias absolutistas; es decir, las

preguntas de la prueba escrita están enfocadas en procedimientos y contextos, debido a un aprendizaje memorístico en donde se espera que el estudiante no cometa errores. En contraposición de un docente con creencias falibilistas, cuya percepción es que la evaluación le permite al estudiante desarrollar sus conocimientos a través del saber cómo aplicar y comprender la materia. Cabe destacar que estos últimos no se limitan a utilizar los exámenes como únicos instrumentos de evaluación, sino que contemplan diversas estrategias o modalidades que mejor se ajusten al contenido, en las que se destacan presentaciones orales, pruebas abiertas y elaboración de carpetas.

A nivel nacional, son reducidos los estudios que aborden la temática del conocimiento sobre características técnicas o lineamientos que cada docente debe conocer para el diseño de un examen. Al respecto, Meza y Agüero (2014) realizaron una investigación enfocada en las características técnicas de las pruebas escritas en matemática, con el fin de evaluar la calidad de estas y “determinar el nivel de cumplimiento de las directrices indicadas y la calidad técnica de los ítems incluidos en ellas” (p. 2).

Este estudio fue descriptivo y exploratorio, utilizaron el análisis documental de las pruebas matemáticas aplicadas en diversos colegios de la provincia de Cartago, para recolectar la información deseada, cuyas conclusiones principales destacan que:

- Una gran cantidad de las pruebas analizadas cumplen con los lineamientos emanados por el MEP para la confección de exámenes escritos.
- Las tareas más utilizadas por el cuerpo docente en este tipo de instrumentos de evaluación corresponden a la resolución de ejercicios y la resolución de problemas.
- Con respecto a tareas que proponen las personas docentes para la sección de selección única, se logró evidenciar que este tipo de ítems cumplen con los lineamientos emitidos por el MEP; sin embargo, muchos de estos presentan errores de contenido matemático. Además, se observa que algunas tareas propuestas en este apartado de la prueba escrita también se pueden identificar en otras secciones de esta y se detecta que hay una variación en el puntaje de tareas que son similares, solo por encontrarse en diferentes secciones del instrumento.
- Se detectó el uso de ítems del tipo falsos y verdaderos de forma muy disimulada dentro de la prueba escrita, que va en contra de los lineamientos del MEP, los cuales dejan en claro que estas tareas no pueden ser contempladas en este tipo de instrumentos de evaluación.

En España, Tonda y Medina (2013) realizaron un estudio por medio de un enfoque mixto y la triangulación metodológica, con el fin de determinar la formación que tienen los docentes respecto a la competencia evaluadora, entendida como un conjunto de subcompetencias que deben tener los docentes para mejorar constantemente en aspectos relacionados a la evaluación de los estudiantes, de programas, de evaluaciones, entre otros.

Para la recolección de información los investigadores aplicaron una escala de tipo Likert sobre actitudes, un cuestionario, varias entrevistas a profundidad y la observación. Además, utilizaron la triangulación metodológica y de sujetos, en donde entrevistaron a profesores y estudiantes, para garantizar la validez de la indagación.

Los resultados evidenciaron que la actitud que poseen los profesores hacia el proceso de evaluación se ve influida por el nivel del desarrollo profesional y su formación permanente, aunado a esto los autores lograron determinar que los problemas en el tema de evaluación perduran en el tiempo.

A manera de síntesis, en la revisión bibliográfica se evidenció que la mayoría de las investigaciones se enfocaban en estudiar las creencias que tienen los docentes sobre la evaluación, específicamente en lo que respecta a la prueba escrita. Esto nos brinda una serie de datos importantes para la elaboración de nuestro trabajo. Se expone que las creencias de los docentes influyen de forma directa en los conocimientos de los estudiantes y, asimismo, en la información que brinda cada examen. Además, dichas percepciones hacia la evaluación se ven influenciadas por el nivel de desarrollo profesional y de formación que han tenido los docentes, que recalca la necesidad de analizar el conocimiento matemático y de evaluación que tienen estos para diseñar las pruebas escritas, las cuales deben ir enfocadas al desarrollo de habilidades, locales y a largo plazo, en los estudiantes.

En dicha revisión no se encontraron investigaciones que aborden el desarrollo de habilidades en la prueba escrita; sin embargo, se consideró un estudio sobre la evaluación auténtica, que permitió brindar un panorama de ciertas consideraciones que se deben tener presentes para poder evaluar el desarrollo de las habilidades.

Además, son relevantes los lineamientos, la eficacia y el conjunto de consideraciones que brindan dichas investigaciones con respecto a la prueba, con la finalidad de observar si estas se encuentran presentes en los instrumentos elaborados por los docentes en estudio. Los tres

apartados de nuestros antecedentes brindan información necesaria y enriquecedora para nuestro estudio, permitiéndonos visualizar algunas estrategias y condiciones que debemos tener presentes en el trabajo.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo General

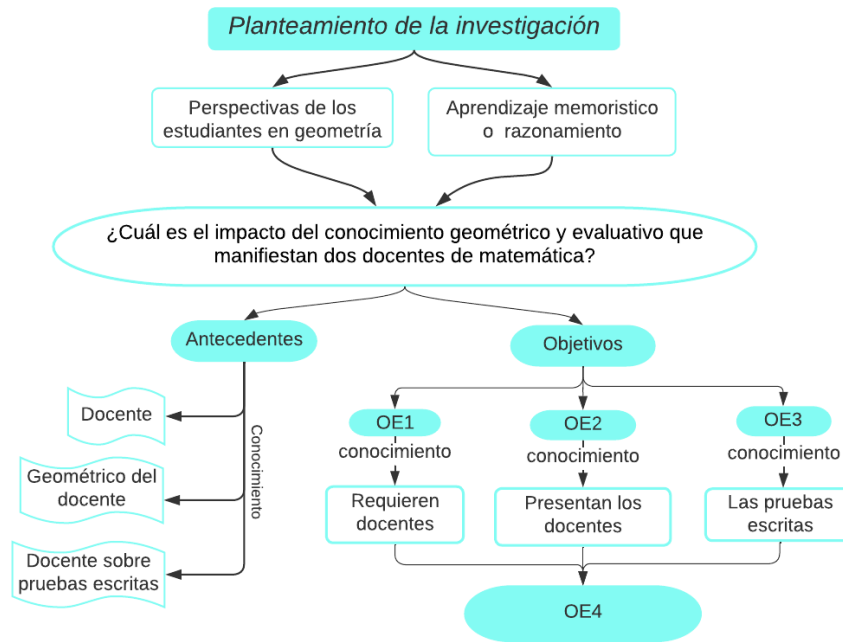
Analizar el conocimiento geométrico y evaluativo que muestran docentes de matemáticas en servicio sobre el diseño de pruebas escritas que evalúan el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año, en una institución pública de la Dirección Regional de Heredia y una de Cartago.

1.3.2. Objetivos Específicos

1. Identificar el conocimiento geométrico y evaluativo que requieren los docentes de matemáticas en servicio para el diseño de pruebas escritas que evalúen el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año de la Educación General Básica en Costa Rica.
2. Describir los argumentos y mecanismos que utiliza el profesorado de matemáticas en el diseño de pruebas escritas para la evaluación del desarrollo de habilidades geométricas en estudiantes de octavo año.
3. Caracterizar las pruebas escritas orientadas a la evaluación del desarrollo de habilidades geométricas en estudiantes de octavo año, mediante el reconocimiento de aspectos geométricos y didácticos en las pruebas diseñadas por el profesorado de matemáticas.
4. Relacionar el diseño de las pruebas escritas que el profesorado de matemáticas implementa, para la evaluación del desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año, con los argumentos y mecanismos manifestados para la planificación de estos instrumentos.

Para sintetizar lo expuesto en el capítulo I se presenta la figura 1, la cual muestra las razones más relevantes que dieron origen al problema de investigación. Además, se evidencian los aportes teóricos que previamente han abordado aspectos relacionados a esta problemática y la relación que poseen con los objetivos específicos de este trabajo.

Figura 1.
Resumen del planteamiento de la investigación.



Fuente: elaboración propia.

CAPÍTULO II

Marco teórico

Este apartado expone los enfoques teóricos que fundamentan el desarrollo de esta investigación. Específicamente se describe el modelo que permite estudiar el conocimiento que posee el profesor de matemática, las conceptualizaciones adoptadas en el Programa de Estudios de Matemática de la Educación General Básica en Educación Secundaria, específicamente en la asignatura de matemáticas, y aquellas asociadas a las tareas matemáticas escolares y la evaluación enfocada en la prueba escrita.

2.1. CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Para analizar el conocimiento que requiere el docente de matemáticas para impartir geometría a nivel de octavo año en nuestro país, se toma como base teórica el modelo denominado *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* o más conocido por sus siglas MTSK (Carrillo et al., 2014), el cual surge debido a las deficiencias teóricas presentadas por otros tipos de modelos que pretendían comprender el conocimiento de los profesores de matemática. Desde este marco, el MTSK es un modelo analítico descriptivo que permite interpretar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, integrando los dominios, matemático y didáctico, de los contenidos de esta asignatura.

Lo anterior nos permite analizar el conocimiento geométrico y didáctico geométrico que necesita el docente de matemáticas para impartir este tipo de saberes a las personas estudiantes, por esta razón en las siguientes secciones se desarrolla de forma detallada cada conocimiento para una mejor comprensión de este modelo y su relación con nuestra investigación.

2.1.1. Conocimiento matemático

El conocimiento matemático (MK, por sus siglas en inglés) permite al profesor de matemáticas enseñar los contenidos matemáticos, validar los procesos y conjeturas del mismo docente y de sus alumnos (Carrillo et al., 2018).

Desde este dominio se trabajó el conocimiento matemático que está relacionado a la geometría, con el fin de validar cada uno de los procesos realizados por los docentes en esta área de la matemática.

El MK se subdivide en tres subdominios del conocimiento matemático los cuales corresponden al conocimiento de los temas (KoT, por sus siglas en inglés), conocimiento de la estructura matemática (KSM, por sus siglas en inglés) y el conocimiento de la práctica matemática (KPM, por sus siglas en inglés); sin embargo, sólo profundizaremos en el KoT para el desarrollo de esta investigación.

Conocimiento de los temas (KoT)

Este subdominio refiere al qué y de qué forma el docente de matemáticas conoce los saberes que debe enseñar (Carrillo et al., 2018); lo anterior hace referencia al conocimiento que debe tener un profesor de matemáticas a la hora de impartir clases a nivel de secundaria. El docente de matemáticas debe tener una noción formal de todos los contenidos matemáticos que se abordan a nivel de secundaria, esto con el fin de justificar cada paso de la solución de un problema determinado; pero también debe tener un conocimiento de los contenidos que se imparten en matemáticas, y debe considerar que la forma de abordar estos temas no es igual a la manera en que se formó.

Por ejemplo, en la formación académica de un profesor de matemáticas este debe conocer la demostración formal de los criterios de congruencia de dos triángulos, es decir, los criterios de L.A.L, L.L.L, A.L.A., sin embargo, a nivel de secundaria no se brinda una demostración formal de estos criterios, ya que esta práctica tiene una demanda cognitiva mucho mayor.

Por ello en este tipo de conocimiento se distinguen cuatro categorías para el conocimiento de los temas, estas corresponden a definiciones, fenomenología, representaciones y procedimientos (Carrillo et al., 2018).

Con respecto a las definiciones, Liñán (2017) menciona que esta categoría debe considerarse de la mano de las propiedades que se deben abordar con respecto a un tema, ya que a partir de esto se puede definir y darle sentido al tema en estudio. La fenomenología “abarca los conocimientos del profesor sobre los fenómenos relacionados con un tema que pueden generar conocimiento matemático y los usos y aplicaciones de este” (p. 26). En relación con las representaciones, es importante que el docente evidencie las distintas formas en las que se puede representar un tema matemático, es decir, puede hacer uso de las representaciones gráficas, numéricas, simbólicas, entre otras. Finalmente, con respecto a los procedimientos el docente debe

evidenciar “el conocimiento práctico de las matemáticas. Pero no solo cómo se hace, sino también cuándo, por qué y las características del resultado” (p. 26).

Cada una de las categorías descritas evidencia el conocimiento que requiere el docente a la hora de impartir una lección de matemáticas y, desde esto, generar en los educandos un interés y curiosidad por el estudio de la matemática. No obstante, es importante conocer qué conocimiento didáctico debe poseer el profesor de matemáticas para su labor como docente de esta asignatura.

2.1.2. Conocimiento didáctico del contenido

El otro dominio del MTSK corresponde al conocimiento didáctico del contenido (PCK, por sus siglas en inglés), el cual corresponde al conocimiento específico que requiere el docente de matemática del contenido de la enseñanza y que además es la base necesaria para que el proceso de enseñanza sea eficaz (Carrillo et al., 2018).

En otras palabras, se puede entender al PCK como el conocimiento que necesita el docente para saber cómo impartir los temas que se deben estudiar, de una manera clara y comprensible a sus educandos. Tiene sentido que este dominio se considere dentro del MTSK, ya que una de las principales labores de un profesor es impartir el conocimiento a sus estudiantes y enseñarles la utilidad de este en su vida cotidiana.

Otro aspecto importante para considerar es que este subdominio requiere del MK, sin embargo, tiene fuentes y referentes distintos a dicho subdominio (Escudero, 2015); es decir, que su cuerpo teórico es compartido con los conocimientos matemáticos, pero se enfoca más en cómo desarrollar los temas en las lecciones de matemáticas, contrario a lo establecido en el MK.

Este dominio se subdivide en tres subdominios: Conocimiento de las características de aprendizaje de las Matemáticas (KFLM, por sus siglas en inglés), Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT, por sus siglas en inglés) y el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS, por sus siglas en inglés) (Carrillo et al., 2018). Para este estudio nos enfocaremos en el KMT y el KMLS para el desarrollo de esta indagación.

Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT)

El KMT refiere al conocimiento teórico ya sea personal o institucional, propios de la enseñanza de la matemática que permite el desarrollo de capacidades matemáticas procedimentales o conceptuales, a través de distintas estrategias aplicadas por los docentes de matemática (Carrillo

et al., 2018). Este subdominio permite evidenciar el conocimiento que debe tener el docente de matemáticas para ejercer de la mejor manera en el ámbito profesional; en donde se debe unificar los conocimientos matemáticos y pedagógicos, con el fin de garantizar el acceso a una educación matemática de calidad. Además, es importante comprender que el KMT tiene un gran peso a nivel evaluativo, ya que el proceso de evaluación está estrechamente relacionado al proceso de enseñanza.

Este subdominio se subdivide en tres categorías para su comprensión, las cuales corresponden a (Carrillo et al., 2018; Escudero 2015):

- Conocimiento de teorías de enseñanza asociadas a un contenido matemático.
- Conocimiento de las estrategias, técnicas y tareas para la enseñanza del contenido matemático.
- Conocimiento de los recursos materiales o virtuales de enseñanza asociados a un contenido matemático.

Por la naturaleza de este estudio profundizaremos en el conocimiento de estrategias, técnicas y tareas, las cuales consisten en los saberes que deben evidenciar los docentes sobre “la potencialidad matemática que pueden tener ciertas secuencias de actividades, tareas, estrategias o técnicas didácticas, que los profesores consideren potentes en el abordaje de un contenido matemático y un momento particular de enseñanza” (Escudero, 2015, p. 49).

De lo anterior, se entiende que los docentes deben reflejar el conocimiento geométrico y evaluativo a la hora de elegir una tarea matemática que sirva en el abordaje de cierto contenido geométrico, ya que a partir de la elección de un ejercicio que se utilizará en la mediación, se debe tomar como base para la creación o elección de los ítems que componen un instrumento de evaluación como lo es una prueba escrita.

Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS)

Este subdominio refiere al conocimiento que deben evidenciar los docentes de matemática sobre el currículo vigente en cada país, además de los estándares que son definidos por diversas entidades o grupos de profesionales en enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Liñán, 2017).

De lo anterior se deduce la importancia que tiene el conocimiento de los profesores de matemática sobre los temas que se enseñan en el sistema educativo, para luego identificar lo que se debe evaluar con el fin de certificar y garantizar el proceso de enseñanza-aprendizaje que viven los educandos en las aulas.

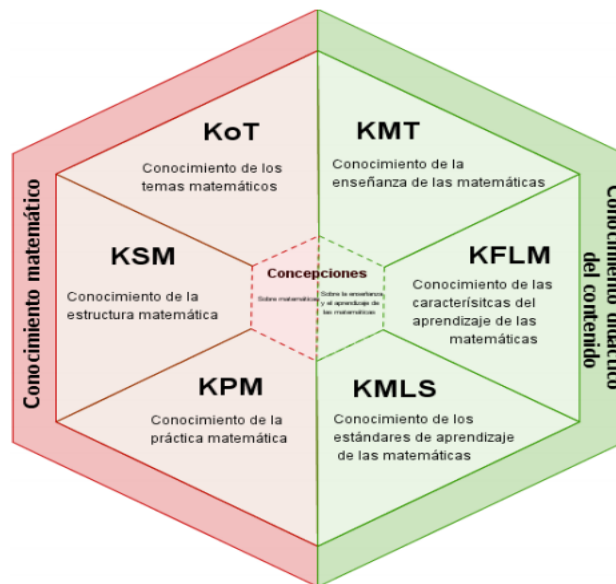
Dentro de este subdominio se consideran tres categorías que permiten entender de una mejor forma el KMLS (Escudero, 2015):

- *Expectativas de aprendizaje.* En esta categoría se ve reflejado el conocimiento del docente sobre lo que se espera aprendan los educandos en un determinado nivel escolar.
- *Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado.* Hace referencia a la profundidad con la que se debe explicar un tema matemático en un determinado año escolar.
- *Secuenciación con temas anteriores y posteriores.* Refiere al conocimiento del docente de matemáticas sobre los conocimientos y/o capacidades previas que deben tener los educandos para abordar un nuevo tema; además de conocer que aportará a futuro, para el abordaje de un determinado contenido.

A modo de síntesis ilustrativa, para una mejor comprensión del MTSK, se presenta la figura 2, que muestra los componentes de este modelo.

Figura 2.

Modelo del Conocimiento Especializado del profesor de Matemáticas.



Fuente: elaboración propia a partir de Liñán (2017, p. 37).

Para efectos de esta investigación, el MTSK permitió comprender el conocimiento geométrico y evaluativo de los docentes de matemáticas en servicio. Lo anterior, se llevó a cabo a través del dominio matemático, específicamente mediante el uso de las definiciones, fenomenología, representaciones y los procedimientos asociados a los temas geométricos considerados en esta investigación. En otras palabras, se analizó el conocimiento de los temas (KoT) de los docentes de matemática para definir el conocimiento geométrico.

Aunado a lo anterior, para definir el conocimiento evaluativo se toma como base el conocimiento didáctico del contenido, el cual nos brindó una base sólida para comprender los saberes sobre evaluación que deben evidenciar los docentes de matemática. Por tanto, se debe analizar el conocimiento de estrategias, técnicas y tareas utilizadas para la enseñanza de la geometría (KMT); así, se profundizó en este capítulo sobre el diseño de tareas matemáticas, particularmente tareas de evaluación.

Además, es importante que los profesores de matemática contemplen cuáles son los tópicos geométricos y las estrategias vigentes para el abordaje de estos temas (KMLS) que se encuentran presentes en el Programa de Estudios de Matemática de la educación media en Costa Rica, y finalmente, tener presente cuáles son los lineamientos necesarios para la confección de una prueba escrita, según el MEP, los cuales serán presentados en este mismo capítulo más adelante.

Una vez comprendido este modelo de conocimiento es importante analizar los programas de estudio de matemáticas, con el fin de comprender qué se aborda a nivel de octavo año de la EGB: áreas matemáticas que se atienden, procedimientos matemáticos que se fomentan, entre otros aspectos.

2.2. NOCIONES BÁSICAS DEL CURRÍCULO COSTARRICENSE

Las siguientes secciones nos permiten establecer un marco de referencia de la propuesta del MEP para el abordaje de las matemáticas en nuestro país, cabe resaltar que para algunas secciones nos centraremos más en el abordaje de la geometría, ya que nuestro estudio se enfoca en esta área temática.

2.2.1. Noción de competencia

Según la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE o OEDC, por sus siglas en inglés, 2005) se entiende por competencias en educación a “la capacidad de los

alumnos para aplicar conocimientos y habilidades, y para analizar, razonar y comunicarse con eficacia cuando plantean, resuelven e interpretan problemas relacionados con distintas situaciones” (p. 23).

La definición anterior es la postura que utiliza el MEP para fundamentar la propuesta curricular actual sobre el aprendizaje de las matemáticas, en cuyos programas se plantean enfoques por competencias con el fin de mejorar la calidad del sistema educativo costarricense. Siguiendo a Ruiz y Barrantes (2014), este programa surge debido a la necesidad de “dotar al país de un instrumento curricular de calidad internacional y de pertinencia nacional” (p. 17).

Por otra parte, es necesario entender que una competencia se mide de forma continua y no se considera como algo que una persona posea o no (OCDE, 2005). De esta manera, es importante comprender el enfoque que asume el MEP, en el cual se pretende que los educandos adquieran una serie de habilidades específicas, las cuales en conjunto construyan generalizaciones de ellas, es decir, habilidades generales para poder adquirir a largo plazo y de forma paulatina diversas competencias.

Aunado a lo anterior, para que la persona estudiante pueda adquirir una competencia debe desarrollar una serie de habilidades, las cuales son fomentadas por medio de los procesos matemáticos, tales como: razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, comunicar, conectar y representar, los cuales movilizan capacidades. Esta es la justificación por la que resulta necesario comprender y analizar la noción de competencia matemática que asume el MEP, para fundamentar el nuevo programa de estudio.

2.2.2. Noción de competencia matemática

Las competencias matemáticas corresponden a las capacidades que tiene cualquier persona para formular, emplear e interpretar las matemáticas en diversos contextos (OECD, 2010). Así, podemos entender que durante los años escolares se pretende desarrollar en el estudiantado la capacidad de utilizar las matemáticas para comprender el entorno que los rodea y, además, que sepan cómo actuar en diversos contextos que se presenten a lo largo de su vida.

De esta manera, podemos comprender la postura que asume el MEP con respecto a las competencias matemáticas, ya que, de acuerdo con lo mencionado, los programas de estudio de matemática están planteados de manera que los conocimientos que se establecen en ese documento

puedan ser de gran ayuda para que el proceso de enseñanza-aprendizaje pueda trascender las aulas, es decir, que los saberes que adquieran los estudiantes les sirva en diferentes contextos en los cuales puedan interactuar.

2.2.3. Enfoque funcional del aprendizaje matemático

En este apartado pondremos en un contexto más específico las directrices que brinda el MEP en el programa de estudios de matemática. Para alcanzar esto, se analiza el concepto de habilidad que asume el MEP y se identifican las habilidades geométricas presentes a nivel de octavo año y las estrategias de mediación para el desarrollo de tales habilidades. También, se analiza el enfoque de resolución de problemas, las situaciones y los contextos, los niveles de complejidad, presentes en las tareas matemáticas en general.

Habilidades

Como hemos mencionado el enfoque por competencias fue asumido por el MEP para el abordaje de la enseñanza de la matemática. Por ello, es importante identificar que para alcanzar los ideales propuestos por esta institución se deben desarrollar una serie de habilidades en los estudiantes que conduzcan al fomento de capacidades para enfrentar múltiples situaciones en diversos contextos.

El MEP nos indica que las capacidades generadas a corto plazo, y que se logran a través de problemas matemáticos, se denominan *habilidades específicas*, mientras que la generalización de este tipo de habilidades da paso a las *habilidades generales* (MEP, 2012).

Cabe resaltar que en los programas de estudio se proponen diversas habilidades para cada una de las áreas matemáticas. Por ejemplo, las habilidades: aritméticas, algebraicas, geométricas, entre otras. Es importante aclarar que el MEP (2012) plantea cinco áreas matemáticas que se deben abordar en el I, II y III Ciclo de la EGB y el IV ciclo de la Educación Diversificada; estas áreas son: números, medidas, relaciones y álgebra, estadística y probabilidad y geometría.

Con respecto a las habilidades generales, el MEP considera las siguientes habilidades para el área de geometría (MEP, 2012, pp. 301-302):

HG1. Identificar relaciones entre los conceptos básicos de la geometría (puntos, rectas, segmentos, rayos, ángulos).

HG2. Aplicar diversas propiedades y transformaciones de las figuras geométricas.

HG3. Utilizar nociones básicas de geometría analítica.

HG4. Aplicar las razones trigonométricas básicas (seno, coseno, tangente) y las relaciones entre ellas en diferentes contextos.

HG5. Visualizar y aplicar características y propiedades de figuras geométricas tridimensionales.

Resulta importante esclarecer que las habilidades generales establecidas anteriormente se trabajan a nivel del III Ciclo de la EGB, es decir, se abordan a lo largo de tres años lectivos (séptimo, octavo y noveno año). Sin embargo, para lograr estas habilidades se propone una serie de habilidades específicas que permiten alcanzar las habilidades generales del III Ciclo.

Con respecto a las habilidades específicas, se consideran aquellas que según el MEP permiten el desarrollo de conocimiento en el área de geometría en el nivel de octavo año de la Educación Secundaria (MEP, 2012, pp. 308-315):

HE1. Trazar en un plano cartesiano la figura que se obtiene al someter un polígono dado a una homotecia.

HE2. Reconocer puntos, ángulos y lados homólogos de un polígono y el polígono que resulta al aplicar una homotecia.

HE3. Reconocer pares de figuras homotéticas en el plano de coordenadas.

HE4. Construir una figura semejante a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón menor o mayor que 1.

HE5. Construir una figura congruente a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón igual a 1.

HE6. Identificar figuras semejantes en diferentes contextos.

HE7. Identificar figuras congruentes en diferentes contextos.

HE8. Aplicar los criterios de semejanza: lado-lado-lado, lado-ángulo-lado y ángulo-ángulo-ángulo para determinar y probar la semejanza de triángulos.

HE9. Aplicar los criterios de congruencia: lado-lado-lado, lado-ángulo-lado y ángulo-lado-ángulo, para determinar y probar la congruencia de triángulos.

HE10. Resolver problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos.

HE11. Utilizar software de geometría dinámica para visualizar propiedades relacionadas con la congruencia y semejanza de triángulos.

HE12. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de problemas en diversos contextos.

HE13. Identificar la base, las caras laterales, la altura, las apotemas y el ápice o cúspide de una pirámide.

HE14. Identificar las caras laterales, las bases y la altura de un prisma recto.

HE15. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular.

HE16. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular.

Para ampliar esta información, en el anexo 1 se presentan los conocimientos relacionados a cada habilidad específica y la contribución de estas últimas a las habilidades generales propuestas. Además, el anexo 2 contiene los indicadores que brinda el MEP para la evaluación de las habilidades geométricas específicas presentes en los programas de estudio de matemática.

Estrategias de mediación pedagógica

Una vez conocidas las habilidades generales y específicas propias del área de geometría se debe identificar qué estrategias de mediación pedagógica se sugieren para abordar diversos temas en las aulas costarricenses.

Primero, comprendemos por mediación pedagógica a la acción que propone la persona docente en la cual incluye los métodos, procesos y actividades que se realizan en el contexto educativo, que permiten la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades en la persona estudiante (MEP, 2021).

De acuerdo con lo anterior, la mediación pedagógica es el momento en el cual la persona docente trabaja los procesos matemáticos que se plantean en la propuesta ministerial, para que los estudiantes logren desarrollar las habilidades asociadas a las áreas matemáticas; a través de esta acción los educandos pueden desarrollar las habilidades geométricas.

Erróneamente, se piensa que para el fomento de capacidades cognitivas que den origen a las competencias matemáticas solo es necesario los conocimientos matemáticos y las habilidades

específicas. No obstante, para fomentar este tipo de capacidades es indispensable la acción de aula y la organización de las lecciones (MEP, 2012).

En este sentido, es trascendental que se proponga una lección participativa que despierte el interés de los estudiantes, mediante el planteamiento de tareas matemáticas que permitan maximizar la capacidad cognitiva de los alumnos y el desarrollo de habilidades; lo que implica una buena y cuidadosa planificación de las lecciones de matemática.

Además, el papel que desempeña el docente en estas actividades es de suma importancia, ya que su intervención en cada etapa de la lección es relevante para el desarrollo de los procesos matemáticos y la comprensión de la temática en estudio (MEP, 2012).

Por otra parte, conviene analizar el enfoque que se sugiere en la propuesta ministerial para la mediación pedagógica: la resolución de problemas.

Resolución de problemas

El MEP asume como enfoque principal para desarrollar las habilidades matemáticas la resolución de problemas, por ende, es una de las actividades principales planteadas por las personas docentes en la mediación pedagógica. La resolución de problemas permite que los estudiantes logren dominar las habilidades y los procesos matemáticos, los cuales facultan a estos para desarrollar competencias matemáticas (MEP, 2012); a través de este tipo de tareas matemáticas se alcanzan los estándares propuestos en los programas de estudio. En este sentido,

La resolución de problemas está asociada sustancialmente a la naturaleza de las Matemáticas, sean problemas del entorno o abstractos. Intuir, describir, plantear, resolver y generalizar problemas matemáticos, define la actividad de estos profesionales en contextos sociohistóricos donde existen criterios y métodos de comunicación y validación (MEP, 2012, p. 28).

De esta manera, la resolución de problemas proporciona una mejor comprensión de las matemáticas escolares por parte de los educandos, máxime si muestra la utilidad de los contenidos en sus contextos diarios, ya que esta práctica fomenta el interés y la curiosidad de la persona estudiante para el estudio de las matemáticas. La resolución de problemas es considerada en la propuesta ministerial desde dos focos (MEP, 2012): aprendizaje de los métodos o estrategias para plantear y resolver problemas. El segundo enfoque se centra en los medios que requiere un

problema para su solución, y el aprendizaje de los contenidos matemáticos a través de la resolución de problemas.

Desde este punto de vista, se propone el uso de problemas contextualizados para abordar diversos temas y así los estudiantes utilicen los procesos matemáticos permitiéndoles el desarrollo de capacidades cognitivas superiores. Así, se debe abordar qué situaciones o contextos pueden ser adaptados para trabajar este tipo de tareas, y permitan el desarrollo de habilidades geométricas en los estudiantes.

En este sentido, en los programas de estudio de matemática se proponen cinco situaciones que deben ser consideradas para la contextualización de los problemas, esas situaciones son: matemáticas, personales, ocupacionales, sociales y científicas.

Se rescata que las últimas cuatro situaciones enunciadas anteriormente siguen la misma línea que asume el planteamiento de las pruebas PISA (*Programme for International Student Assessment*) y, además de esto, dichas situaciones hacen referencia a contextos reales en donde la persona estudiante puede desarrollarse en cualquier etapa de su vida.

La tabla 1 nos muestra las cinco situaciones y su respectiva contextualización (Ruiz, 2017, p. 75):

Tabla 1.

Situaciones y contextos de la resolución de problemas

Situaciones	Descripción
Matemáticos	Este tipo de situaciones contemplan conceptos y procedimientos exclusivos de la matemática.
Personales	Hacen referencia a las actividades que hace un ser humano en su entorno. Es importante mencionar que la gran mayoría de estas situaciones se hacen a nivel de iguales.
Ocupacionales	Se refieren a las actividades laborales de un individuo. En este tipo de situaciones es importante rescatar que se consideran todas las labores de cualquier tipo de trabajo, desde un trabajo no formal hasta un trabajo profesional.
Sociales	Son aquellas actividades que lleva a cabo un individuo en su comunidad, ya sea a nivel local, nacional e incluso global. Por ejemplo: votaciones electorales, demografía, publicidad, etc.
Científicos	Hacen referencia a la inclusión de las matemáticas en los diversos campos de estudio de la ciencia. Por ejemplo: la medicina, climatología, genética, biología, etc.

Fuente: Ruiz (2017), p.75.

Niveles de complejidad

Es relevante considerar el estudio de los elementos que determinan el nivel de complejidad de una tarea matemática. Para Ruiz (2017) “existe una relación directamente proporcional entre los niveles de complejidad y las oportunidades para realizar procesos matemáticos” (p. 65).

Esto nos permite comprender que los problemas matemáticos y sus niveles de complejidad respectivos permiten generar en los estudiantes las habilidades planteadas en los programas de estudio; en este caso, ayuda al desarrollo de habilidades geométricas.

La tabla 2 describe los distintos niveles de complejidad, según el MEP (2012), en los que se pueden encuadrar las tareas matemáticas escolares.

Tabla 2.
Niveles de complejidad de las tareas matemáticas.

<i>Niveles de complejidad</i>	<i>Descripción</i>
Reproducción	En esencia se refiere a ejercicios relativamente familiares que demandan la reproducción de conocimientos ya practicados. Apelan al conocimiento de hechos y representación de problemas comunes, reconocimiento de cosas equivalentes, recolección de objetos matemáticos o propiedades, procedimientos rutinarios, aplicación de algoritmos estándar, manipulación sencilla de expresiones que poseen símbolos, fórmulas y cálculos sencillos.
Conexión	Se basa en capacidades que intervienen en el nivel de reproducción, pero va más lejos. Remite a la resolución de problemas que no son rutinarios, pero se desarrollan en ambientes familiares al estudiante, la interpretación con exigencias mayores que en el grupo de representación, y algo que lo define: la conexión entre los diversos elementos, en particular, entre distintas representaciones de la situación.
Reflexión	El elemento significativo es la reflexión, realizada en ambientes que son más novedosos y contienen más elementos que los que aparecen en el otro nivel de complejidad. Se plantea aquí la formulación y resolución de problemas complejos, la necesidad de argumentación y justificación, la generalización, el chequeo de si los resultados corresponden a las condiciones iniciales del problema y la comunicación de esos resultados. Se exige la participación de varios métodos complejos para su solución.

Fuente: MEP (2012) pp.32-33.

De esta forma, si el enfoque curricular se basa en la resolución de problemas, no solo se puede fomentar el nivel de reproducción, por el contrario, se deben incluir problemas que involucren todos los niveles de complejidad establecidos anteriormente, para asegurar en el estudiantado el fomento de las competencias matemáticas escolares.

Ahora, una vez realizado el análisis de los programas de matemática del MEP, es necesario establecer qué vamos a entender sobre tareas matemáticas y cómo se pueden diseñar. Por tal motivo, en la siguiente sección se brinda una explicación detallada.

2.3. TAREAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

Las tareas matemáticas escolares permiten guiar a los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje, con el propósito de que cada uno sea capaz de comprender las habilidades matemáticas pretendidas, al mismo tiempo que se incentiva el interés y la motivación en las aulas (Moreno y Ramírez, 2016). En este escenario, ambos autores destacan que no se puede considerar como sinónimos los términos tarea y actividad.

La actividad matemática “está relacionada con el individuo, con el alumno y la acción que realiza, mientras que la tarea está asociada con los objetivos para los que se solicita la actividad” (Moreno y Ramírez, 2016, p. 186), es decir, la actividad matemática se centra meramente en el accionar del estudiante y las tareas matemáticas escolares responden o fueron diseñadas por el docente para ser implementadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Además, estos mismos autores recalcan que la participación del estudiante está estrechamente ligada al término de actividad, cuando el estudiante intenta el ejercicio (Moreno y Ramírez, 2016).

Una tarea matemática escolar, según Cárdenas et al. (2016), es un “foco de aprendizaje, trabajo y esfuerzo de los estudiantes para poder aprobar” (p. 59), permite que cada alumno de forma intuitiva determine cuál es la mejor estrategia para su resolución, en donde se aplicarán anónimamente conocimientos formales. Se destaca que un conjunto de tareas que poseen una conexión entre sí permite la adquisición de habilidades que contribuyen a largo plazo, y de forma paulatina, a que cada estudiante logre desarrollar competencias matemáticas (Lupiáñez, 2009).

2.3.1 Variables de tarea

En las tareas matemáticas escolares es relevante identificar las variables que pueden estar presentes. Según Caraballo et al. (2011) estas son: (a) el contenido matemático en el cual se basa

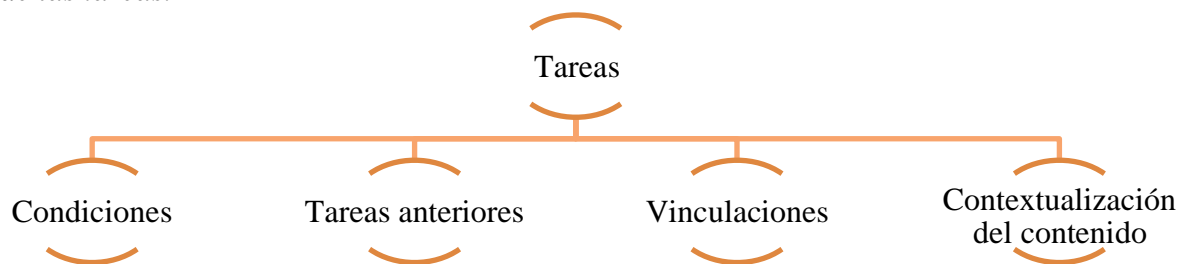
la tarea; (b) los contextos o situaciones que encuadran los problemas (personales, educativas o laborales, públicas, científicas); (c) la complejidad de cada una de las tareas que se proponen (reproducción, conexión y reflexión).

El reconocimiento de dichas variables es necesario para que el docente las contemple en la elaboración y el planteamiento de las tareas. Así, cada tarea que se elabore podría aumentar de forma paulatina su nivel de complejidad, con la finalidad de que los estudiantes logren desarrollar diversas habilidades con diferentes grados de demanda cognitiva, lo que conlleva a que cada estudiante relacione y aprenda de una forma integral (Caraballo et al., 2011).

2.3.2. Funciones de las tareas

En la siguiente figura se ilustran algunas consideraciones que se deben tomar en cuenta para plantear tareas matemáticas escolares según el rol que cumplan en una secuencia de aprendizaje:

Figura 3.
El rol de las tareas.



Fuente: elaboración propia a partir de Moreno y Ramírez (2016, p. 195).

Como se observa en la figura anterior las tareas deben contemplar las condiciones en las que se desarrollarán. Además, se debe tener presente las habilidades y las tareas anteriores, para que el estudiante sea capaz de relacionar los conocimientos que se abordan.

Siguiendo este orden de ideas, Moreno y Ramírez (2016) sugieren algunas funciones para las tareas matemáticas escolares:

- Motivar a los alumnos a aprender y a establecer relaciones entre las habilidades.
- Permite identificar cuáles son los conocimientos adquiridos.
- Admite que los estudiantes puedan realizar preguntas sobre los temas con la finalidad de fortalecer sus habilidades.

- Ayudan al estudiante a practicar sus procedimientos para poder sintetizar e integrar los conocimientos.
- Permite que el estudiante sea capaz de descontextualizar para poder comprender los conceptos o procedimientos.

2.3.3. Importancia de la selección y el diseño de tareas

En la selección y el diseño de las tareas es fundamental el conocimiento especializado que posee el docente de matemáticas, ya que las tareas constituyen una herramienta primordial para incentivar la comprensión de los conceptos matemáticos y el desarrollo de las habilidades en los estudiantes, al mismo tiempo que favorecen el interés, la motivación y la potencialización del aprendizaje (Chapman, 2013).

El docente cuando elabora las tareas debe tener presente las estrategias que implementa, ya que estas encaminan al estudiantado a buscar técnicas o estrategias matemáticas con un nivel mayor de complejidad al que poseen, donde intuitivamente aplicarán conocimientos formales para poder completar la demanda cognitiva propuesta (Sullivan et al., 2009).

Además, la implementación de las tareas matemáticas escolares en el proceso de enseñanza y aprendizaje contribuyen a evidenciar los posibles errores que poseen los estudiantes y así brindarles los apoyos que requieran para superar tales dificultades. En este sentido, se proponen ciertos lineamientos que se pueden contemplar para evaluar cuál fue el grado de superación del error (Lupiañez, 2009). Por esta razón, durante el diseño de las tareas el docente también debe contemplar las limitaciones y dificultades que en estas se pueden manifestar para poder identificar las posibles ayudas que le puede brindar a cada estudiante dependiendo los errores que este cometa.

A continuación, la figura 4 destaca los conocimientos que el docente debe contemplar en la selección y diseño de las tareas:

Figura 4.
Selección y diseño de tareas.



Fuente: elaboración propia a partir de Champan (2013, p. 1).

Aunado a lo anterior, de acuerdo con los fines de nuestro estudio, es relevante enfatizar en el término de tareas de evaluación, con el propósito de brindar una noción sobre las características que se contemplan para un adecuado diseño y selección de estas para la prueba escrita. En la siguiente sección se profundiza este aspecto.

2.3.4. Tareas de evaluación

Las tareas de evaluación son tareas matemáticas escolares diseñadas para evaluar la competencia matemática que ha adquirido el estudiante mediante la valoración de las habilidades generales y específicas desarrolladas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje (Caraballo, 2014). De esta manera, una tarea matemática escolar puede ser utilizada en la clase, con el apoyo del docente, para fomentar habilidades y a su vez la misma tarea puede ser adaptada para que el estudiante demuestre el desarrollo de las habilidades en una prueba. Al respecto, Marín (2013) afirma que las tareas de evaluación aportan información sobre la situación de aprendizaje del alumno en términos de logros, desarrollo de competencias y detección de errores.

Cárdenas et al. (2016) indican que las “tareas propuestas en los exámenes son tareas totalmente independientes entre ellas, ninguna pregunta depende de la respuesta de otra pregunta, y en muchas ocasiones no se refieren a un único contenido” (p. 67). Así, cada uno de los ítems que se diseñe en la prueba escrita deberá fomentar una serie de habilidades y su respuesta no debe relacionarse con la respuesta de otro ítem; de lo contrario el estudiante sólo establecería esta relación sin fomentar un pensamiento o resolución por su parte.

Marín (2009) propone una serie de pasos que se deben contemplar en el diseño y la selección de tareas orientadas a evaluar la competencia matemática, los cuales son:

Paso 1. Relacionar los aprendizajes adquiridos en las lecciones con los indicadores de evaluación.

Paso 2. Identificar cada habilidad que se desarrolló con su respectivo tema, de tal forma que se maximice las competencias que logra el estudiante.

Paso 3. Las tareas deben considerar: las habilidades que desarrolla, las competencias que se fomentan, diversidad del contenido, situaciones y representaciones (las que se abarcaron en las clases) y, por último, contemplar los niveles de complejidad.

Paso 4. Seleccionar tareas que poseen un alto nivel cognitivo, que permitan desarrollar varias habilidades.

Paso 5. Contemplar qué tipo de ítem se ajusta a evaluar la tarea.

Considerando esta serie de pasos, el docente logra elaborar de forma correcta las tareas del examen. Además, se deben contemplar ciertas características o condiciones que están presentes en las tareas de evaluación, sobre ellas Bell et al. (1992) establecen:

- *Relevancia práctica.* Se da cuando las tareas contemplan un contexto real, en donde el estudiante sea capaz de aplicar el aprendizaje de una forma significativa.
- *Coherencia.* Se deben proponer tareas que incentiven la toma de decisiones por parte del estudiante para que a través del razonamiento y métodos lógicos logre llegar a una solución. No se permite que sean una serie de pasos que reduzcan la capacidad cognitiva del estudiantado.
- *Amplio rango de respuesta.* Hace referencia a que las tareas que se propongan contemplen diversas estrategias o procedimientos que puede utilizar el estudiante. El docente no debe limitar las respuestas del estudiante.
- *Extensión y valor.* Se deben contemplar en el examen tareas de distintas extensiones, esto porque unas incentivan un cálculo rápido (tareas cortas) y otras evalúan mejor el pensamiento superior de los estudiantes mediante los argumentos que establezcan (tareas largas). Cabe destacar que la extensión de la tarea influye en el valor que le corresponde.
- *Adaptabilidad y flexibilidad.* El primer término hace referencia a que cada tarea debe tener un contexto de la vida cotidiana que se ajuste a la situación del estudiante y de la institución. El segundo se vincula al momento cuando el alumno tiene la posibilidad de explorar diversas estrategias, poniendo en práctica la flexibilidad.

En el siguiente apartado describimos el concepto de evaluación y la importancia que tiene en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

2.4. EVALUACIÓN

La evaluación es un proceso amplio que no solo se reduce a una calificación o el desarrollo de ciertas pruebas. Por el contrario, con la evaluación se pretende “establecer valoraciones sobre los aprendizajes de los individuos dentro de procesos educativos que son siempre complejos y multidimensionales” (Ruiz, 2018, p. 199). Para este trabajo se considera pertinente adoptar la definición propuesta por Prieto (2008), la cual hace referencia a que la evaluación permite comprobar las habilidades adquiridas por cada estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje

mediante los resultados brindados en los instrumentos; además, “permite verificar la expresión del aprendizaje o comportamiento observable de los estudiantes, constatación que es considerada como evidencia suficiente para certificar la adquisición de determinados conocimientos” (p.126).

El propósito de la evaluación es recolectar información pertinente que contribuya a estudiar cuál fue el logro con respecto a las habilidades que a largo plazo propician una competencia establecida en los programas de estudio (MEP, 2012). El enfoque propuesto en estos programas evidencia la necesidad de evaluar el desarrollo de habilidades, no un aprendizaje memorístico en donde la respuesta sea dada de forma mecánica por parte del estudiantado.

La evaluación es un proceso que presenta una serie de efectos positivos o negativos que se evidencian en los estudiantes, ya sea a largo o corto plazo (Prieto, 2008). Lo que recalca la importancia de un manejo adecuado de esta herramienta, en la cual el objetivo principal es que el estudiante mejore y desarrolle habilidades en su aprendizaje.

El NCTM (2014) recalca que la evaluación es una “parte integral de la enseñanza, provee evidencias de la competencia que hay en contenidos y prácticas de matemáticas” (p. 5); lo que permite que el docente logre integrar un conjunto de estrategias adecuadas con la finalidad de retroalimentar el conocimiento de los estudiantes y mejorar las herramientas utilizadas por parte de él.

Con respecto a la importancia de la evaluación en los sistemas educativos, Moreno y Ortiz (2008) y Flores (2017) coinciden en que esta es una herramienta que permite la toma de decisiones que mejoren el aprendizaje. Se integra la evaluación con la enseñanza para poder realizar un análisis de las estrategias utilizadas, con la finalidad de identificar dificultades o brechas que pueden tener los estudiantes en ciertos temas y así permitir que ellos lleguen a desarrollar las habilidades establecidas. Es decir, este proceso debe estar en constante mejora de las estrategias de aprendizaje con base en los resultados (cuantitativos o cualitativos) que proporciona la evaluación, y a su vez retroalimentar el conocimiento docente.

A nivel nacional, el MEP (2012) considera la evaluación como un “proceso inherente a la mediación pedagógica, que le permite a cada estudiante construir aprendizajes a partir de sus experiencias, trascendiendo de esta forma la idea de la evaluación como mecanismo de sanción” (p. 69). En este proceso se contemplan diversos tipos de evaluación que enriquecen el aprendizaje de los estudiantes, los cuales se detallan en el siguiente apartado.

2.4.1. Tipos de evaluación

En el proceso de enseñanza y aprendizaje pueden intervenir varios tipos de evaluación. Para efectos de este estudio centraremos nuestra atención en tres de esos tipos, cada uno de ellos evidencian aspectos distintos referentes a las habilidades desarrolladas o que se desean evaluar. Cada una mide las habilidades de forma cuantitativa o cualitativa.

Evaluación diagnóstica

La evaluación diagnóstica permite al docente “conocer el estado inicial de la persona estudiante en las áreas del desarrollo: cognoscitiva, socioafectiva y psicomotriz; con el fin de facilitar, con base en la información que de ella se deriva, la aplicación de las estrategias correspondientes” (MEP, 2019c, p. 3).

Evaluación formativa

La evaluación formativa le brinda al docente la información adecuada para reflexionar o aportar en las áreas de la matemática en la que se han presentado alguna deficiencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje (MEP, 2019c).

Evaluación sumativa

La evaluación sumativa “verifica cada logro aprendido en el proceso de enseñanza, así permite establecer una clasificación que determina si el estudiante aprobó o no el nivel (MEP, 2019c, p. 3). Este tipo de evaluación “busca determinar (medir) con la mayor objetividad posible los aprendizajes con propósitos de acreditación o certificación para avanzar en un grado escolar, un nivel o ciclo educativo, o toda una preparación escolar” (Ruiz, 2018, p. 199). Es decir, pretende medir de una forma cuantitativa los conocimientos que tiene cada estudiante respecto a las habilidades propuestas en los programas de matemáticas para cada nivel académico. Además, este tipo de evaluación debe proponer estrategias que permitan evaluar las habilidades que se indicaron y que sean confiables.

Con la finalidad de verificar los logros de cada estudiante, el instrumento más utilizado para obtener de forma cuantitativa dicha información es la prueba escrita. La cual en el siguiente apartado se describe en detalle. Además, de algunos lineamientos a seguir y los tipos de ítems que se pueden diseñar.

2.4.2. Prueba escrita

En el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes (MEP, 2019c) se indica que la prueba escrita es un “instrumento de medición cuyo propósito es que el estudiantado demuestre la adquisición de habilidades cognitivas, psicomotoras o lingüísticas” (p. 10). Este instrumento permite al docente identificar el nivel de desarrollo de cada una de las habilidades por parte del estudiante.

Se debe resaltar la relación que tiene la prueba escrita con respecto a los docentes y los alumnos. Esto debido a que el docente es el encargado de estructurar, a partir de las habilidades que se desarrollaron en las lecciones, la prueba escrita, y esta permite evaluar el progreso que han tenido los estudiantes en dichas habilidades. Este instrumento brinda al docente la posibilidad de identificar el nivel de comprensión que tiene el estudiante respecto al tema.

Diseño de la prueba escrita

Para el diseño de una prueba escrita el docente debe considerar dos atributos necesarios, debido a que este instrumento, al brindar una medición del conocimiento, debe garantizar la confiabilidad y la validez (Torres et al., 2011). La confiabilidad significa que la prueba puede ser aplicada en cualquier contexto educativo con igualdad de condiciones. Esto es, que el instrumento conserve los resultados similares aplicándolo en dos instituciones distintas. Con respecto a la validez, esta se contempla desde dos enfoques: primero, que el docente brinde las herramientas (mediación pedagógica, entrega del temario en el tiempo requerido) necesarias para que los estudiantes logren realizar la prueba; segundo, que el examen permita evaluar las habilidades correspondientes al tema impartido en clases, evitando medir solo un concepto o no abarcar de forma parcial lo que establece cada habilidad; cada tema que se indicó en el temario debe ser evaluado en la prueba escrita.

El documento *La prueba escrita MEP* elaborado por Torres et al. (2011) brinda una tabla para certificar la validez de la prueba de acuerdo con el contenido (esto se puede visualizar en el anexo 3). Se menciona que el docente debe detallar cada habilidad específica que se desarrolló junto con la respectiva cantidad de lecciones que requiere su enseñanza. Además, se debe asignar un puntaje correspondiente a cada habilidad a través de una serie de pasos, posterior el docente especifica qué tipo y cantidad de ítems va a implementar en la prueba. En el anexo 3 se detalla paso a paso el procedimiento que se debe seguir para completar de forma adecuada la tabla.

Además, dicho documento establece una serie de aspectos que el docente debe tener presente en la construcción de una prueba escrita, a saber:

- Utilizar al menos un tipo de ítem objetivo y otro de desarrollo.
- Este tipo de prueba no permite que el estudiante la resuelva con el apoyo de un libro o en el hogar.
- Los ítems se redactan de forma positiva, en caso de que la habilidad incluya una negación se respetara la escritura ya establecida en los programas de estudio.
- Ningún ítem puede solicitar que el estudiante realice dibujos, recortes o pintar.
- Dependiendo de las habilidades que se desean evaluar es necesario identificar cuál tipo de ítem es más apropiado para su elaboración.
- Evitar la elaboración de ítems que sean opcionales.
- Los enunciados deben contemplar todos los datos necesarios para su resolución.
- Cada ítem debe indicar la puntuación total correspondiente.

A continuación, se detalla la definición de ítem y los tipos que se pueden implementar en la prueba escrita. Además, ciertos lineamientos ya establecidos para su construcción.

Ítem y tipos de ítems

Un ítem es una pregunta que permite medir el nivel de comprensión que tiene el estudiante de las habilidades. El conjunto de los ítems conforma la prueba escrita (Torres et al., 2011). Para el diseño de la prueba escrita se pueden considerar dos tipos de ítems: ítems objetivos e ítems de desarrollo.

Ítems objetivos

Este tipo de ítem tiene la particularidad de que el estudiante puede determinar la solución del enunciado y marcar la respuesta correcta entre diversas opciones ya establecidas o que le corresponda indicar explícitamente la respuesta (Torres et al., 2011). Cabe destacar que en el diseño de la prueba escrita el docente debe contemplar la(s) respuesta(s) correcta(s), con la finalidad de que el instrumento esté elaborado de forma adecuada. Asimismo, el “término objetivo se refiere al procedimiento empleado para la asignación de la puntuación y no a las características de la respuesta” (Torres et al., 2011, p. 16).

El mismo autor indica que los ítems objetivos se pueden formular de cuatro formas distintas, las cuales se explican a continuación.

- *Selección única.* Esta formulación de ítem consta de un enunciado que permite al estudiante entender con claridad el modo en el que se debe proceder a la resolución. Además, cuenta con cuatro opciones, de las cuales solo una es correcta y las demás sirven como distractores.
- *Respuesta corta.* Permite que el estudiante responda brevemente al enunciado mediante una o varias palabras según lo que indique este mismo. La máxima puntuación que se le puede dar a un ítem es de cinco puntos (por tener que responder cinco palabras, un punto cada una), sin embargo, el docente puede establecer la cantidad de respuestas dependiendo de la habilidad que desea evaluar.
- *Correspondencia o apareamiento.* En esta sección se le brinda al estudiante, en dos columnas, los enunciados y en la otra las posibles respuestas a estos, con la finalidad de que el estudiante busque establecer relaciones entre los enunciados y las posibles respuestas. Por una cuestión de orden el docente debe colocar dichas columnas de forma paralela y en una misma página.
- *Identificación.* Permite que el estudiante identifique elementos o partes de un tema a partir de una determinada representación (dibujos o gráficos), donde se debe señalar de forma clara y concisa los elementos que se desean preguntar, los cuales, también, deben estar identificados con un número o letra diferentes.

Las pautas para profundizar en los tipos de ítems anteriores se encuentran detalladas en el anexo 4.

Ítems de desarrollo

Este tipo de ítems permiten medir de una forma amplia y más detallada el proceso que el estudiante realiza para poder obtener la(s) respuesta(s). El estudiante debe tener presente la información que brinda el enunciado y con cuales herramientas cuenta para poder realizar el procedimiento de forma clara y ordenada (Torres et al., 2011). Estos ítems se pueden formular de cuatro formas distintas:

- *Respuesta restringida.* Este tipo de ítem permite al docente medir las habilidades de los aprendizajes de los estudiantes, en donde de antemano se le proporciona(n) la(s) respuesta(s) que tiene que fundamentar mediante un procedimiento. Dado que el estudiante ya sabe la(s)

respuesta(s) se limita tanto el conocimiento como el procedimiento. “Este tipo de ítem es útil para medir los resultados del aprendizaje en los niveles de comprensión, aplicación y análisis” (p. 23).

- *Resolución ejercicios.* Ayuda al docente a verificar si el conocimiento ha sido mecanizado por parte del estudiante, es decir, que realiza el procedimiento de la misma manera en la que se imparte en el aula. Este ítem se enfoca en una única solución que no posea una alta exigencia de razonamiento para evitar las dificultades referentes al contenido matemático.
- *Resolución de problemas.* Se basa en evaluar el procedimiento (razonamiento lógico-matemático) que realiza el estudiante para poder determinar la solución. Dicho procedimiento no requiere un nivel elevado de análisis por parte del estudiantado. Este tipo de ítem evidencia al docente si sus estudiantes han adquirido las habilidades que se promovió, las cuales en ocasiones se dan aplicando los algoritmos de forma memorística.
- *Resolución de casos.* “Con este tipo de ítem se pretende, a partir de la información suministrada, medir aprendizajes que impliquen procesos cognitivos de niveles superiores” (p.25).
- *Ensayo.* Este ítem es un medio que permite evaluar la capacidad organizacional, de síntesis y de expresión de los estudiantes.

Las pautas para profundizar en los tipos de ítems anteriores se encuentran detalladas en el anexo 5.

2.4.3. Evaluación de la competencia matemática escolar

La evaluación que propone el MEP en la asignatura de matemáticas consiste en un proceso que incentiva el fomento de las competencias matemáticas escolares a través de la resolución de problemas. Se pretende que cuando el estudiante logre desarrollar una competencia matemática es porque tiene la “capacidad de usar las matemáticas para entender y actuar sobre diversos contextos reales” (MEP, 2012, p. 14). De esta manera, la evaluación debe orientarse a identificar cómo los estudiantes logran aplicar las habilidades comprendidas en situaciones de la vida cotidiana, para darle sentido práctico a lo que aprenden.

Para poder establecer instrumentos que evalúen las competencias matemáticas escolares Caraballo (2014) señala que se deben considerar dos focos: (1) Las expectativas del aprendizaje que contempla cada tema, esto hace referencia a las habilidades y destrezas que se establecen en el plan de estudio de matemática para la respectiva área; y (2) El desarrollo del aprendizaje de las

matemáticas. La figura 5 ilustra cómo se involucran los focos señalados por Caraballo (2014) para la evaluación de las competencias.

Figura 5.
Focos que contempla la evaluación de las competencias.



Fuente: elaboración propia a partir de Caraballo (2014, p. 15).

Además, el docente debe contemplar aquellas estrategias para la evaluación que fueron utilizadas en la resolución de problemas, debido a que en ellas se promovió que el estudiante fuera capaz de aplicar los conocimientos y las habilidades que aprendieron en contextos cotidianos (Caraballo, 2014).

Dado que el MEP enfatiza que la enseñanza se brinde mediante una metodología enfocada en la resolución de problemas, se requiere que el profesor considere una evaluación congruente a este tipo de metodología y seleccione ítems que le permitan determinar el grado de desarrollo de habilidades que tienen los estudiantes. Desde esta perspectiva, se establece el concepto de evaluación auténtica, la cual pretende medir el desempeño y la comprensión de los estudiantes de una manera más contextualizada y relevante para la vida real. A diferencia de las evaluaciones tradicionales, que a menudo se centran en la memorización de hechos o la realización de tareas específicas en condiciones controladas, la evaluación auténtica busca evaluar habilidades y conocimientos en situaciones del mundo real (Loría, 2020).

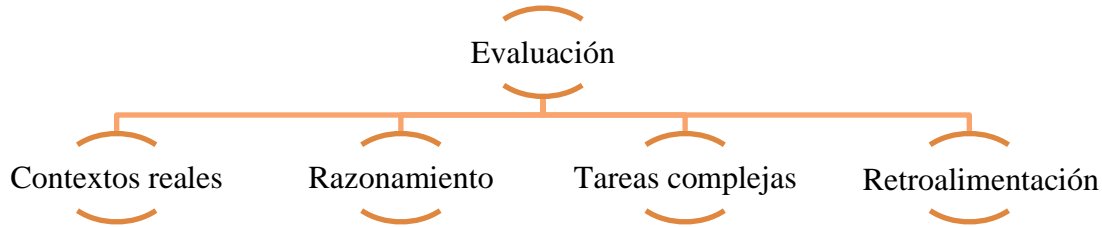
La evaluación en situaciones reales o auténtica brinda una nueva alternativa en donde el estudiante no tenga que requerir a la memorización o repetición de soluciones para poder comprender y donde la prueba escrita no se centre en evaluar las habilidades de forma repetitiva.

Además, la evaluación auténtica permite reflexionar sobre la resolución del examen propuesta por el estudiante, mediante el vínculo entre lo conceptual y lo procedimental que reflejan las habilidades. Asimismo, para poder diseñar un examen de esta índole es necesario evidenciar cómo se aplican las habilidades en la vida cotidiana. Es decir, que el estudiante logre identificar los conocimientos que ha adquirido en situaciones diarias, reflejando un desempeño significativo (Vallejo y Molina, 2014).

Algunas características muy notorias que posee la evaluación en situaciones reales o auténticas, según Prégent et al. (2009) se ilustran en la figura 6.

Figura 6.

Características de la evaluación auténtica.



Fuente: elaboración propia a partir de Prégent et al. (2009, p. 2).

Cuando el docente involucra, tanto en el desarrollo de la clase como en la evaluación, contextos reales en donde los estudiantes sean capaces de relacionar las habilidades que están aprendiendo, se potencia la enseñanza debido a que ellos mismos razonan y argumentan las estrategias o métodos que pueden utilizar para brindar un resultado. Se debe tener en cuenta el nivel de complejidad de las tareas que se propongan, debido a que deben ser retos que incentiven el interés y la motivación en los alumnos. Además, es muy importante que después de la resolución de las tareas (en las clases o en la evaluación) se contemple un espacio en donde se discutan los resultados y se incentive que un error también es una herramienta de aprendizaje.

Dado el interés de nuestro trabajo, el foco de atención radica en la prueba escrita, que contribuye a la evaluación sumativa. Sin embargo, existen otras alternativas como portafolios, proyectos, foros o cuestionarios, entre otros.

Para poder realizar una adecuada evaluación auténtica Vallejo y Molina (2014) y Ahumada (2005) coinciden en que el docente debe tener presente ciertos principios para el diseño de este tipo de evaluación, los cuales son:

- Resaltar la importancia que tienen las habilidades previas para el desarrollo de nuevas, proporcionándole a los estudiantes la capacidad de realizar conexiones que incentiven un conocimiento significativo de lo aprendido.
- Proporcionar tareas que desarrollen habilidades para estimular en los estudiantes la motivación por aprender y alcanzar la meta propuesta. Esto brinda un vínculo entre la enseñanza y la evaluación.

- Tener presente el nivel y la capacidad (razonamiento, memoria, tiempo de atención) que tiene cada estudiante en el proceso de aprendizaje, así como proporcionarles el apoyo necesario y las herramientas más adecuadas.
- Valorar las respuestas y los procedimientos que utilizaron los estudiantes para luego “incluir espacios de reflexión en torno a los aprendizajes logrados, a la enseñanza que los posibilitó y a los mecanismos de evaluación que se emplearon, recuperando posteriormente dichas reflexiones como elementos de realimentación y propuestas para la mejora” (Vallejo y Molina, 2014, p. 18).

El docente, para poder realizar una evaluación en donde se determine las competencias que adquirió el estudiante, debe seguir un adecuado proceso, el cual consiste no solo en la aplicación de la prueba escrita, sino desde la construcción del instrumento hasta su retroalimentación, por lo que Prégent et al. (2009) proponen las siguientes etapas:

Etapas 1. El docente debe identificar los principios mencionados por Vallejo y Molina (2014) y Ahumada (2005). Lo anterior, para poder tener claro las habilidades desarrolladas en las lecciones y los niveles de complejidad de cada una de ellas. Además, debe tener presente el nivel académico que tiene cada estudiante.

Etapas 2. A partir de la información analizada en la etapa uno, se procede a elaborar la prueba escrita basada en situaciones reales.

Etapas 3. Se propone una retroalimentación de las preguntas realizadas por los estudiantes.

Etapas 4. Se brinda la nota obtenida en la prueba escrita a cada estudiante.

Etapas 5. El docente ofrece una retroalimentación al estudiante de los errores que realizó y las estrategias adecuadas que implementó, con el propósito de mejorar. Además, analizar si los métodos que se implementaron fueron los ideales para desarrollar las habilidades o no.

En conclusión, la evaluación en situaciones reales o auténtica es una alternativa viable para poder medir el nivel de desarrollo de las habilidades de los estudiantes en contextos reales, por medio de tareas complejas que requieran el pensamiento crítico y la creatividad para su resolución; en donde el proceso de enseñanza contemple el aprendizaje a partir del error, las actividades colaborativas y la retroalimentación por parte del docente (Prégent et al., 2009).

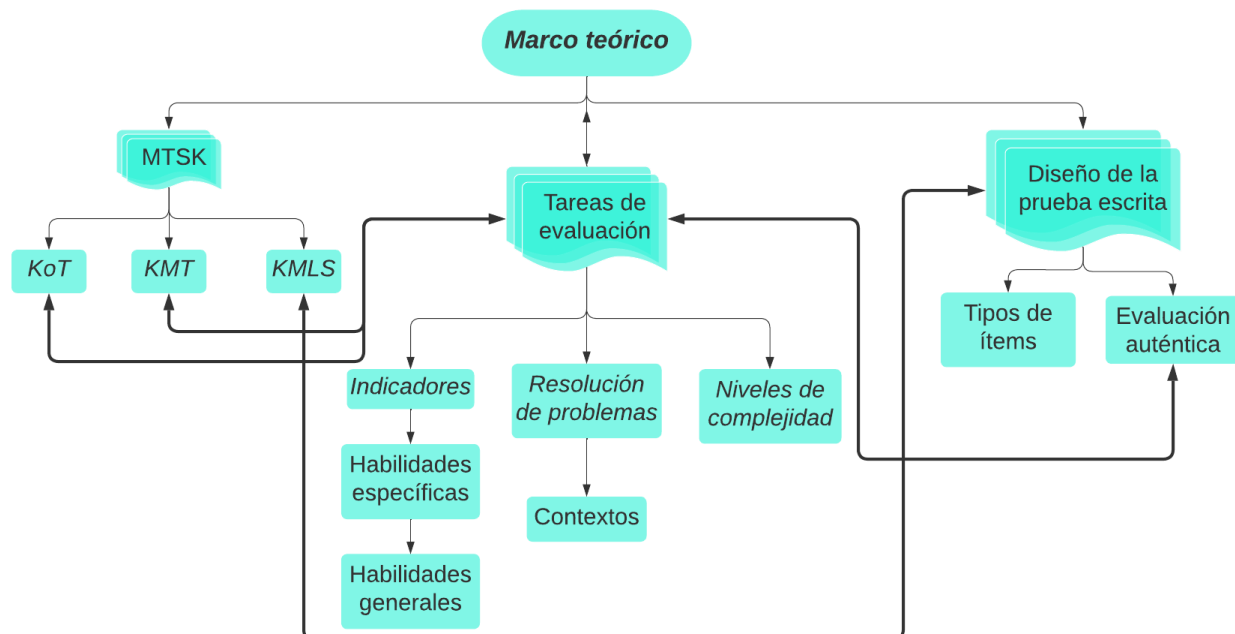
En resumen, el marco teórico permite evidenciar que el conocimiento que posee cada docente sobre los temas geométricos y la forma de enseñanza se refleja en cada tarea de evaluación.

Asimismo, la forma en que el profesor estructura la prueba escrita permite visualizar su conocimiento en cuanto a lineamientos y protocolos que se deben considerar para un adecuado instrumento de evaluación. La fusión de estos conocimientos es lo que conocemos en este estudio como conocimiento geométrico y evaluativo del docente de matemáticas.

Cabe destacar, que el docente tiene la responsabilidad de que cada tarea posea una correcta relación entre los indicadores de logro, habilidades específicas y generales para establecer cuál sería el mejor contexto y nivel de complejidad según lo estipulado en la propuesta ministerial y el grado académico de los estudiantes. Además, es relevante que la tarea incorpore contextos reales y potencialice el razonamiento de cada estudiante como principales fundamentos que establece la evaluación auténtica; lo mencionado se resume en la siguiente figura.

De manera aclaratoria, es de vital importancia comprender el concepto de conocimiento evaluativo, el cual consiste en el conjunto de saberes propios sobre los lineamientos técnicos de evaluación, además de los conocimientos de la enseñanza de la matemática, tales como la creación de tareas matemáticas orientadas a evaluar habilidades, las expectativas de aprendizaje entre otros.

Figura 7.
Resumen del marco teórico.



Fuente: elaboración propia.

CAPÍTULO III

Marco Metodológico

En este capítulo se explica en profundidad el enfoque, paradigma y método que enmarcan nuestra investigación, asimismo, se describen los criterios de selección de los participantes y de las fuentes. También, se describen las técnicas e instrumentos que se aplicaron para la recolección de la información, así como las categorías de análisis y fases que permitieron la obtención de los resultados. Para finalizar, se indica la técnica de análisis de información que fue implementada y el respectivo criterio de validez.

3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

Esta investigación se enmarca a partir del paradigma naturalista o interpretativo, el cual pretende conocer el problema y comprenderlo a través de la visión del sujeto participante (Gil et al., 2017). La selección de este paradigma permitió analizar el conocimiento geométrico y evaluativo de dos docentes de matemática en ejercicio, mediante los mecanismos que siguen y los argumentos que exponen al diseñar tareas de evaluación que constituyen la prueba escrita orientada a valorar el desarrollo de las habilidades geométricas. Así como verificar si existía relación entre lo propuesto por estos docentes y lo que se establece en los documentos curriculares, tales como, el programa de estudios de matemática y el reglamento de evaluación del MEP.

En síntesis, este paradigma nos permitió determinar, desde la visión de los participantes, si el diseño de la prueba era concordante con los aspectos teóricos que se establecen para su diseño. Específicamente en lo relacionado a si la prueba favorece una evaluación orientada a determinar el desarrollo, o no, de las habilidades.

En este sentido, esta investigación se encuadra desde el enfoque cualitativo, ya que se orientó a la comprensión de todas las acciones que realizan los sujetos de estudio de acuerdo con su práctica educativa (Rodríguez, 2003). Se analizó el conocimiento que manifiesta la persona docente de matemática en la elaboración de la prueba escrita mediante los argumentos y técnicas que utiliza para diseñar dicho instrumento. Contemplando la relación que debe existir entre el diseño de la prueba, las tareas de evaluación propuestas y algunas variables de tarea consideradas; ubicándonos en el nivel de octavo año.

En coherencia con el enfoque de nuestra investigación, se implementó como método el estudio de casos. Yin (1994), citado por Jiménez y Comet (2016), menciona que este “consiste en una investigación empírica que estudia un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto de la vida real” (p. 2). Cabe destacar que este tipo de estudio se engloba en una dimensión interpretativa, que según Rodríguez (2003) “observa el caso con la finalidad de interpretar y teorizar acerca del mismo; y desarrollar categorías conceptuales para ilustrar o defender presupuestos teóricos emergentes” (p. 37).

Lo anterior, se debe a que la investigación se enfocó en estudiar el conocimiento que presentan los docentes de matemáticas de dos instituciones públicas diferentes en el nivel de octavo año de la Educación Secundaria en Costa Rica. En concordancia con la dimensión descrita, se pretende caracterizar dicho conocimiento mediante el modelo MTSK y las tareas de evaluación que los docentes han considerado en el diseño de cada prueba.

Cabe aclarar que, por la situación sanitaria ocurrida a raíz de la COVID-19, se analizaron las pruebas escritas aplicadas en octavo año en el curso lectivo 2019; estas pruebas fueron las últimas evaluaciones aplicadas de manera presencial por los docentes al momento de la recolección de la información para este estudio.

3.2. FUENTES DE INFORMACIÓN

En la siguiente sección se detallan quiénes fueron los participantes de la investigación y además se explica cuál representó la principal fuente de información para este estudio, en este caso nos referiremos específicamente a la prueba escrita.

3.2.1. Participantes

Los participantes fueron dos profesores de matemática de dos instituciones públicas distintas, uno de la Dirección Regional de Heredia y el otro de la Dirección Regional de Cartago. Los siguientes criterios para su selección, fueron adaptados de Rojas et al. (2012):

- *Titulación.* Poseer como grado mínimo Bachillerato en Enseñanza de la Matemática, lo anterior con el fin de garantizar que los docentes en servicio hayan recibido durante su formación profesional, al menos un curso, en el que aprendieran a elaborar pruebas escritas.

- *Experiencia.* Los docentes debían poseer al menos seis años de experiencia como profesores de matemáticas en Educación Secundaria con el MEP, para garantizar que los educadores hayan laborado bajo los nuevos programas de estudio de matemática.
- *Condición laboral.* Poseer nombramiento en propiedad en los colegios donde se llevó a cabo el estudio. Además, es necesario que los docentes se encuentren nombrados en dicha institución desde el año 2019, o antes, y mantener dicho nombramiento para el año 2022, lo anterior con el propósito de localizar a los docentes, en caso de requerir alguna información adicional.
- *Experiencia.* Haber impartido lecciones a, al menos, un grupo del nivel de octavo año de la Educación Secundaria en Costa Rica en el 2019. También se requirió que los docentes hubieran abordado los contenidos de geometría en este nivel escolar, lo anterior se establece debido a la delimitación del problema que rige esta indagación.
- *Disponibilidad.* Poseer disponibilidad para participar en este estudio, con el fin de garantizar la recolección de la información requerida para la investigación. Además, poseer y compartir con los investigadores, las pruebas escritas aplicadas en el 2019.

Con respecto a los docentes, se les aplicó una encuesta y una entrevista, con el fin de analizar el conocimiento geométrico y evaluativo que tienen los profesores para elaborar pruebas escritas que evalúen el desarrollo de habilidades geométricas en estudiantes del nivel de octavo año.

Conjuntamente, se consideró como participante de este estudio, a una persona encargada de la asesoría de Matemática de la Dirección Regional de Heredia. La información suministrada por esta persona favoreció el contraste entre los datos recopilados con los docentes de matemática y la teoría que fundamenta los programas de estudio de matemática.

Los criterios de selección para la inclusión de la persona asesora como participante de la investigación fueron adaptados de Rojas et al. (2012), los cuales son:

- *Cargo laboral.* Ser asesor de matemática en alguna dirección regional en las que se realizó el estudio.
- *Experiencia.* Poseer al menos cuatro años de experiencia en el cargo, con el fin de garantizar que la persona asesora tenga el conocimiento sobre el perfil que debe presentar un docente de matemática para laborar con el MEP.

- *Disponibilidad.* Poseer disponibilidad para participar en este estudio, con el fin de garantizar la recolección de la información requerida para la investigación.

En este sentido, se realizó una entrevista al asesor de matemáticas, para indagar sobre el conocimiento geométrico y evaluativo que requieren los profesores que laboran en colegios supervisados por el MEP, para diseñar pruebas escritas que certifiquen el desarrollo de las habilidades geométricas en estudiantes del nivel de octavo año.

3.2.2. Pruebas escritas

Debido al propósito de nuestra investigación, se consideró prudente el análisis documental de los instrumentos de evaluación, específicamente las pruebas escritas que elaboraron los docentes de octavo año en el 2019 y en las que se evaluaron conocimientos y habilidades sobre geometría. Dicho análisis permitió caracterizar cada ítem propuesto en términos de sus atributos y determinar si cada tarea favoreció la valoración del desarrollo de habilidades, según lo estipulado por el MEP. Además, el análisis de la prueba escrita puso en evidencia el conocimiento de los docentes sobre el diseño de tareas que evalúan habilidades geométricas.

3.3. CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

En este apartado se presentan las categorías de análisis que se utilizaron en el estudio, para estudiar la información recopilada por medio del cuestionario y de las encuestas antes indicadas.

3.3.1 Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK)

En esta categoría se analizó el conocimiento geométrico y didáctico geométrico que requiere un educador para desarrollar esta área matemática en nivel de octavo año. Es importante rescatar que en el dominio didáctico se incluye el conocimiento evaluativo que se requiere para enseñar geometría. Considera tres componentes, que corresponden a tres subdominios del MTSK.

Conocimiento de los temas (KoT)

En esta subcategoría se estudió el conocimiento geométrico formal y escolar que requiere el docente de matemática para impartir esta área a estudiantes del nivel de octavo año. Con esto se buscó evidenciar cómo el docente integra los saberes geométricos, adquiridos a lo largo de su formación profesional, con los conocimientos que se deben impartir en Educación Secundaria. Lo

que incluye: definiciones (D), fenomenología (F), representaciones (RT) y procedimientos (PR), que tiene el profesor sobre el área de geometría en secundaria.

Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)

Con esta subcategoría se estudiaron las diversas estrategias que permiten que el profesor de matemática fomente el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año. Para esto, se consideraron las estrategias, las técnicas y las tareas que el docente propuso para abordar tópicos geométricos en el nivel de octavo año, con esto también se evidenció el conocimiento evaluativo necesario para elaborar exámenes escritos, ya que las tareas de evaluación propuestas en este instrumento fueron similares a las tareas matemáticas trabajadas en clase, lo anterior basado en las disposiciones que brinda el MEP en el reglamento de evaluación de los aprendizajes.

Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)

Finalmente, con esta subcategoría se analizó el conocimiento que tiene el docente sobre los lineamientos que brinda el MEP en los programas de estudio de matemática para el área de geometría.

Para este análisis es importante que el docente conociera sobre lo que debe lograr el estudiante en el área de geometría, en nivel de octavo año; es decir, las expectativas de aprendizaje, las cuales están estrechamente relacionadas al proceso de evaluación.

3.3.2. Tareas de evaluación (TE)

En esta categoría se analizaron las tareas matemáticas presentes en la prueba escrita; para llevarlo a cabo se consideró como base los lineamientos propuestos por el MEP, las características establecidas por Bell et al. (1992), los lineamientos de selección de las tareas establecidas por Marín (2009). En este sentido, es importante considerar tres subcategorías que deben cumplir este tipo de tareas.

Habilidades generales (HG)

Busca determinar si cada tarea de evaluación consideró una de las tres habilidades generales que se deben desarrollar en el nivel de octavo año.

Habilidades específicas (HE)

Pretende identificar si las tareas de evaluación abordan, al menos, una de las dieciséis habilidades específicas propuestas para el área de geometría en octavo año.

Indicadores de evaluación (I)

Se consideró esta subcategoría para analizar si las tareas propuestas en el examen escrito cumplen los indicadores propuestos por el MEP (2019a, 2019b), las cuales se encuentran presentes en el anexo 2 de este documento.

Resolución de problemas (RP)

Las tareas propuestas fueron analizadas a partir del enfoque de enseñanza propuesto como prioritario por el MEP. Para ello se consideraron las situaciones y contextos (SC) en las cuales las tareas geométricas deben ser presentadas a los estudiantes, es decir, enfocaremos: situaciones matemáticas (M), personales (P), ocupacionales (O), sociales (S) y científicas (CI).

Nivel de complejidad (NC)

Según lo propuesto en el MEP (2012) sobre los diversos niveles de complejidad presentes en las tareas de evaluación, estos son: reproducción (R), conexión (C) y reflexión (RF).

3.3.3. Diseño de la prueba escrita (DPE)

En esta categoría se analizó como está confeccionada la prueba escrita, de acuerdo con los lineamientos establecidos por el MEP y por Torres et al. (2011). Considera los componentes que ayudaron al análisis del diseño de la prueba escrita. Las subcategorías son las siguientes.

Tipos de ítems (TI)

Refiere a los tipos de ítems que prefieren los docentes de matemática para evaluar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los temas del área de geometría. Además, establece si los ítems utilizados corresponden a la propuesta ministerial (tabla 3).

Tabla 3.
Tipos de ítems.

Ítems objetivos (IO)	Ítems de desarrollo (ID)
Selección única (SU).	Respuesta restringida (RR).
Respuesta corta (RC).	Resolución de ejercicios (RE).
Correspondencia (CR).	Resolución de problemas (REP).
Identificación (IDE).	Resolución de casos (RCA).
	Ensayo(E).

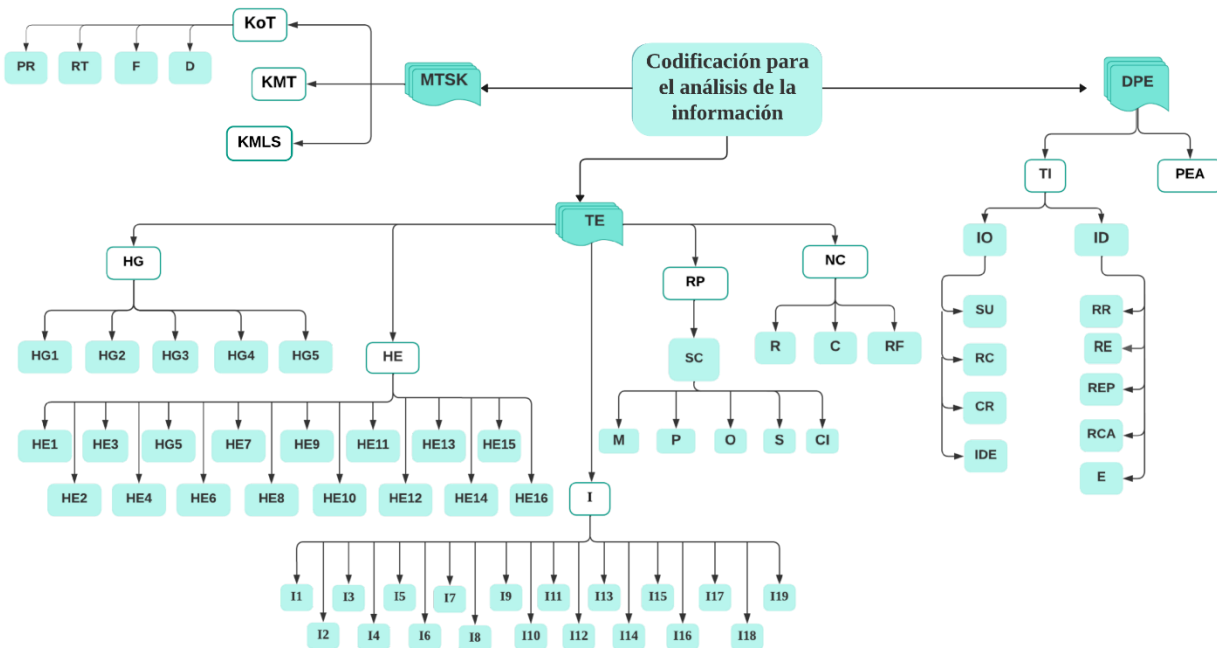
Fuente: Torres et al. (2011).

Principios de la evaluación auténtica (PEA)

Se consideró importante analizar si dichas pruebas cumplen con el objetivo de evaluar el desarrollo de habilidades geométricas, con el fin de promover una competencia matemática. Para ello se tomó los principios enlistados por Vallejo y Molina (2014) y Ahumada (2005), los cuales nos indican qué se debe contemplar a la hora de confeccionar una prueba escrita.

En la siguiente figura se visualiza un esquema que incorpora cada una de las categorías mencionadas y su respectiva codificación para el análisis de la información.

Figura 8.
Codificación para el análisis de la información.



Fuente: elaboración propia.

3.4. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

A continuación, se presentan y describen las técnicas e instrumentos de recolección de datos que fueron aplicados para llevar a cabo esta investigación.

3.4.1. Encuesta

Este instrumento “nos permite investigar fenómenos, como los conocimientos, las actitudes o los comportamientos, donde los participantes son los mejores informadores” (Fàbregues et al., 2016, p. 30). De esta manera, se logró describir qué argumentos o mecanismos implementan los dos profesores encuestados cuando diseñan tareas de evaluación para la valoración de las habilidades geométricas.

La encuesta consiste en un cuestionario con preguntas abiertas. En las preguntas se les solicitaba a los docentes diseñar, sin ninguna limitación, al menos un ítem que evaluará cada habilidad geométrica del nivel de octavo año, es decir, que gozaban de libertad en su respuesta (Fàbregues et al., 2016).

Cuestionario para el docente de matemática

En concordancia con la encuesta se implementó como instrumento de recolección de información el cuestionario. Este consistió en la formulación de una serie de preguntas relacionadas con las categorías y variables de la investigación (Ñaupas et al., 2014). Las interrogantes lograron evidenciar conocimientos valiosos para nuestro estudio.

Este instrumento nos permitió obtener información sobre los argumentos y mecanismos que implementaron las personas docentes en el diseño de las pruebas escritas. Por tal motivo, consideramos prudente que las preguntas del cuestionario fueran abiertas, porque le proporcionaban al participante la libertad de expresar opiniones, percepciones o desarrollo de su conocimiento sin ninguna limitación (Ñaupas et al., 2014).

Este documento incluyó en total 16 preguntas abiertas, en 15 de ellas se solicitó a los docentes plantear al menos un ítem indicando el nivel de complejidad. La última pregunta requirió que cada profesor explicará cómo desarrolla en clase o en un instrumento de evaluación la habilidad específica propuesta por el MEP denotada en este trabajo como HE11. Cabe resaltar que dichas interrogantes concuerdan con las categorías de tareas de evaluación y diseño de una prueba escrita.

Para garantizar la validez de este instrumento se sometió a un juicio de expertos por parte de académicos de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional y por docentes de matemáticas en la Educación Secundaria, con el propósito de perfeccionarlo. Asimismo, se implementó una prueba piloto con dos profesores de matemáticas que tenían características similares a los participantes del estudio, para corroborar si las respuestas tenían coherencia con las categorías de análisis planteadas. La descripción completa de este proceso se detalla en la fase de validación de los instrumentos. En los anexos 6 y 7 respectivamente se puede visualizar el consentimiento informado y cuestionario en su versión final.

3.4.2. Entrevista semiestructurada

La entrevista tuvo como propósito identificar el conocimiento geométrico y evaluativo que los docentes manifiestan requerir para fomentar en sus estudiantes el desarrollo de habilidades. Este tipo de entrevista posee un grado mayor de flexibilidad y enriquecimiento de las respuestas debido al formato abierto de las preguntas (Fàbregues et al., 2016).

Las categorías de análisis ya establecidas por el MTSK en conjunto con las tareas de evaluación, nos permitieron obtener la noción sobre qué tipo de conocimiento utiliza el docente en las lecciones relacionado con conexiones interconceptuales, resolución de problemas y el conocimiento de tareas de evaluación.

Para efectos de esta investigación, se realizaron dos guías de entrevista semiestructurada. Una de ellas al asesor de matemáticas, el cual aportó información relevante para nuestro estudio; la otra se aplicó a los dos docentes con el objetivo de conocer los conocimientos que, desde su experiencia, requieren para el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes. Además, el documento también incluyó aspectos relevantes que se obtuvieron en la encuesta, con el objetivo de profundizar sobre la toma de decisiones del docente respecto al diseño de tareas de evaluación.

Guía de entrevista

La guía de entrevista es una herramienta que contiene una serie de preguntas que se le presentaron a la persona a entrevistar, las cuales sirvieron de guía y se encontraron en un orden específico (Ñaupás et al., 2014), de esta manera se establece un hilo conductor para dirigir la entrevista que se le realice a cualquier persona.

Por lo anterior, se detalla la guía de entrevista al asesor de matemática y a los docentes de matemática.

Guía de entrevista al asesor de matemática

La guía de entrevista constaba de 20 preguntas, de estas, cinco preguntas estaban relacionadas al conocimiento especializado del profesor de matemáticas sobre el área de geometría, estas preguntas profundizan en el KoT, KMT y el KMLT. Las siguientes siete preguntas referían a tareas de evaluación matemática, en las cuales se profundizaba en las características de Bell et al. (1992) y otros autores; además, se consideraban las habilidades específicas de geometría, los niveles de complejidad y las situaciones que pueden ser presentadas en este tipo de tareas. Luego, cinco preguntas tenían relación con el diseño de pruebas escritas, específicamente se referían a los tipos de ítems y los principios de evaluación auténtica. Finalmente, se presentaron tres preguntas que no se encontraban enmarcadas en ninguna de las categorías, sin embargo, ellas permitieron ampliar la información que se pudo revelar en el proceso de entrevista.

La guía de entrevista se sometió a una validación por parte de expertos en busca de mejoras que se pudieran llevar a cabo para perfeccionar este instrumento de recolección de información. El consentimiento informado y la guía de entrevista dirigida al asesor de matemáticas, en su versión final, se puede consultar en los anexos 8 y 9.

Guía de entrevista a los docentes de matemática

Esta guía de entrevista constaba de 12 preguntas, de estas, cuatro preguntas estaban relacionadas al conocimiento especializado del profesor de matemáticas sobre el área de geometría, estas interrogantes profundizan en el KoT, KMT y el KMLT. Las siguientes seis preguntas referían a tareas de evaluación matemática basadas en las características de Bell et al. (1992) y otros autores, en las cuales se examinaban los criterios que contemplaban los docentes para diseñar dichas tareas en relación con las habilidades específicas de geometría, los diversos tipos de ítems y los niveles de complejidad. Finalmente, se presentaron dos preguntas referentes a las situaciones que pueden ser utilizadas en este tipo de tareas.

La guía de entrevista que se aplicó a los docentes de matemáticas fue confeccionada de acuerdo con la información recopilada en el cuestionario que se aplicó a estos. Por tal motivo se sometió a una validación por parte de expertos en busca de mejoras que se puedan llevar a cabo

para perfeccionar este instrumento de recolección de información, la entrevista en su versión final se puede consultar en el anexo 10.

3.4.3. Análisis documental

Como mencionan Arias y Covinos (2021), la revisión documental corresponde a la obtención de información sobre un documento que sea de interés en la investigación, este puede ser reciente o antiguo, es decir, que permite analizar documentos que fueron elaborados años atrás. En nuestro caso, se analizaron las pruebas escritas que fueron aplicadas en el año 2019.

Esta técnica de recolección de datos considera dos pasos esenciales para un adecuado desempeño, lo que consiste en el análisis externo e interno del documento (Arias y Covinos, 2021). En el análisis externo se identificaron y seleccionaron las pruebas escritas del nivel de octavo año en las que se evaluaron las habilidades geométricas. Por su parte, en el análisis interno se procedió a la categorización y sistematización de cada prueba.

Este análisis permitió categorizar las pruebas escritas, en donde cada ítem proporcionó información sobre las habilidades generales y específicas, la resolución de problemas (y sus contextos), indicadores de evaluación, niveles de complejidad, permitiéndonos evidenciar si estas pruebas fomentan el desarrollo de habilidades geométricas.

Guía de análisis de las pruebas escritas

Para realizar el análisis documental de las pruebas escritas se implementó como instrumento de recolección de información la ficha de registro documental o bibliográfico. Esta permite “recolectar datos e información de las fuentes que se están consultando, las fichas se elaboran y diseñan teniendo en cuenta la información que se desea obtener para el estudio” (Arias y Covinos, 2021, p. 100).

Esta ficha contribuyó a caracterizar las pruebas que evaluaron las habilidades específicas de geometría en el nivel de octavo año del 2019, las cuales fueron diseñadas por las dos personas docentes de matemáticas que participaron en el estudio. Este documento se enfocó en el análisis de las pruebas escritas mediante las siguientes categorías: tareas de evaluación y el diseño de la prueba escrita.

El proceso de la categorización de la prueba escrita, mediante la ficha de registro documental, consistió en un estudio detallado de cada ítem propuesto en los exámenes. Lo anterior,

respecto al tipo de ítem empleado, la habilidad general, las habilidades específicas y su relación con el indicador correspondiente, la resolución de problemas mediante los contextos establecidos y el nivel de complejidad.

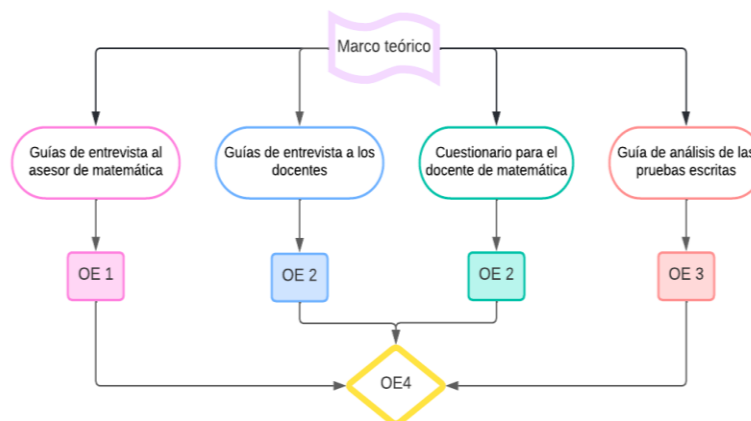
Para garantizar la validez de la guía de análisis de la prueba escrita se sometió a un juicio de expertos para perfeccionar este instrumento y evidenciar la coherencia con las categorías de análisis planteadas. La descripción completa de este proceso se detalla en la fase de validación de los instrumentos. En el anexo 11 se puede visualizar la versión final de la guía de análisis de las pruebas escritas.

En resumen, el marco teórico brindó una base sólida para la creación de cada instrumento que se implementó. Cada uno de ellos brinda respuesta a un objetivo en particular, específicamente, la guía de entrevista a la persona asesora permitió identificar aspectos relevantes del conocimiento geométrico y evaluativo que se requiere en los profesores. En concordancia, la información obtenida en los cuestionarios y en las guías de entrevista a los docentes, permitieron describir los argumentos y mecanismos que utilizan estos profesionales para la elaboración de tareas de evaluación y, por último, la guía de análisis de las pruebas escritas permitió caracterizar cada tarea.

Para finalizar, se relacionó la información obtenida en cada instrumento para evidenciar si existía concordancia entre el diseño de las pruebas escritas con los argumentos que utilizan y requieren los docentes para la planificación de estos instrumentos. Lo anterior se puede visualizar en la siguiente figura.

Figura 9.

Relación de los instrumentos con los objetivos.



Fuente: elaboración propia.

Para una descripción más detallada de los participantes, fuentes, instrumentos y categorías según cada objetivo se puede consultar en el anexo 12.

3.5. FASES PARA LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Como parte del proceso de recolección de la información, se ha definido una serie de actividades que se organizan en fases.

Fase I. Creación de los instrumentos de recolección de información. En esta fase se elaboró una versión inicial de tres de los cuatro instrumentos propuestos para la recolección de datos, cada uno de ellos se confeccionó de acuerdo con la teoría analizada en el Capítulo II de esta investigación.

Fase II. Validación de los instrumentos de recolección de información. Para realizar la validación de la entrevista al asesor, el cuestionario para los docentes y la ficha de registro documental de las pruebas escritas fue adecuado contemplar una revisión mediante un juicio de expertos cuyo propósito era evidenciar si dichos documentos eran concordantes con los objetivos de esta investigación e indicar cuáles mejoras se podrían efectuar.

Además, se consideró necesario realizar una prueba piloto al cuestionario de los docentes para conocer la información que se brindaba en cada uno de los ítems que ellos diseñaron. Asimismo, esas tareas de evaluación permitieron que los investigadores de este trabajo pusieran en práctica la ficha documental de los exámenes para llegar a acuerdos de cómo se interpretaría la información.

A continuación, se muestra el proceso que se llevó a cabo, primero para el juicio de expertos, y, posteriormente, para la prueba piloto.

Juicio de expertos

Se contactó vía correo electrónico a cada una de las personas que conformaba el grupo de expertos, con la finalidad de explicarles la temática del trabajo, la importancia que posee este para la Educación Matemática y cómo su conocimiento era esencial para la revisión de cada documento.

Los expertos que se consideraron para colaborar con la validación de los instrumentos contaban con los conocimientos necesarios y suficientes para aportar sugerencias importantes para la confección de los instrumentos de recolección de información.

Se contó con la participación de cuatro expertos, de los cuales, tres expertos son de nuestro país. Estos se desempeñan como docentes universitarios de dos instituciones públicas, uno de ellos posee un doctorado en Ciencias de la Educación, y maestría en Didáctica de la Matemática, lo cual

hizo pertinente su colaboración en nuestro estudio, debido a su gran conocimiento en estas dos áreas de la Educación Matemática. El otro docente participó directamente en la confección de los programas de estudio de matemática vigentes en nuestro país, se ha desempeñado como docente de secundaria por varios años y, además, su línea de investigación está directamente relacionada a la evaluación de los aprendizajes.

La cuarta persona experta corresponde a un docente de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Almería, la cual brindó un aporte de suma importancia a la investigación debido a su conocimiento y formación en el área. Su contribución se da desde una posición objetiva, ya que, al no estar inmersa en nuestro contexto social, permite analizar la información desde un punto de vista meramente teórico.

A cada experto se le envió un correo electrónico que contenía los documentos esenciales para el proceso de validación. De antemano se le indicó a la persona experta que existía un orden ya establecido para completar la información, el cual era el siguiente: primero la síntesis del Trabajo Final de Graduación, luego, un documento que evidenciaba la relación de las habilidades específicas del nivel de octavo año con los indicadores respectivos, posteriormente, completar la validación de los tres instrumentos.

Ampliando el contenido de cada guía de validación, a continuación, se presenta una descripción de estas tres guías.

Guía de validación de la entrevista al asesor.

Con respecto a este instrumento, constaba de tres partes, con la primera parte de la guía se consultó a las personas expertas si la información general que pretendía solicitar al asesor de matemáticas era pertinente o no, para ello se les indicó que marcaran si era pertinente o por el contrario, no era necesaria dicha información; además de esto se les planteó la pregunta “¿Qué otro tipo de información general se podría solicitar al asesor?”, y se les brindó un espacio en esta guía para que escribieran otra propuesta para consultar los datos solicitados.

En la segunda parte de este instrumento, se le presentaron una serie de preguntas dicotómicas tales como “¿La pregunta es pertinente?”, “¿Coherente con el objetivo de la entrevista?”, “¿La redacción es correcta?” y “¿Se debe eliminar?” con el propósito de evaluar las preguntas sobre el modelo MTSK, las tareas de evaluación y el diseño de la prueba escrita presentes en la entrevista al asesor. Para dar respuesta a estos cuestionamientos, se les solicitó a los expertos que marcaran una casilla específica para una respuesta afirmativa o por el contrario

que marcaran la casilla contraria para una respuesta negativa. Además, se les brindó el espacio dentro de este mismo instrumento donde los expertos realizaron observaciones generales o propuestas de una redacción diferente que fuera más sencilla de comprender.

Finalmente, se presenta una tercera parte del instrumento en donde se mostró una serie de indicadores que permitieron evaluar la percepción general del instrumento y, además, se expuso un espacio para que los evaluadores pudieran agregar alguna observación importante que se deba considerar para la mejora de la entrevista. Adicionalmente, se presenta la siguiente pregunta abierta “¿Considera usted que hay preguntas que se pueden incorporar en el instrumento?”, la cual tuvo el propósito de recibir cualquier otra observación que no haya sido contemplada en las preguntas propuestas por los investigadores.

Guía de validación para el cuestionario de docentes

En esta guía se contemplaron tres partes para llevar a cabo la validación de este instrumento, la primera parte es muy similar a la *guía de validación para la entrevista al asesor*. En esta guía se les consultó a los expertos si la información personal de los docentes de matemáticas era pertinente y relevante para nuestro estudio, para ello se estableció la siguiente interrogante “¿La información general es pertinente?”, en la cual la persona experta debía responder con un sí, en caso afirmativo, y, en caso contrario, debería marcar la casilla con el adverbio negativo; seguidamente se establecieron dos preguntas abiertas que tuvieron la finalidad de ampliar las respuestas obtenidas por parte de los expertos.

En la segunda parte de la guía, se establecieron una serie de preguntas para verificar si el cuestionario era un instrumento pertinente de recolección de información; en ella los expertos debían de marcar una casilla con la palabra sí, para ratificar que estaban de acuerdo con la pregunta planteada, en caso contrario se les presentaba la casilla con la palabra no. Además, se les brindaba un espacio para que los expertos hicieran observaciones generales en cada pregunta del cuestionario, en caso de ser necesario.

Finalmente, se presentó una tabla con una serie de indicadores para que las personas expertas calificaran la percepción general que tuvieron sobre el instrumento; en dicha tabla se estableció un espacio para que los conocedores pudieran establecer observaciones generales con respecto al cuestionario.

Guía de validación de la ficha de análisis de pruebas escritas

Al igual que las guías de validación anteriores, este instrumento contempla tres partes. La primera de ellas estableció preguntas sobre si los datos generales que se plasmaron en la ficha de análisis eran pertinentes, para ello se utilizaron dos casillas, en donde los evaluadores, en caso de estar de acuerdo, marcaron la casilla que indica estar de acuerdo con la información consultada y, en caso contrario, marcaron la casilla con la palabra no; además, se dispuso de un espacio para que los expertos indicaran si era necesario contemplar otro tipo de información y en donde pudieran plasmar otra forma de preguntar los datos generales, en caso de ser necesario.

Seguidamente, en la segunda parte de la guía se estableció una serie de cuestionamientos para determinar si la ficha de análisis de la prueba escrita era un instrumento bien elaborado que cumplía con la finalidad del objetivo de investigación planteado. Para determinar lo anterior se presentó a los evaluadores la pregunta planteada y a la par de ella una casilla donde se encontraba la palabra “sí” o su antónimo, para evaluar la eficacia del instrumento. Además, se estableció un espacio para observaciones generales para que los evaluadores, en caso de ser pertinente, establecieran comentarios que permitieron mejorar el instrumento planteado por los investigadores.

Finalmente, se estableció una pregunta abierta, la cual permitió identificar si era necesario establecer nuevos elementos de análisis en la ficha de análisis de exámenes escritos.

Cabe resaltar que se le indicó a cada experto el lapso que podía contemplar para la revisión de los instrumentos y si este era concordante con las obligaciones que tenía.

Posteriormente, se recolectaron las validaciones que se obtuvieron de cada experto para así realizar la respectiva sistematización que más adelante en el documento se detalla.

Finalmente, se realizó el análisis y estudio de las observaciones brindadas por los expertos, lo que permitió la modificación de preguntas o enunciados en los tres instrumentos. Estas modificaciones obedecen a errores ortográficos o a la mala redacción de algunas preguntas. Se acataron las sugerencias y se modificó cada instrumento para obtener su versión final, la cual se puede visualizar en los anexos 7, 9 y 11.

Prueba piloto

Etapas 1. Se contactó presencialmente a dos docentes de matemáticas del nivel de octavo año con características similares a los sujetos de investigación, para preguntarles si podrían completar el cuestionario, el cual tenía como fin categorizar la información que se podía extraer de los ítems que ellos diseñan mediante la ficha de registro documental. Ambos participantes de la prueba

piloto cumplieran con ser docentes de matemática con grado académico de Bachillerato; además, habían impartido los temas geométricos que se abordan en el nivel de octavo año de la EGB.

Etapa 2. Se le facilitó a cada docente la versión final de cuestionario por medio del correo electrónico. Este instrumento incluía preguntas en las que se les solicitaba a los docentes diseñar, al menos, un ítem de cada habilidad específica del nivel de octavo año. Además, como última parte a cada docente se le brindó un espacio para que explicaran cómo implementa en sus lecciones la habilidad de *utilizar software de geometría dinámica para visualizar propiedades relacionadas con la congruencia y semejanza de triángulo*.

Etapa 3. Se obtuvo las respuestas de las dos docentes de matemáticas que completaron el cuestionario.

Etapa 4. Se analizaron las respuestas obtenidas mediante la ficha de registro documental de las pruebas escritas para verificar que la información que reflejaba este instrumento fuera sustancial para la investigación. Mediante este proceso se constató que la ficha documental no requería ninguna modificación, ya que ella contemplaba todo lo que se necesita estudiar en las pruebas escritas.

Finalmente, los acuerdos mencionados se obtuvieron gracias a la aplicación de la ficha de análisis de las pruebas escritas elaborada para esta indagación.

Una vez aplicados los instrumentos antes mencionados, en especial el cuestionario a los docentes, se procedió al análisis de dicho instrumento, esto con el propósito de verificar qué datos necesitaban de una mayor profundización para poder esclarecer aspectos relevantes en esta indagación, por lo anterior, se creó el instrumento de la entrevista dirigida a los docentes, a la luz de la información plasmada en el Capítulo II.

Validación de la entrevista a los docentes

Para realizar la validación de la entrevista a los docentes fue adecuado la revisión mediante un juicio de expertos cuyo propósito era evidenciar si el documento era concordante con los objetivos de esta investigación y determinar cuáles mejoras se podrían efectuar. A continuación, se muestran las etapas que se llevaron a cabo para el juicio de expertos.

Etapa 1. Se contactó vía correo electrónico a cada una de las personas que conformaba el grupo de expertos, con la finalidad de explicarles la temática del trabajo, la importancia que poseía

este para la Educación Matemática y cómo su conocimiento era esencial para la revisión de cada documento.

Es importante mencionar, que se contó con el apoyo de tres de los cuatro expertos considerados inicialmente. Cabe señalar que para este proceso de validación participó un docente de matemáticas pensionado, el cuál trabajó para el MEP y había realizado indagaciones referentes a la evaluación de los aprendizajes.

Etapa 2. A cada experto se le envió un correo electrónico que contenía los documentos esenciales para el proceso de validación. De antemano se le indicó a la persona experta que existía un orden ya establecido para completar la información, el cual era el siguiente: primero la síntesis del Trabajo Final de Graduación, luego, un documento que evidenciaba la relación de las habilidades específicas del nivel de octavo año con los indicadores de evaluación respectivos, posteriormente, completar la validación del instrumento. A continuación, se presenta una amplia guía del contenido de la validación.

Guía de validación de la entrevista a los docentes

En esta guía se contemplaron dos partes para llevar a cabo la validación de este instrumento. En la primera parte de la guía se mostraron las interrogantes que componían la entrevista a los docentes, dichos cuestionamientos fueron de respuestas dicotómicas que permitieron determinar si cada pregunta era pertinente, si cumplieron con el objetivo del instrumento, entre otros datos importantes. Es imperativo recalcar que se brindó un espacio para observaciones generales o propuestas de preguntas para que los evaluadores pudieran realizar comentarios más directos.

Finalmente, se presentó una tabla con una serie de indicadores para que las personas expertas calificaron la percepción general que tuvieron sobre el instrumento, en ella se estableció un espacio en el cuál escribieron observaciones generales con respecto al cuestionario. Cabe resaltar que se le indicó a cada experto el lapso que podía contemplar para la revisión de los instrumentos y si este era concordante con las obligaciones que tenía.

Etapa 3. Se recolectaron las validaciones que se obtuvieron de cada experto para posteriormente realizar la respectiva sistematización que más adelante en el documento se detalla.

Etapa 4. Se realizó el análisis y estudio de las observaciones brindadas por los expertos. Se acataron las sugerencias y se modificó el instrumento para obtener su versión final, la cual se puede visualizar en el anexo 10.

Fase III. Negociación de entrada a las instituciones educativas. Debido a la naturaleza de esta investigación a continuación se describe el proceso de negociación de entrada a las instituciones educativas y a la Regional de Educación de Heredia, para llevar a cabo la entrevista a la persona asesora de matemáticas de esa provincia.

a. Negociación de entrada a las instituciones educativas.

Como se describió en el planteamiento de la propuesta de investigación, se trabajó con dos centros educativos públicos, uno de ellos se encuentra ubicado en la provincia de Heredia y el otro en la provincia de Cartago. Para obtener el acceso a ambas instituciones se realizaron visitas para poder exponer la necesidad de ingresar a los colegios para poder llevar a cabo nuestro estudio.

En la primera institución educativa, de ahora en adelante haremos referencia a ella como *Liceo A*, después de obtener la autorización del director se coordinó una cita con la docente que participó en el estudio. La profesora contaba con grado académico de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, tenía 23 años de experiencia, todos los años laborados para el MEP, y desde el año 2004 tiene propiedad en el Liceo A. Cabe destacar que en el año 2019 impartió clases a la mayoría de los grupos del nivel de octavo año y presentó disponibilidad para ser parte de la investigación.

Seguidamente, se realizó un contacto físico con la subdirectora del segundo colegio, de ahora en adelante haremos referencia a este colegio como *Liceo B*. La dirección de este colegio escogió la persona docente que podía colaborar en el desarrollo del trabajo. Así, se contactó vía telefónica a la docente del Liceo B, la cual cuenta con el grado de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, con una experiencia de 24 años en docencia a nivel de secundaria y cuenta con propiedad en el Liceo B desde el año 1998. Es importante mencionar que en el año 2019 fue una de las docentes que trabajó en octavo año de la EGB, impartiendo clases a la mayoría de los grupos que existieron en ese momento en el colegio. Además, desde el momento que se le explicó los

insumos que se requerían para llevar a cabo la indagación, indicó que los poseía solo de manera digital, lo cual facilitó el desarrollo de la investigación.

b. Negociación de entrada a la Regional de Educación de Heredia

Por medio de correo electrónico se procedió a explicar de manera general a la persona asesora los pormenores de la investigación y la razón por la cual se le solicitaba que nos brindará un espacio en su agenda para llevar a cabo la entrevista. Su participación podía revelar información importante para el desarrollo de nuestra investigación.

La persona participante contaba con tres años de experiencia en el puesto de asesor en la Dirección Regional de Educación de Heredia, además de eso, durante 16 años se desempeñó como docente de matemática en diversos colegios públicos de la zona.

Fase IV. Aplicación del cuestionario a los docentes. A continuación, se describe el proceso de aplicación de cuestionarios en las diferentes instituciones educativas.

Aplicación del cuestionario a la docente del Liceo A.

Se coordinó una cita presencial con la docente del Liceo A con la finalidad de indicarle el propósito de la investigación, beneficios y riesgo del estudio mediante el consentimiento informado. Una vez concluida la lectura y aceptado el compromiso de participar en la investigación, se procedió a entregarle el cuestionario, en donde se le explicó que la intención del instrumento era diseñar diversos ítems de acuerdo con la habilidad descrita y, además, para no afectar sus compromisos como profesora, tenía una semana a su disposición para completar el documento.

Aplicación del cuestionario para la docente del Liceo B

En el caso de la docente del Liceo B, se explicó mediante una llamada telefónica el propósito de la indagación, los beneficios y otros aspectos de gran relevancia que se encontraron presentes en el consentimiento informado. Luego se concretó una cita con la docente para hacerle entrega del consentimiento informado de manera física y así se procedió a enviarle el cuestionario de manera digital, ya que la docente se le facilitaba más por ese medio. Debido a las labores inherentes al cargo de la docente se le dio un lapso de una semana con una prórroga de una segunda semana para finalizar el cuestionario.

Fase V. Aplicación de las guías de entrevista. En esta fase, se coordinó una cita presencial con el Asesor de Matemáticas de la Dirección Regional de Educación en Heredia, como se mencionó

anteriormente, la comunicación inicial con el asesor fue mediante correo electrónico. Luego, en el momento de la entrevista el asesor accedió a que se grabara en audio la entrevista, con el propósito de recabar la mayor cantidad de datos posible, dicha entrevista duró 40 minutos. La entrevista se desarrolló de una manera muy fluida y en un ambiente de respeto y profesionalismo.

En concordancia con la propuesta de investigación, la entrevista a los docentes de matemática se elaboró y ejecutó una vez analizados los resultados del cuestionario dirigido a las docentes de matemáticas. Se aplicó la entrevista a la docente del Liceo A, de manera presencial, en el momento de la entrevista la docente accedió a que se grabará en audio la entrevista, para luego transcribirla y analizar los datos de una mejor manera. Dicha entrevista duró 50 minutos, en un ambiente adecuado y saludable para ambas partes.

Con respecto a la docente del Liceo B, la entrevista se aplicó por medio de una videollamada, la cual se llevó a cabo mediante la plataforma Google Meet. En la entrevista, se consultó a la docente si se podía grabar en audio la entrevista para que los datos sean recabados de una mejor manera, a lo cual accedió, la entrevista duró 19 minutos, en un ambiente de respeto y profesionalismo para ambas partes.

Fase VI. Análisis documental de los exámenes escritos. Al respecto, para la aplicación de la ficha documental la docente del Liceo A facilitó todas las pruebas escritas junto con las tablas de contenido que diseñó para evaluar los conocimientos del nivel de octavo año en el año 2019, por tal motivo, fue necesario seleccionar aquellos documentos en donde se evaluarán las habilidades geométricas de este nivel. Después de un análisis exhaustivo, se logró reducir los documentos a solo tres exámenes, pues eran las pruebas que evaluaron las habilidades geométricas deseadas. Posteriormente, se analizó la información que proporciona cada tarea de evaluación de acuerdo con las categorías establecidas en la ficha. Además, se realizó una comparación entre los indicadores que propuso la docente con los indicadores que actualmente establece el MEP.

Con respecto al Liceo B, la profesora de esa institución facilitó solo una prueba en la cual evaluó solo contenidos de geometría de octavo año en el 2019, a diferencia de la docente del Liceo A, solo entregó la prueba escrita y no se contaba con otro documento para comparar los indicadores de evaluación que establece el MEP. Luego se analizó dicha prueba con la ficha documental propuesta.

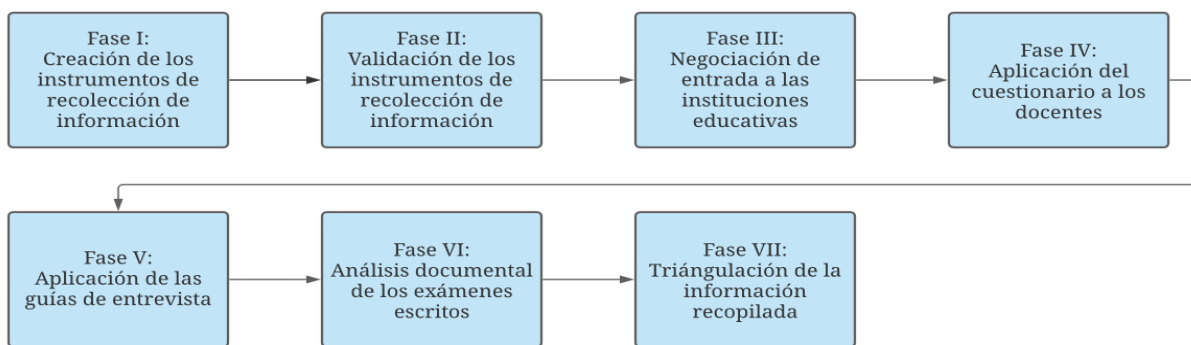
Sistematización de la información

La ficha documental fue la base para poder sistematizar la información obtenida de las pruebas escritas y los cuestionarios de los docentes. Lo que permitió clasificar cada tarea de evaluación elaborada según el tipo de ítem, la resolución de problemas, las situaciones, el nivel de complejidad, la habilidad general que se atiende y la habilidad específica que se evalúa.

Fase VII. Triangulación de la información recopilada. Una vez completadas las fases comprendidas entre la I y la VI, se procedió a la triangulación de los resultados obtenidos en el análisis, con el fin de dar respuesta a los objetivos y al problema que rigen esta investigación.

Figura 10.

Fases para la recolección de información.



Fuente: elaboración propia.

3.6. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

En esta sección se describe la técnica de análisis de información y el criterio de validez respectivo que se utilizaron en esta investigación.

3.6.1. Técnica de análisis de la información

La técnica de análisis de la información que se utilizó en esta investigación corresponde al “Análisis de Contenido”, el cual no solo se trata de la simple recolección y comprensión de la información, por el contrario, consiste en la aplicación de procedimientos metódicos en el análisis de los datos (Ñaupás et al., 2014).

Por esta razón, en esta investigación la información recopilada se codificó, de acuerdo con los códigos creados en la sección de categorías de análisis, y se agrupó de acuerdo con cada instrumento de recolección de información.

Con respecto a los cuestionarios, cada investigador tuvo la responsabilidad de analizar individualmente cada una de las respuestas presentes en un solo instrumento, para luego comparar cada una de ellas según el cuestionario asignado y realizar las síntesis necesarias.

De igual forma con la entrevista a los docentes, cada investigador tuvo a su cargo una entrevista, en la cual llevaron a cabo la tarea de analizar las respuestas proporcionadas por los educadores. Además, en conjunto se analizaron y resumieron las réplicas dadas por el asesor de matemáticas.

Lo anterior se ejecutó con el fin de contrastar las respuestas obtenidas por los docentes de matemáticas y la perspectiva que asume el MEP, respecto al conocimiento geométrico y evaluativo que necesitan los docentes para elaborar pruebas escritas que evalúen el desarrollo de las habilidades geométricas a nivel de octavo año.

Finalmente, se analizaron los ítems presentes en las pruebas escritas, a través de la información recopilada en la guía de análisis correspondientes. Se comparó cada uno de los ítems propuestos en las diferentes pruebas escritas, para luego analizarlos, de acuerdo con las categorías iniciales establecidas. La información se presentó por medio de cuadros, tablas, gráficas u otro tipo de elementos que se consideraron necesarios para mostrar la información.

Para ser más específicos, las respuestas obtenidas en ambas entrevistas se presentaron por medio de textos que permitieron comparar la información recopilada en el análisis de pruebas escritas y en los cuestionarios. Por otra parte, se hizo uso de una tabla para identificar cuales habilidades generales y específicas fueron evaluadas en las pruebas escritas del año 2019.

A través de gráficos comparativos, se lograron mostrar los niveles de complejidad presentes en cada una de las tareas de las pruebas escritas y los tipos de ítems presentes en cada examen; con la salvedad de que cuando fue necesario, se incluyeron algunos tipos de ítems, presentes en los instrumentos de evaluación analizados y del cuestionario a los docentes.

Por otro lado, se analizaron las situaciones consideradas en cada uno de los ítems, comparando las preguntas planteadas en el cuestionario y en las pruebas escritas que fueron analizadas.

En resumen, los cuestionarios permitieron recolectar la información necesaria sobre los argumentos y mecanismos que implementan los docentes en servicio para evaluar el desarrollo de habilidades. La información recolectada fue transcrita y codificada con las categorías mencionadas para realizar su debida interpretación y establecer conclusiones, estas revelaron aspectos importantes para la creación de la guía de entrevista al docente. Asimismo, se realizó el mismo proceso del cuestionario para las guías de entrevistas y la ficha documental. Para finalizar, se ejecutó el análisis del contenido de todos los instrumentos para contrastar la información obtenida, identificar similitudes o diferencias y brindar conclusiones pertinentes. Lo anterior se puede visualizar en la siguiente figura.

Figura 11.
Proceso del análisis de información.



Fuente: elaboración propia a partir Caraballo, 2014, p.113.

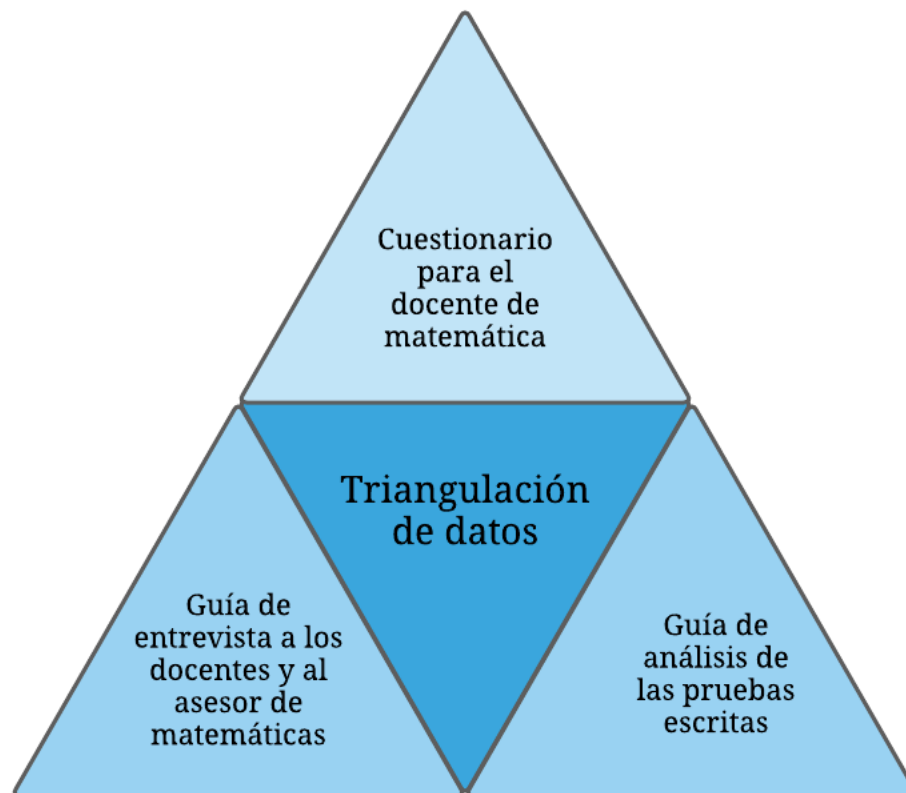
3.6.2. Criterio de validez de los resultados

En esta indagación se puso en práctica la triangulación de datos, la cual establece el uso de diversas estrategias y fuentes de recolección de información, con el fin de contrastar los datos obtenidos (Aguilar y Barroso, 2015). En este sentido, se establecieron tres estrategias distintas para

la recolección de información por parte de las fuentes. Cabe destacar que se aplicó la entrevista semiestructurada, el análisis documental y el cuestionario para acceder a los datos de interés.

Aunado a lo anterior, la información que se recolectó fue brindada por tres fuentes: se consultó a los docentes de matemática, al asesor regional de esta asignatura, y se analizaron las pruebas escritas del año 2019 que cumplían con las características requeridas. Por tal razón, consultar estas tres fuentes distintas permitió identificar las similitudes o diferencias que presentan cada una de ellas sobre un mismo tema. Asimismo, reflejó cómo ha sido la evolución del diseño de tareas de evaluación por parte de los docentes en estudio. En la siguiente figura se puede visualizar la triangulación de datos que se utilizó en esta investigación.

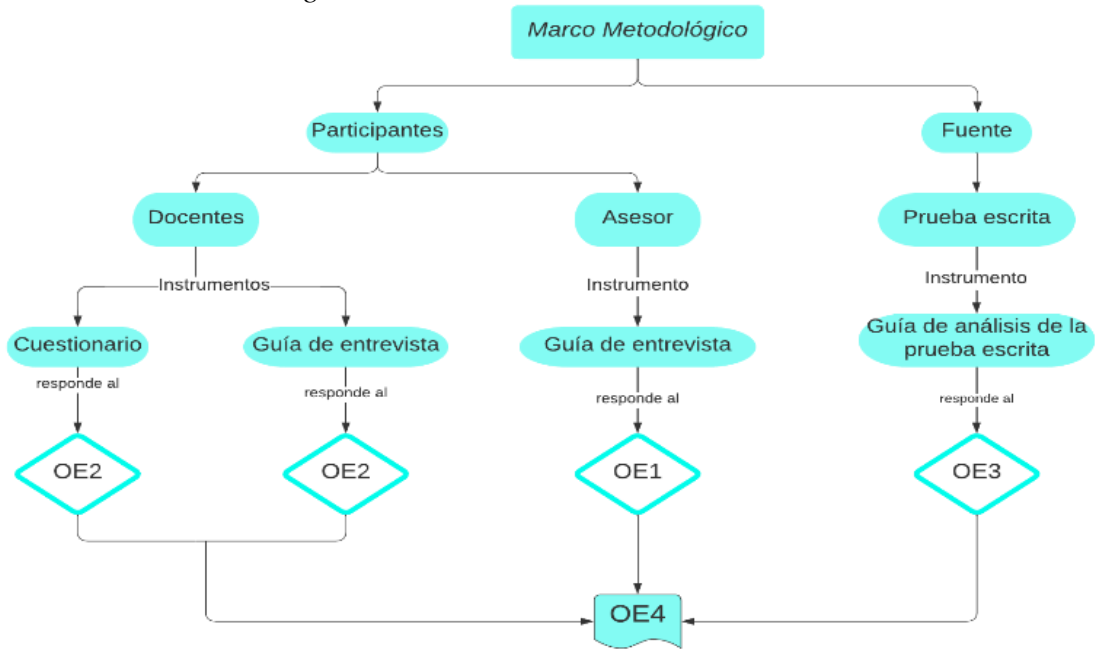
Figura 12.
Triangulación de datos.



Fuente: elaboración propia.

Para sintetizar lo expuesto en el capítulo III, se presenta la figura 13, la cual muestra la relación que existe entre los participantes y fuentes de información, los instrumentos de recolección de información y los objetivos de la investigación.

Figura 13.
Resumen del marco metodológico.



Fuente: elaboración propia.

CAPÍTULO IV

Análisis de resultados

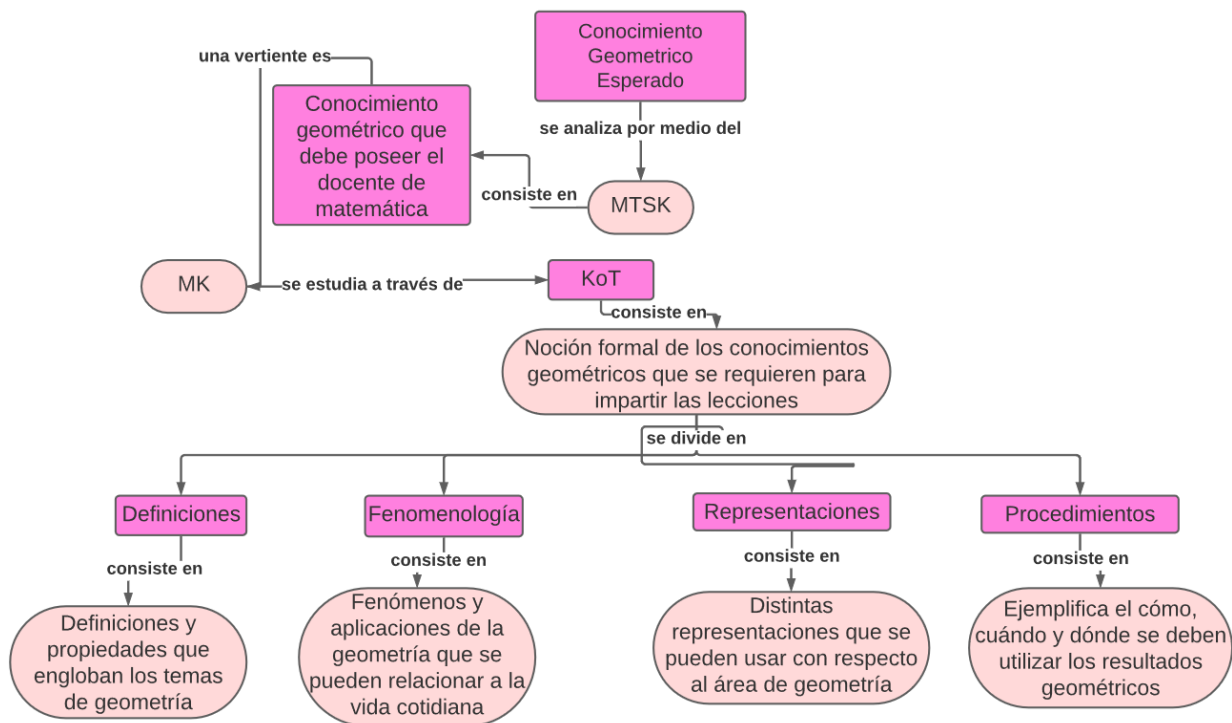
En este capítulo, se plasman los frutos obtenidos producto del trabajo de campo que implicaba el desarrollo de la investigación, por consiguiente, cada sección permite responder a nuestros objetivos planteados. Al final del capítulo se muestra la triangulación de los resultados.

4.1. CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO QUE SE REQUIERE EN LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA

A continuación, se presenta un esquema (figura 14), el cual nos ilustra el conocimiento geométrico que se espera en los docentes de matemática, a la luz de la teoría que fundamenta esta indagación, y el cuál considera las cuatro categorías de análisis sobre este tema.

Figura 14.

Conocimiento geométrico esperado por los docentes de matemática.



Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con el esquema anterior, se plasmaron cuatro categorías importantes para analizar el conocimiento que debe tener un docente de matemática en el área de geometría, lo anterior se ve complementado con la información recolectada mediante los diversos instrumentos

aplicados para el desarrollo de este trabajo, y los cuales evidenciaron datos muy enriquecedores que apoyan la teoría estudiada.

Inicialmente, es importante aclarar, que el MEP no brinda un conocimiento detallado sobre definiciones o procedimientos geométricos, lo único que brinda son las habilidades generales y específicas, las cuales están relacionadas con los contenidos geométricos que se deben impartir en el nivel de octavo año de la EGB.

Definiciones

Con respecto a esta categoría, se puede afirmar que las docentes de matemática consideran definiciones en las estrategias que utilizan para impartir un determinado tema de geometría, aspecto que se abordará en el conocimiento evaluativo. Al respecto la docente del Liceo A nos indica que: *las transformaciones de homotecias, de mi parte yo siempre busco sombras, entonces es que enciendan el foco del celular y que ponga la mano o que pongamos una figura cualquiera una flor y hacer la pregunta si la luz se acerca, crece la sombra de la figura o decrece, es decir, se ve más chiquitita. En geometría la estrategia es introducirlo de una forma práctica, para entrarle ya los conceptos de homotecias. Porque ellos escuchan homotecia y dicen eso qué es, ese nombre tan raro y en que se utiliza.*

Fenomenología

A lo largo de la recolección de información el asesor y las docentes de matemática nos indicaron que *la resolución de problemas contextualizados es la estrategia planteada por parte del MEP para la evaluación de las habilidades matemáticas en general.* El asesor de matemática nos indicó que *es necesario que los estudiantes vean la forma en que se puede aplicar los conocimientos matemáticos a diversas áreas de la vida, por ejemplo, ya en el programa no está como tal los volúmenes de figuras, sin embargo, si se abordará en aspectos geométricos, el estudiante puede ir relacionando este tipo de contenidos con otras áreas como por ejemplo a ciencias o artes plásticas.*

Lo anterior, nos brindó indicios de que la persona docente de matemática debe vincular la realidad que circunda a los estudiantes con las tareas matemáticas escolares que se planifican para sus lecciones de matemática, lo cual también debe ser considerado en la prueba escrita, y además es importante relacionarlos a distintas áreas de estudio.

Sin embargo, sobre esta categoría las docentes nos indicaron que la relación entre las situaciones reales y los contenidos geométricos *no es necesario, algunas no se pueden enmarcar en este tipo de situaciones, ya que no todo se puede contextualizar.*

Representaciones

Con respecto al uso de representaciones el asesor nos indicó que *si se usan representaciones gráficas, que sea una representación real de acuerdo con el problema contextualizado.* Como es de nuestro conocimiento, el MEP propone el desarrollo de habilidades geométricas en los estudiantes del nivel de octavo año, por medio de la resolución de problemas contextualizados, por tal razón es imperativo que, al ejecutar un problema con cierto contexto, las representaciones que se usen en dichos ejercicios vayan estrechamente relacionadas al contexto dado en el problema.

Sin embargo, es *importante balancear el uso de representaciones, por ejemplo, no abusar de ellas, se puede utilizar, pero en otra ocasión se debe enseñar al estudiante a realizarla, ya que no todos los problemas van a dar la representación hecha.* En este aspecto, el asesor mencionó que es importante, ya que los docentes abusan del uso de representaciones para la ejecución de ciertos ejercicios geométricos; además, es necesario que un estudiante logre trasladar de una representación simbólica o verbal a una representación gráfica, ya que en ello refleja el dominio de las habilidades geométricas abordadas en sus clases.

Aunado a lo anterior, las diversas representaciones que existen en geometría son relevantes para la comprensión y utilidad de los conocimientos matemáticos, es por lo que muchos docentes las incorporan en las estrategias del aula y los instrumentos de evaluación. Un tema que posee variedad de representaciones corresponde a homotecias en donde la docente del Liceo A indicó *que mediante dibujos pregunto ¿cómo visualizar una homotecia inversa? ¿cuándo la constante es negativa? que no sea de aprendizaje memorístico, sino que visualicen la imagen.* Mediante una representación pictórica logra brindar un conocimiento geométrico que permite que el estudiante visualice de forma natural dicha transformación.

Posteriormente brindó otro ejemplo de la vida cotidiana como lo es verse en un espejo para explicar matemáticamente lo que sucede, *cuando ustedes se ven al espejo no leen en su camisa "Adidas" sino otra cosa, esto se debe a que el espejo hace que los rayos de luz se inviertan, por lo que usted está visualizando la inversa de esa imagen.* De esta manera, la docente enseñó de

forma intuitiva el concepto de homotecia inversa sin la necesidad del formalismo matemático que posee, esto logra despertar el interés por parte de los estudiantes.

Mediante la incorporación de representaciones pictóricas se puede lograr enseñar las diferentes características que garantizan si las figuras son semejantes o congruentes, para ello la docente del Liceo A nos indicó que *en esa parte se trabaja mucho con imágenes, preguntando si los emojis son de la misma forma, pero de diferente tamaño eso es semejante, pero, si son de la misma forma y el mismo tamaño son congruentes. Se introduce primero con imágenes y ellos visualicen que igual forma igual tamaño o igual forma diferente tamaño.* Esta estrategia permite un abordaje sutil del tema que propicia explicar matemáticamente aspectos de la vida cotidiana.

Al incorporar una representación gráfica la docente del Liceo B indicó que *es importante mencionar que las figuras son a escala y es necesario aprender a leer la figura para entrenar la visualización, en estos casos es muy necesario la inclusión de software para observarlas.* Así, la docente nos resaltó el cuidado que se debe tener al momento de analizar alguna representación, ya que estos elementos brindan información relevante que demuestra el conocimiento geométrico. El uso de representaciones en una prueba escrita favorece la valoración del conocimiento geométrico que debe tener la persona docente.

Para finalizar, las representaciones ayudan a que el estudiante comprenda lo mejor posible los conceptos matemáticos, por tal razón, en geometría *es importante representar geoméricamente lo que se están narrando verbalmente, lo que se está escribiendo en el ejercicio,* indicó la docente del Liceo A. Lo anterior genera que el estudiante sea capaz de comprender la información y a su vez relacione lo escrito con la representación.

Procedimientos

Con respecto a esta categoría, se le consultó al asesor de matemáticas si pueden considerarse tareas de evaluación que tengan diversas estrategias de resolución, en donde nos indicó que *la intención es esa, se plantea un ejercicio que responda la habilidad y se le brinda al estudiante la libertad de responder el ejercicio de cualquier forma siempre y cuando el estudiante llegue a la solución de la tarea, en este sentido es muy importante que el docente elabore sus propios instrumentos de evaluación y no utilizar los de otros docentes, esto porque solo el docente a cargo de una población conoce realmente a sus estudiantes.*

Por tal razón el docente debe familiarizarse con las diferentes respuestas que brinda un estudiante, es decir diversos procedimientos, ya que la capacidad de razonar y solucionar una tarea de evaluación no siempre es la misma, y por no resolverlo de la misma manera que el docente lo enseña no quiere decir que está incorrecto.

Al igual que el asesor, las docentes sugieren el uso de tareas de evaluación que evidencien distintas estrategias de solución, para ello la docente del Liceo A nos comentó que *es importante observar diferentes formas de hacer las cosas y valorarlos, por ejemplo, en las tareas hablo de las que se llevan al hogar, te vienen con diferentes procedimientos, pero uno analiza si el estudiante es capaz de desarrollar este procedimiento. Entonces uno debe tener cierta habilidad para decirle ay qué bonito le quedó explíqueme cómo fue que lo hizo, pero si considero que uno tiene que ser abierto y no puede quedarse en el ámbito de los métodos de procedimientos.*

Y específicamente en la prueba escrita la docente del Liceo B nos indicó que, *si hay muchos ejercicios que uno llega a la respuesta desde diversos caminos y no debe existir problema en plantear este tipo de ejercicios en los exámenes, es el docente el que debe ser flexible a la hora de revisar cada tarea.*

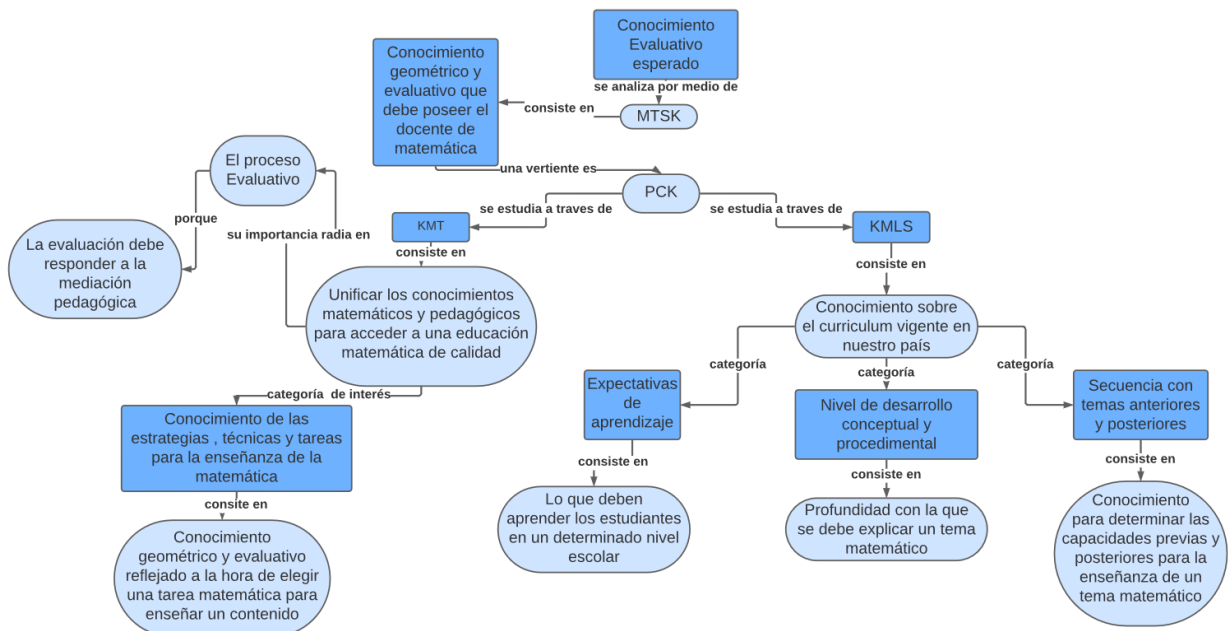
4.2. CONOCIMIENTO EVALUATIVO ESPERADO EN LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA

En esta sección, se presenta un esquema (figura 15), el cual resume el conocimiento evaluativo que deberían tener los docentes de matemática en servicio, dicho esquema se elaboró en virtud de la teoría que fundamentó esta indagación y que, además, considera las categorías de análisis que se utilizaron.

En virtud de dicho esquema, se contemplaron cuatro categorías de análisis que permiten fundamentar el conocimiento sobre evaluación que deben mostrar los docentes de matemática a la hora de enseñar y evaluar habilidades geométricas. Asimismo, se complementó la teoría estudiada con la información que se recabó a través de los diversos instrumentos de recolección de información.

Figura 15.

Conocimiento evaluativo esperado por los docentes de matemática.



Fuente: Elaboración propia.

Conocimiento de las estrategias, técnicas y tareas para la enseñanza de las matemáticas

Con respecto a esta categoría, es importante comprender que la mediación pedagógica debe estar estrechamente relacionada con el proceso evaluativo, como lo menciona una de las docentes: *la evaluación tiene que responder a la mediación, entonces lo que hayamos planificado es lo que vamos a llevar a la mediación y lo que hayamos mediado es lo que debemos llevar a la evaluación, entonces la estrategia más adecuada para evaluar es la misma que hayamos aplicado en la mediación.*

Aunado a lo anterior, el asesor de matemáticas nos indicó que la manera de evaluar un contenido geométrico *depende de la mediación y como el docente logra llegar a la habilidad, siempre y cuando responda a las habilidades, los indicadores y el programa del MEP.*

Es importante resaltar la importancia que tiene la mediación en la evaluación, en ocasiones se desvaloriza el proceso de planificación, sin embargo, como se reflejó en los fragmentos anteriores, para evaluar los conocimientos geométricos, es de vital importancia estudiar y analizar la acción docente en el aula, en ello interviene el conocimiento geométrico del docente, junto al conocimiento didáctico y pedagógico.

Expectativas de aprendizaje y secuencia con temas anteriores y posteriores

Al respecto, las docentes nos indicaron que para plantear tareas de evaluación en una prueba escrita *se escogen las habilidades que tengan más relevancia, no necesariamente todas las habilidades se tienen que incorporar en la prueba escrita, esto, porque hay habilidades de construir que uno las evaluó de forma más creativas o hay habilidades que uno retomó del nivel inferior.*

Enlazando lo anterior, con la sección sobre técnicas y tareas, es de suma importancia que se analicen las habilidades geométricas en relación con las estrategias que se implementaron en las lecciones, para poder lograr una categorización que permita seleccionar aquellas habilidades que maximicen el conocimiento de los estudiantes y se reflejen mediante el instrumento de evaluación.

Además, como se observó en lo mencionado por las docentes, es de vital importancia reconocer qué habilidades previas se necesitan para desarrollar una habilidad geométrica en octavo año, esto ya que todas las habilidades que componen los programas de estudio de matemáticas, en su mayoría, están relacionadas entre sí y no pueden tratarse como aspectos aislados.

Aunado a lo anterior, el asesor de matemática nos indicó que el MEP invita a los docentes a implementar la integración de habilidades; las disposiciones curriculares para octavo año de la EGB es solo una parte de un todo, no es suficiente centrarse en un área temática o un conjunto de habilidad, se debe apostar por la integralidad del currículo y sus elementos.

En sus propias palabras, el asesor nos indicó que *yo no puedo desligar este tipo de habilidades con las otras áreas, ya que es necesario que se use en otras áreas para que se vea la utilidad de los contenidos e inclusive puedo ligar habilidades de otras asignaturas como es el caso de artes plásticas o ciencias.*

Es importante conocer que se pueden evaluar varias habilidades geométricas en una prueba escrita, además es importante relacionarlas con otras habilidades propuestas en el programa de estudios y que no necesariamente sean de geometría, esto permite que los estudiantes puedan integrar los conocimientos y visualizar la importancia que tiene cada una de estas habilidades en la vida cotidiana.

Ambas docentes concordaron en que *nada de construir se debe evaluar en un examen, sino que es conocimiento de los estudiantes, para que ellos manipulen y entiendan... porque en el examen juegan factores que pueden hacer que el estudiante entre en shock y se bloqué.*

Además, que según los lineamientos presentes en el documento de “*La prueba escrita*” no se permite en ninguna circunstancia que un docente solicite a sus estudiantes realizar un dibujo o representación gráfica en la prueba escrita. Observamos que a nivel de geometría hay razones externas que obligan a los docentes a no incluir la construcción de figuras en los exámenes escritos.

Nivel de desarrollo conceptual y procedimental

Con respecto a esta categoría, la persona asesora indicó que *el propósito [de las tareas de evaluación] es llegar al desarrollo de la habilidad, por tal motivo se debe elegir la habilidad y los indicadores a evaluar y luego se debe elegir el ítem que se desea insertar en la prueba escrita.*

Desde este punto de vista, antes de elegir una tarea de evaluación orientada a examinar los contenidos geométricos que conformará un examen escrito, la persona docente debe analizar y comprender la relación de las habilidades, tanto específicas como generales, con los indicadores de evaluación asociados al área de geometría, para luego seleccionar la tarea óptima para valorar las habilidades asociadas a los contenidos de geometría en el nivel de octavo año de la EGB.

El resultado anterior destaca la importancia sobre discernir qué necesitan desarrollar y aprender los estudiantes en el área de geometría, esto solo se logra por medio de la comprensión de las habilidades que se deban fomentar y el nivel de profundidad con el que se deben desarrollar.

Complementariamente, la docente del Liceo A comentó que *siempre hay que tomar mucho en cuenta el tiempo, cuando uno va a introducir algo en un examen se debe tener en cuenta el tiempo y la profundización, porque a veces es importante profundizar mejor en la tarea que en el examen, porque el examen es bajo tiempo.*

Así, de acuerdo con el fragmento anterior, podemos distinguir la importancia de tener claro el nivel de desarrollo conceptual y procedimental, ya que gracias a esto un docente de matemática puede dosificar el nivel de dificultad que se trabaje en una prueba escrita, y así definir el alcance que puede tener la prueba con respecto a las habilidades que deben desarrollar los educandos.

4.3. DISEÑO DE LA PRUEBA: ACCIÓN DOCENTE

En esta sección se brindan los resultados considerando las categorías planteadas en el Capítulo III de esta memoria.

Tareas de evaluación

Referente al diseño de tareas de evaluación, ambas docentes concuerdan con la importancia de realizar una adecuada selección de aquellas habilidades que deben prioritariamente incluirse en una prueba, tomando en consideración las estrategias que se llevaron a cabo para el desarrollo del conocimiento. Las docentes explican que *no necesariamente todas las habilidades se tienen que incorporar en la prueba escrita, esto, porque hay habilidades que uno las evaluó de forma más creativas o hay habilidades que uno retomó del nivel inferior, incluso en ocasiones es mejor evaluarlas en un trabajo cotidiano o una tarea.*

En este sentido, las docentes hacen referencia a las habilidades que corresponden con la construcción de una homotecia con una razón menor, mayor o igual a uno (HE4 y HE5). La profesora del Liceo B describe que *para la clase se deben considerar tareas que fomenten en el estudiante el trazo de una figura homotética, y luego de establecer el dibujo para responder a ciertas preguntas referentes a las propiedades de las homotecias.* Como la demanda cognitiva principal de la tarea es realizar el trazo de la figura homotética, esta no satisface los lineamientos propuestos en el documento de *La prueba escrita*. En dicho documento se establece “no solicitar, en los ítems, que el estudiante realice dibujos o acciones, tales como: colorear, recortar, pegar o armar” (Torres et al., 2011, p.5).

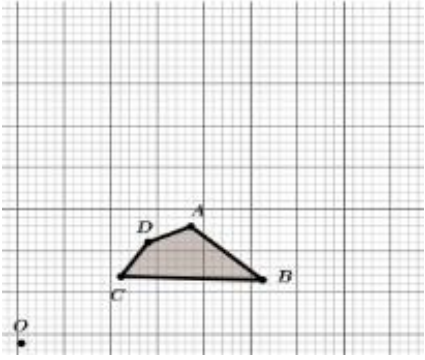
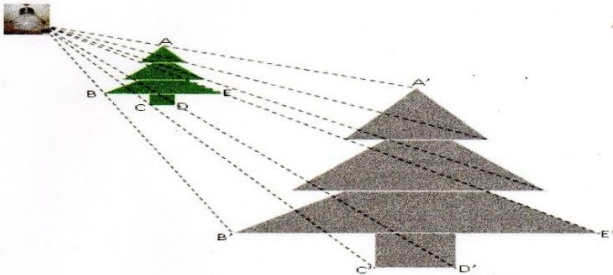
Para la docente del Liceo A una solución que se puede considerar, para no prescindir de las habilidades relacionadas con el trazo de una homotecia en una prueba, consiste en *realizar ciertos ajustes a la tarea que me permitan incluirla en el examen. Por ejemplo, darles a los estudiantes el dibujo ya hecho.*

A continuación, en la siguiente tabla se puede apreciar la tarea propuesta sobre el tema de homotecias desde dos enfoques distintos. En la primera tarea, utilizada en clase, se evidenció que el objetivo principal es que el estudiante realice la construcción de la homotecia para posteriormente dar respuesta a las interrogantes mediante los conocimientos matemáticos de dicha transformación. En cambio, la tarea usada en la prueba escrita evidenció que el propósito es evaluar

el conocimiento implícito del tema para no recurrir a un incumplimiento en los lineamientos del instrumento.

Tabla 4.

Cuadro comparativo sobre las tareas de homotecia.

<i>Tarea sobre homotecia</i>	<i>Tarea de evaluación sobre homotecia</i>
<p>Tome el punto O como centro de la homotecia y únalo con el punto A, prolongue ese segmento una distancia igual a OA, para ubicar el punto P, haga lo mismo con los puntos B, C, D para encontrar los puntos Q, R y S, después una los puntos obtenidos para formar el polígono PQRS y conteste las siguientes preguntas:</p> 	<p>2) Observe la siguiente homotecia y conteste</p>  <p>a) Explique ¿Qué sucede con el tamaño de la sombra si se acerca la luz y si se aleja?</p> <p>b) ¿Qué características de la sombra no varían a pesar del cambio de posición de la luz?</p> <p>c) ¿Qué tipo de homotecia presenta la figura?</p> <p>d) ¿Cuál es el segmento homólogo de \overline{CD}?</p>
<p>1. ¿Hay relación entre las medidas de los lados de los polígonos?</p> <p>2. ¿Cuál es la razón de homotecia?</p>	

Fuente: cuestionario y pruebas del año 2019 de las docentes del estudio

La única habilidad que las docentes no incorporan en las pruebas escritas es la HE11, relacionada con la utilización de softwares geométricos para la justificación de las propiedades de congruencia o semejanza de triángulos. El abordaje de esta habilidad solo fue evidenciado por la docente del Liceo A en donde lo enfoca exclusivamente en las lecciones mediante la incorporación de origami, videos y el software GeoGebra.

Sin embargo, la docente del Liceo B indicó que esta habilidad no es posible trabajarla en sus clases o examen, ya que la institución para la cual labora no cuenta con un laboratorio óptimo en el que se pueda desarrollar esta habilidad. Aunado a esto comentó que no le puede solicitar a los estudiantes diversos dispositivos tecnológicos como celulares con internet o computadoras, ya

que la población estudiantil tiene condiciones económicas adversas. Por lo tanto, no se evidenció que la trabaje en sus clases de una forma diferente.

Un resultado interesante es que para el diseño de la prueba escrita las docentes contemplan *la habilidad que pide el MEP con su respectivo indicador, cómo se trabajó y explicó el tema en el aula y lo que se considera que el estudiante necesita como base*. Además, tienen presente que existen habilidades que están vinculadas a un mismo concepto geométrico o poseen diversos métodos de resolución.

En el caso de la habilidad HE10 correspondiente a problemas de semejanza de triángulos, la docente del Liceo B enfatizó que *el estudiante intuitivamente trabaja con medidas y ángulos*. Esta afirmación manifiesta la relación que existe entre la habilidad que se desea evaluar con las tareas resueltas previamente; que son trascendentales para la comprensión de los conocimientos. Esto es, que conforme el estudiante resuelve un problema que incluya una habilidad determinada logrará integrar conocimientos, relacionados a la habilidad, adquiridos anteriormente. En palabras de la docente del Liceo A, *las habilidades no estén asociadas de manera aislada a los conceptos, los estudiantes entienden el concepto, pero también pueden analizarlo y ponerlo en práctica mientras ponen en evidencia la habilidad asociada a este*.

Por otro lado, en el caso específico de las habilidades I9 y I15 las cuales corresponden al empleo de diversas estrategias para resolver problemas de semejanza y congruencia de triángulos y el teorema de Thales, las docentes evidenciaron la importancia de crear tareas que no limiten al estudiante a una específica resolución, debido que *hay muchos ejercicios que uno llega a la respuesta desde diversos caminos y no debe existir problema en plantear este tipo de ejercicios en los exámenes, es el docente el que debe ser flexible y promover la diversidad de resolución*

A excepción de la habilidad HE11, las docentes del estudio contemplan todas las habilidades específicas e indicadores para la prueba escrita, lo que conlleva a que el instrumento contribuya a valorar la mayoría de las habilidades que se consideran en los programas de estudio para el nivel de octavo año. Las habilidades más evaluadas corresponden a las relacionadas con las propiedades o transformaciones de las figuras y la visualización de las características de estas; las habilidades HG2 y HG5 respectivamente (MEP, 2012).

Posterior a la identificación de las habilidades, la docente del Liceo A indicó que siempre realiza la *tabla de especificaciones en donde se indican las habilidades más relevantes y establece*

el tiempo que se invirtió, hay algunas habilidades que abarcan más tiempo que otras, pero no necesariamente porque al estudiante le cuesta sino porque se realizaron manualidades, entonces esas lecciones hay que valorarlas diferente. Es claro que el documento de *La prueba escrita* estipula la creación de esta tabla para revelar la distribución de las habilidades con respecto a los indicadores y el tiempo invertido en cada tema (sin contemplar el lapso destinado a estrategias recreativas), lo que evidenció que la docente realmente diseña la prueba escrita contemplando como base las estrategias utilizadas en las lecciones y a su vez la incorporación de cada habilidad desarrollada en la prueba escrita. Lo anterior, contribuye a cumplir el propósito de garantizar que la prueba goce de validez de acuerdo con el contenido.

Tipos de ítems

Las docentes coincidieron que *según lo establecido por el MEP un examen escrito sólo debe considerar dos partes*, las cuales pueden incluir diferentes tipos de ítems para evaluar, de la forma más precisa, cada habilidad geométrica. Sin embargo, la selección de las tareas, entre los ítems objetivo y los ítems de desarrollo, depende de las habilidades que se esperan evaluar y los indicadores de evaluación asociadas a las habilidades.

La profesora del Liceo A enfatizó que *como mínimo incluye selección única, de vez en cuando respuesta corta, pero los ítems de identificación en geometría son de acatamiento obligatorio, y problemas en el desarrollo [resolución de problemas]*, esto permite que en la prueba se consideren diferentes ítems objetivo para evaluar las habilidades esperadas. Es interesante que la docente considerara como obligatorio la implementación de ítems de identificación en geometría, debido a la riqueza visual que posee esta área matemática.

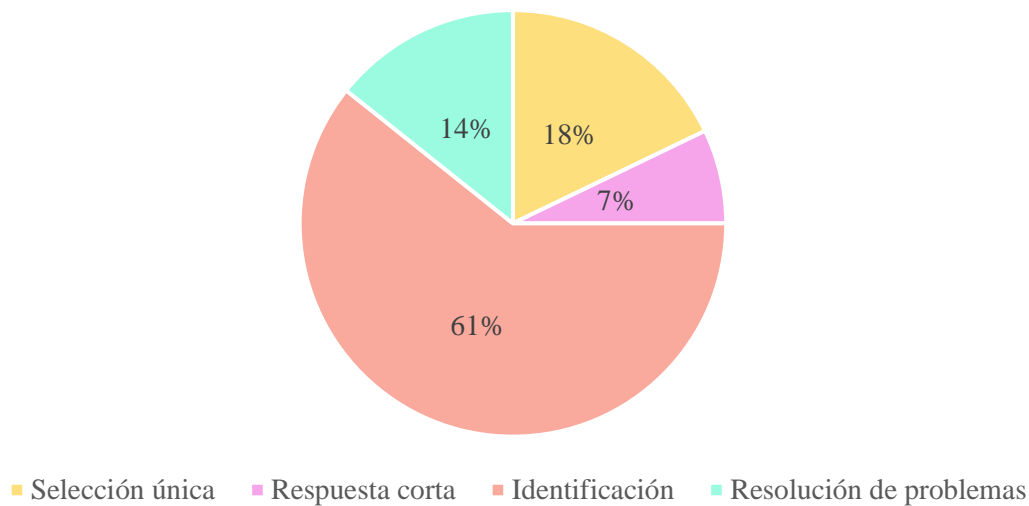
En cambio, la docente del Liceo B manifestó que utiliza *respuesta corta, resolución de ejercicios y resolución de problemas ... ya que les permite a los estudiantes construir y analizar su respuesta*. En este caso, se aprecia mayor uso de ítems de desarrollo, en donde el estudiante puede manifestar un poco más de razonamiento y argumentación, pero a su vez se ofrecen tareas para las cuales su resolución implica apelar a la memoria como es el caso de la resolución de ejercicios. Sin embargo, al analizar las tareas propuestas por la docente no se encontró concordancia con la preferencia de los ítems.

Al analizar cada tarea propuesta por las docentes se pudo evidenciar que no incorporaron ítems de correspondencia, respuesta restringida, resolución de ejercicios, resolución de casos y

ensayo. La siguiente figura muestra la preferencia de las docentes según los tipos de ítems incluidos en los lineamientos propuestos en el documento de *La prueba escrita*.

Figura 16.

Distribución porcentual del total de tareas de evaluación analizadas según los tipos de ítems utilizados en el cuestionario.



Fuente: elaboración propia.

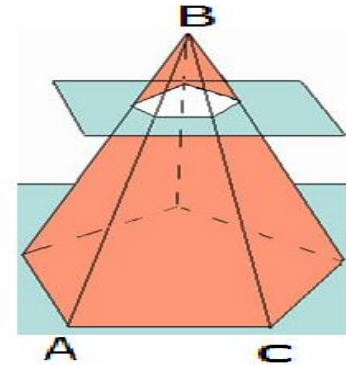
A partir del gráfico, se puede afirmar que el ítem objetivo que utilizaron con mayor frecuencia es identificación (61%), posteriormente selección única (18%) y respuesta corta (7%). Referente a los ítems de desarrollo, se puede apreciar que únicamente se enfocaron en la resolución de problemas (14%). Esta distribución reflejó la poca variedad de ítems que proponen las docentes en las pruebas escritas.

En la siguiente figura se puede visualizar un ítem de selección única que corresponde a la habilidad de identificar cuál figura se obtiene mediante una sección plana de una pirámide recta con base pentagonal. Asimismo, se aprovechó la representación de la pirámide para que el estudiante identificara como se le denomina al ΔABC .

Figura 17.
Ítem de selección única sobre secciones planas de una pirámide.

Considere la siguiente figura referida a una pirámide recta de base pentagonal para responder la pregunta 1 y 2

- El $\triangle ABC$ corresponde a una
 - Cara
 - Base
 - Cúspide
- Si se hace un corte con el plano paralelo a la base de la pirámide, entonces la sección plana resultante corresponde a un
 - triángulo
 - cuadrado
 - pentágono



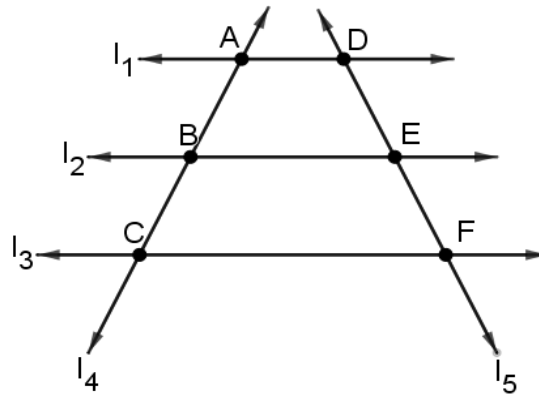
Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo A.

En el análisis que se realizó referente a los tipos de ítems, surge la inquietud sobre si la docente del Liceo A conoce la diferencia entre un ítem de respuesta corta y uno de identificación. Debido a que, en la primera tarea, correspondiente a la habilidad HE12 que se relaciona con la aplicación del teorema de Thales, el enunciado se complementa con un dibujo para que el estudiante logre calcular la medida solicitada. A pesar de que el ítem tenga un dibujo la tarea de evaluación no es considerada como un ítem de identificación, debido a que su propósito no es identificar una parte de la figura sino calcular un valor numérico; esto se establece en el documento de *La prueba escrita*. En cambio, la habilidad HE13 relacionada con la identificación de las partes de una figura, se ajusta mejor a un ítem de identificación.

Según la docente, *en el ítem de respuesta corta, como su palabra lo dice, la respuesta no depende de una imagen, en cambio el de identificación se parece, pero la respuesta depende de una imagen*. Por lo que se aprecia que la diferenciación de estos tipos de ítem radica en la dependencia que tiene la resolución de la tarea con respecto a la imagen proporcionada, es decir, *aunque el ítem sea de respuesta corta e incluya una representación visual, este ítem no será de identificación en cuanto el estudiante utilice la imagen únicamente como un mecanismo de guía*. Lo anterior, resalta una adecuada noción de las características de estos dos tipos de ítems. Obsérvese las figuras 18 y 19, estas ejemplifican la diferencia entre un ítem de respuesta corta y un ítem de identificación.

Figura 18.
Ítem de respuesta corta sobre teorema de Thales.

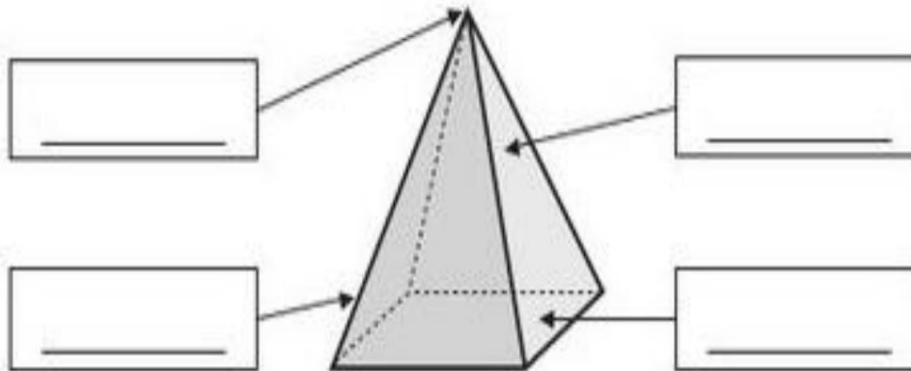
Si $AB=7$, $BC=5$ y $DF=8$, ¿cuál es la medida de DE ? _____



Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo A.

Figura 19.
Ítem de identificación sobre las partes de una pirámide.

1) Escriba los elementos de la siguiente pirámide



Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo A.

Asimismo, surge la inquietud sobre si la profesora del Liceo B conoce la diferencia entre un ítem de respuesta corta y un ítem de resolución de ejercicios. La duda surge puesto que, en una tarea de la docente del Liceo B, correspondiente a la habilidad HE12, se solicita al estudiante calcular la medida de cada segmento mediante el teorema de Thales; la principal intención del ítem es calificar el valor obtenido sin tomar en cuenta el procedimiento. De esta forma, la tarea es

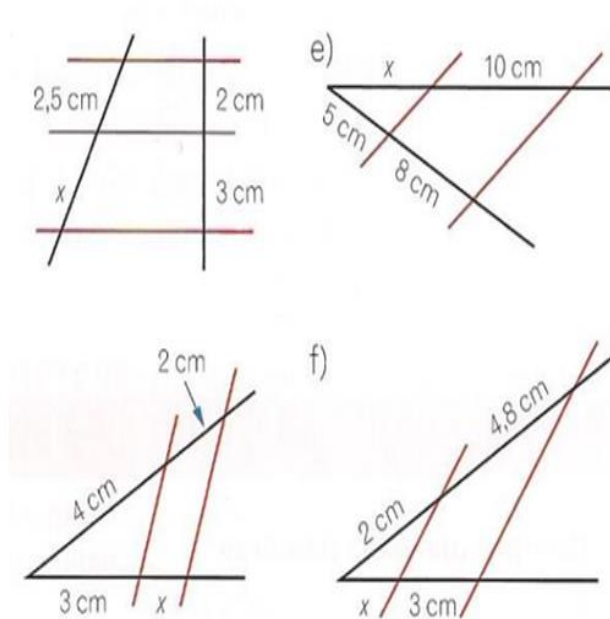
considerada como respuesta corta; según los lineamientos establecidos en el documento de *La prueba escrita*.

Dicha inquietud fue abordada por la docente, en donde ella indicó que la diferencia que existe se debe a que *en la respuesta corta se solicita algo más puntual, mientras que en la resolución de ejercicios se necesita ver todo un procedimiento para llegar a la solución de un problema dado*. Se tiene una adecuada noción de lo que propone un ítem objetivo en relación con uno de desarrollo, debido a que este último permite que la profesora evalúe el procedimiento que lleva a cabo el estudiante para brindar una respuesta justificada. Obsérvese la figura 20 en la que se ilustra la tarea que se ha comentado en este párrafo.

Un dato importante que resultó del análisis del cuestionario de la docente del Liceo B es que en uno de los ítems de identificación solicitó dibujar la altura de un prisma. No obstante, recuérdese que realizar dicha solicitud no es permitido según las normas ministeriales. Obsérvese la figura 21 en la que se ilustra la tarea que se ha comentado en este párrafo.

Figura 20.
Ítem de respuesta corta sobre Teorema de Thales.

Determine correctamente la medida de cada uno de los lados señalados aplicando el Teorema de Thales.

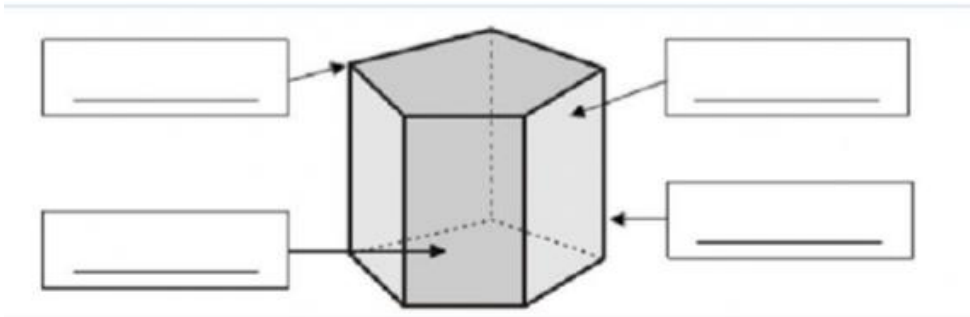


Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo B.

Figura 21.

Ítem de identificación sobre las partes de un prisma.

Escriba el nombre de las partes señaladas en la siguiente figura. Trace su altura.



Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo B.

Niveles de complejidad

Las profesoras coincidieron que para establecer el nivel de complejidad de cada ítem es necesario considerar las estrategias que se implementaron en las lecciones, es decir, *si en el aula se practicó, en el examen será un ejercicio aprovechado, por el contrario, sino se practicó entonces este es ese problema del bajo rendimiento en las evaluaciones, debido a que queremos evaluar al nivel que no hemos llegado*, mencionó una de las docentes. De la misma manera, la otra profesora indicó que *se recomiendan que los niveles de complejidad sean similares a los trabajados en clase*; es claro que dicha selección inicia desde el fomento de las habilidades durante las lecciones lo que permite visualizar que dificultades se presentaron y así determinar si el nivel de complejidad es acorde al aprendizaje esperado.

Por otra parte, el fragmento anterior evidencia que las docentes realizan un sondeo sobre el nivel que posee cada alumno con respecto al grado alcanzado por la mayoría, permitiéndoles encontrar un punto medio que logra que cada uno de ellos maximice su conocimiento.

Cada docente del estudio posee una preferencia sobre que niveles contemplar en la prueba escrita. En el caso de la docente del Liceo A enfatizó que es relevante *incorporar un poquito lo que es memorístico, pero también mediante los ítems de identificación se aprecia la conexión que el estudiante establece entre la información con el dibujo y los problemas para que analicen un poco*. Lo que indicaba que el instrumento evaluaba simultáneamente los tres niveles de complejidad,

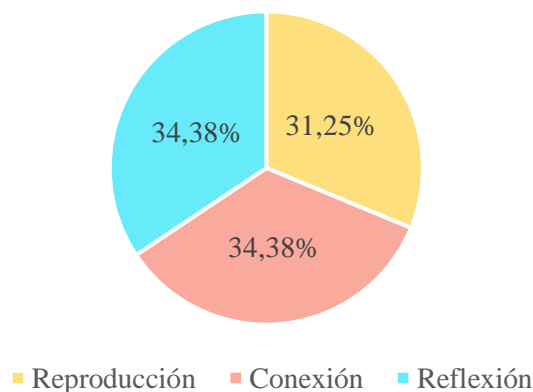
permitiendo que el estudiante evidencie el conocimiento teórico de las habilidades geométricas, pero que a su vez sea capaz de resolver problemas avanzados.

Por su lado, la profesora del Liceo B resaltó que en la prueba escrita *la mayoría de las veces es más común solo trabajar el nivel de reproducción y conexión, pero el nivel de reflexión, es más común trabajarlo en el aula, donde el estudiante pueda tener una mayor interacción con el docente para darle un mayor acompañamiento y que el ejercicio cumpla su propósito*. Lo que se reveló es que la docente considera en su planificación de clase tareas con un nivel de complejidad que demande acciones cognitivas de mayor grado, lo que constituye un reto para los estudiantes y favorece el potencial de su conocimiento, y en la planificación de la evaluación considera tareas con una exigencia intermedia para la valoración del aprendizaje.

En la figura 22 se aprecia la distribución de los niveles de complejidad de cada tarea según los criterios de las profesoras. Se puede observar cierto equilibrio en cuanto el nivel de complejidad de las tareas que dicen seleccionar las profesoras para diseñar sus pruebas. El 31,24% corresponde a ítems con un nivel bajo de exigencia o tareas de reproducción, en donde el estudiante solo tiene que aplicar directamente una fórmula o propiedad y deben ser tareas similares a las desarrolladas en las clases. Un 34,38% de los ítems corresponden a tareas de conexión, las cuales requieren que los estudiantes identifiquen figuras congruentes, semejantes o partes de una figura tridimensional. Finalmente, otro 34,38% de los ítems diseñados corresponden al nivel de complejidad reflexión; tareas que conllevan acciones cognitivas superiores como razonar y argumentar.

Figura 22.

Distribución porcentual del total de tareas de evaluación analizadas según los niveles de complejidad utilizados en el cuestionario.



Fuente: elaboración propia.

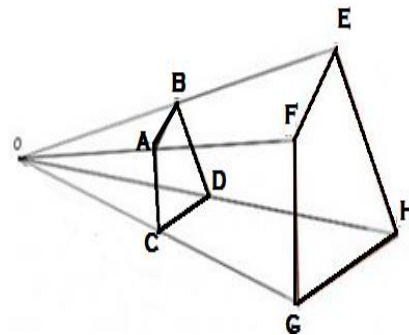
Sin embargo, luego del análisis hecho a las pruebas facilitadas por las docentes, se puede determinar que los ítems clasificados por las docentes como tareas de reflexión no corresponden a este nivel de complejidad; las tareas no exigen que el estudiante argumente y justifique sus soluciones, además, no se presentan tareas novedosas, completamente distintas a las trabajadas en clase, que requieran la generalización del conocimiento por parte del estudiante que las resuelve. Por ejemplo, la figura 23 ilustra una tarea considerada por las docentes como un ítem de reflexión, pero en realidad la demanda cognitiva que se solicita se asocia más a la memorización e identificación de términos conocidos: puntos y lados homólogos.

Figura 23.

Ítem de reproducción sobre homotecia.

En la siguiente figura, el cuadrilátero FEHG es la imagen bajo una homotecia del cuadrilátero ABDC. Reconozca los puntos y lados homólogos del polígono y su homotecia.

Puntos homólogos	Lados homólogos
A y ____	\overline{BD} y ____
C y ____	\overline{AC} y ____



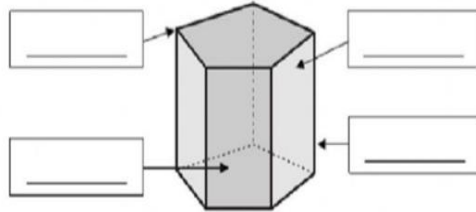
Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo A.

Otros ítems considerados por las docentes como tareas de reflexión se ilustran en las figuras 24, 25 y 26. No obstante, para la resolución de estos ítems el estudiante debe apelar a su memoria, ya sea para reconocer las partes de un prisma, identificar un criterio de congruencia o términos conocidos en una homotecia inversa. Además, este tipo de tarea son rutinarias y no favorecen el argumento ni la justificación. Por tanto, son tareas de reproducción.

Figura 24.

Ítem de reproducción sobre las partes de un prisma.

Escriba el nombre de las partes señaladas en la siguiente figura. Trace su altura.

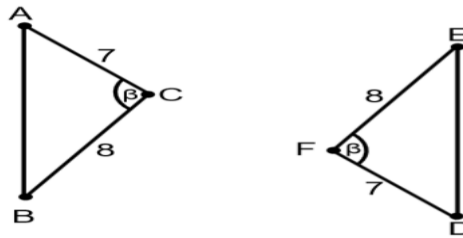


Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo B.

Figura 25.

Ítem de reproducción sobre triángulos congruentes.

Considere la siguiente información sobre dos triángulos congruentes entre sí, para responder las preguntas.



1) ¿Cuál criterio garantiza la congruencia entre ambos triángulos?

- () L - L - L
- () L - A - L
- () A - L - A

2) Considere las siguientes afirmaciones:

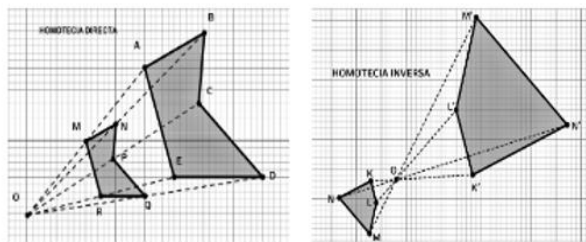
- I. $\overline{AB} \cong \overline{DE}$
- II. $\sphericalangle B \cong \sphericalangle D$

De ellas son verdaderas

- () La I y la II
- () solo la I.
- () solo la II.

Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo A.

Figura 26.
Ítem de reproducción sobre homotecia inversa.



De acuerdo con las figuras anteriores, para cada pareja de polígonos homotéticos determinen las parejas de puntos homólogos, ángulos y lados homólogos.

Homotecia Directa:

- Puntos Homólogos: _____
- Ángulos Homólogos: _____
- Lados Homólogos: _____

Homotecia Inversa:

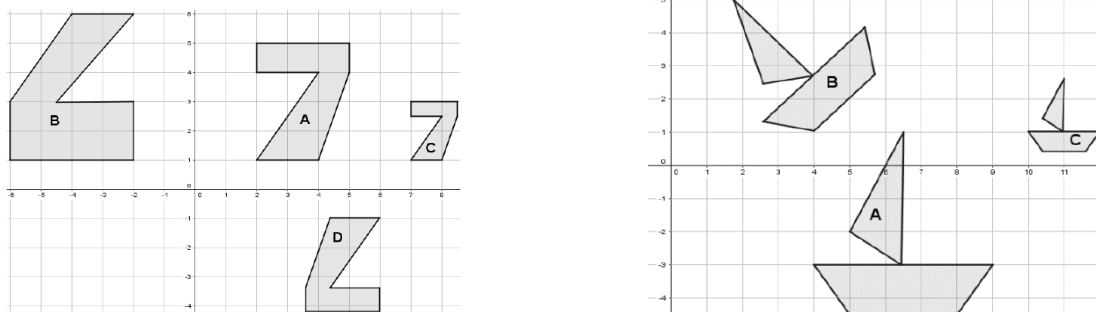
- Puntos Homólogos: _____
- Ángulos Homólogos: _____
- Lados Homólogos: _____

Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo B.

Por su parte, el ítem propuesto para la habilidad HE3 consiste en identificar pares de figuras homotéticas, el estudiantado debe relacionar distintas figuras y determinar cuál o cuáles son homotecias de una figura dada (figura A). El estudiantado debe poner en práctica los conocimientos referentes a homotecia para tomar una decisión, este tipo de acción cognitiva nos permite ubicar al ítem en el nivel de conexión, respecto a su complejidad. Obsérvese la siguiente figura.

Figura 27.
Ítem de conexión sobre homotecia.

Determine encerrando con un círculo, cuáles figuras son homotecias de la figura A



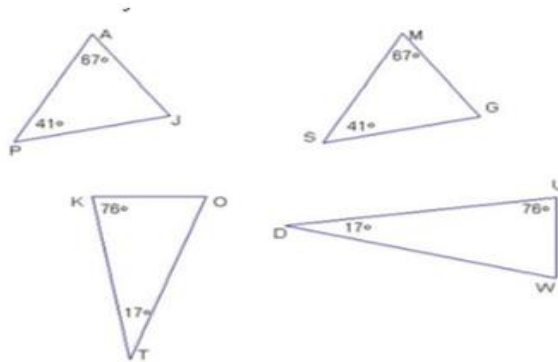
Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo A.

Asimismo, el ítem mostrado en la siguiente figura, relacionado con la habilidad HE7, se puede considerar como una tarea de conexión en cuanto el estudiantado debe identificar figuras congruentes a partir de conocimientos desarrollados previamente. La respuesta del estudiantado a la tarea depende de cómo vincula la información que sabe para tomar una decisión fundamentada.

Figura 28.

Ítem de conexión sobre congruencia de triángulos.

De acuerdo con la información en cada uno de los siguientes triángulos, determine si son congruentes.



Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo B.

Situaciones

Con respecto al diseño de tareas de evaluación enmarcadas en una situación real, las docentes coinciden en que *no es necesario contextualizar todas las tareas, algunas no se pueden enmarcar en alguna situación, ya que no todo se puede contextualizar*.

Lo anterior evidencia que las profesoras del estudio tienen conocimiento sobre situaciones y contextos, según lo planteado por el MEP en los programas de estudio. Sin embargo, limitan el abordaje de las habilidades geométricas de octavo año a situaciones meramente matemáticas, alegando que *la geometría es muy difícil de contextualizar*. De esta manera, cada tarea propuesta por las docentes se enmarcaba en situaciones matemáticas, como se evidencia en las figuras 29, 30 y 31.

Estas tareas no se aproximan a la contextualización activa que es uno de los pilares fundamentales de la visión funcional del aprendizaje matemática. En este sentido, las tareas propuestas por las docentes deberían implicar la relación de los conocimientos geométricos, y las

habilidades asociadas a estos, con situaciones de la vida real o ejemplos prácticos, lo que facilita la comprensión por parte del estudiantado y la evaluación de la competencia geométrica.

Figura 29.

Contexto de la tarea referente a semejanza y congruencia de triángulos.

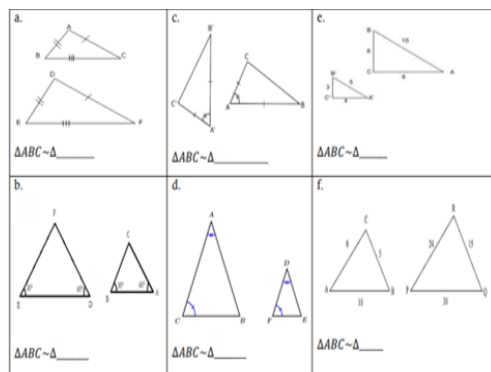
1. Los lados de un triángulo miden 24 m., 18m. y 36 m., respectivamente. Si los lados de otro triángulo miden 12m., 16 m. y 24 m., respectivamente. Determina si son o no semejantes, justificando tu respuesta.
2. Un edificio proyecta una sombra horizontal de 18 metros al mismo instante que un árbol de 6 metros de altura proyecta una sombra de 9 metros. ¿Cuál es la altura del edificio?

Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo A.

Figura 30.

Contexto de la tarea referente a los criterios de semejanza.

Para cada una de las siguientes parejas de triángulos determine el criterio que justifica la semejanza de los triángulos y escriba la correspondencia para cada pareja. Justifique su respuesta.



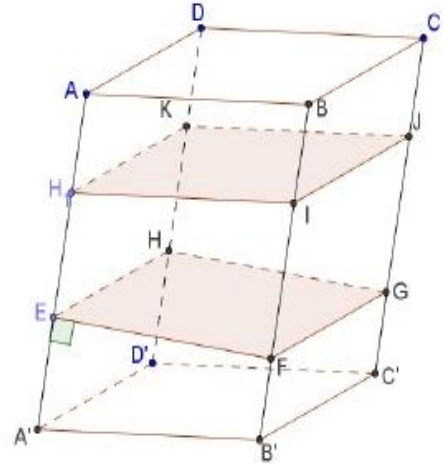
Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo B.

Figura 31.

Contexto de la tarea referente a secciones planas de un prisma recto.

Considere la siguiente figura referida a un prisma recto de base cuadrada para responder la pregunta 1 y 2

- El $\overline{AA'}$ corresponde a
 - Base
 - Altura
 - Apotema
- Si se hace un corte transversal con el plano $EHGF$, entonces la sección plana resultante corresponde a un resultante
 - Rombo
 - Triangulo
 - Romboide



Fuente: cuestionario aplicado a la docente del Liceo A.

4.4. LA PRUEBA ESCRITA PARA EVALUAR COMPETENCIAS GEOMÉTRICAS

En esta sección se brindan los resultados considerando las categorías planteadas en el Capítulo III de esta memoria.

Habilidades

Al analizar la información que brindaban los exámenes se evidencia la existencia de algunas habilidades específicas e indicadores (anexo 2) que no se evaluaron en las pruebas. Del total de las habilidades geométricas que propone el MEP para ser evaluadas en nivel de octavo año, no se diseñó alguna tarea de evaluación que consideraran las habilidades HE4, HE5 y HE11. Es decir, no se encontró una sección en el examen donde se pudiera utilizar algún software geométrico para que el estudiante pudiera justificar algunas propiedades de la congruencia o semejanza de triángulos (HE11). Con respecto a las habilidades relacionadas con la construcción de una figura con determinado valor a la razón de una homotecia (HE4 y HE5), solo fue contemplada en la prueba escrita diseñada por la docente del Liceo A, cuyo enfoque de la tarea principalmente consistía en resaltar el conocimiento implícito del tema sin requerir la construcción de la figura.

Es relevante aclarar que la docente del Liceo B, en la prueba que facilitó para su análisis, no evaluó todas las habilidades geométricas, específicamente no se consideraron las habilidades HE1, HE3 HE13, HE14, HE15 y HE16, referentes a cuerpos tridimensionales como las pirámides y prismas rectos.

Con respecto a los indicadores, cada uno de ellos fueron abordados respectivamente con su habilidad específica, sin embargo, no se encontró alguna tarea cuyo enunciado solicitara al

estudiante emplear diversas estrategias para resolver problemas relacionados con semejanza y congruencia de triángulos y el teorema de Thales (I9 y I15).

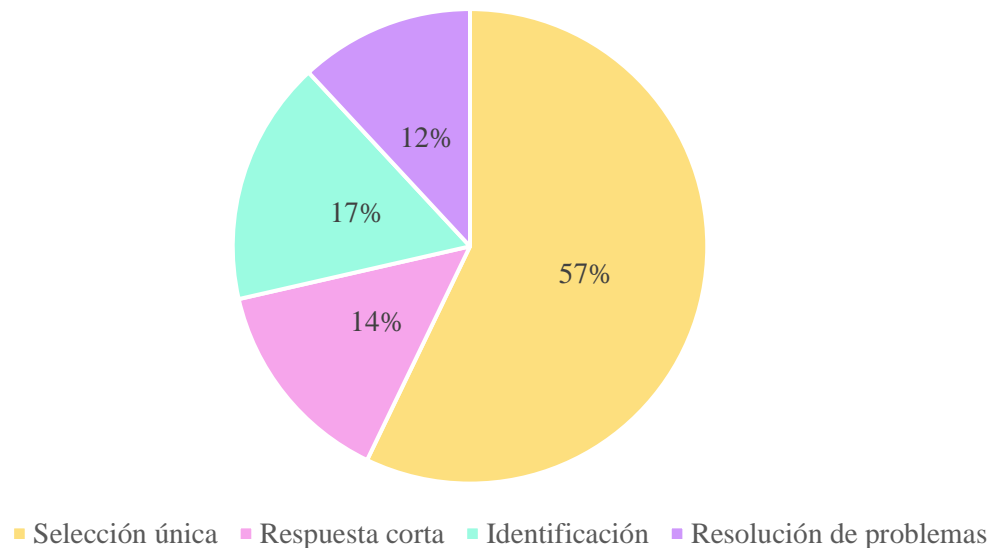
Además, se visualiza que las habilidades específicas que se consideraron en las pruebas escritas contribuyen a que cada estudiante logre desarrollar capacidades sobre las propiedades o transformaciones de las figuras y visualizar características de figuras tridimensionales (MEP, 2012), lo que corresponde a las habilidades HG2 y HG5 respectivamente.

Tipos de ítems

A pesar de la gran variedad de ítems que se pueden considerar en la planificación de las pruebas escritas, existen algunos tipos que no se consideraron en los exámenes que se analizaron, como lo son: correspondencia, resolución de ejercicios, la respuesta restringida, resolución de casos y ensayo. La siguiente figura evidencia cuáles tipos de ítems son más utilizados por las docentes que han participado en el estudio.

Figura 32.

Distribución porcentual del total de tareas de evaluación analizadas según los tipos de ítems utilizados en las pruebas escritas.



Fuente: elaboración propia.

Este gráfico evidencia que el ítem objetivo más utilizado por las personas docentes es selección única (57%); el ítem de desarrollo solo se evaluó mediante la resolución de problemas (14%). Esta distribución refleja la poca variedad de ítems que proponen las docentes en las pruebas escritas.

Es importante resaltar, que la docente del Liceo B solo utilizó ítems de identificación y respuesta corta, ambos ítems objetivos, para la elaboración de su examen. Esto contradice lo establecido en el documento de “*La prueba escrita*” donde se indica que para la elaboración de este tipo de instrumento de evaluación debe existir como mínimo un ítem objetivo y un ítem de desarrollo (Torres et al., 2011).

En la figura 33, se ilustra que los ítems de selección única fomentan una respuesta directa o un procedimiento muy breve para dar solución a la tarea propuesta. En este caso se apela a las características de una pirámide con base pentagonal mediante la memoria del estudiantado y la representación, mental o de otro tipo, que estos puedan hacer para referirse al objeto geométrico en cuestión.

Figura 33.

Ítem de selección única referente a pirámide.

10) Considere las siguientes proposiciones, referidas a una pirámide de base pentagonal

- I. La pirámide tiene dos bases.
- .. Las caras laterales de la pirámide tienen forma triangular.
- III La pirámide tiene diez aristas.

De ellas son verdaderas

- () La I y la II
- () La II y la III
- () La I y la III
- () solo la II.

Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo A.

En el análisis de las pruebas escritas, presentadas por la docente del Liceo A, se evidenció que la habilidad referente a la aplicación del teorema de Thales (HE12) se evaluó mediante un ítem de identificación y otro de resolución de problemas, como se ilustra en las figuras 34 y 35 respectivamente.

Figura 34.

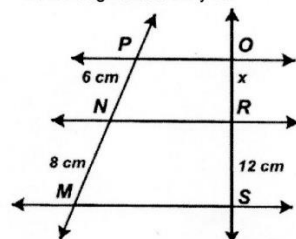
Ítem de identificación referente teorema de Thales.

C) Identificación

(9 puntos)

Escriba en los espacios en blanco la información que se le solicita en cada caso.

- 1) En la siguiente figura $\overline{OR} \parallel \overline{NR} \parallel \overline{MS}$, complete los espacios indicados y determine la medida de los segmentos \overline{OR} y \overline{OS} (4 puntos)



_____ = _____

\overline{OR} = _____

\overline{OS} = _____

Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo A.

Figura 35.
Ítem de desarrollo sobre teorema de Thales.

II PARTE. DESARROLLO. **VALOR 14 PUNTOS.**

- Resuelva en forma clara y ordenada los ejercicios propuestos.
- Deben de aparecer todos los pasos que justifican su respuesta.

1. En la figura $\overline{AD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{CF}$, determine las medidas según se le indica: **Valor 6 pts**

$\overline{EF} =$ _____
 $\overline{DF} =$ _____

$\overline{AB} = 8 \text{ cm}$
 $\overline{AC} = 18 \text{ cm}$
 $\overline{DE} = 7 \text{ cm}$

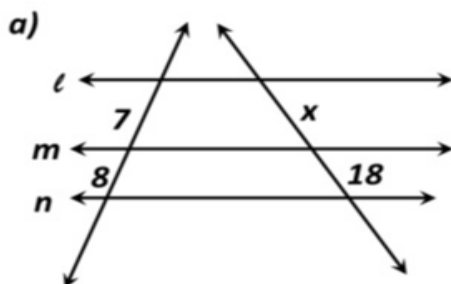
Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo A.

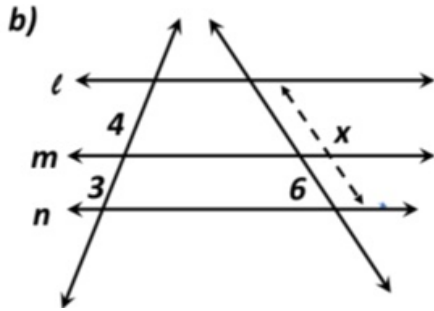
En ambos ítems se le solicita al estudiantado las mismas demandas, determinar la medida de unos segmentos a partir de la información dada en la figura y la aplicación del teorema de Thales; a pesar de que en principio son ítems con características diferentes por su tipología. La diferencia de los ítems está en su presentación, en la figura 34 denota el valor correspondiente a cada segmento en la misma imagen, en cambio, en la figura 35 se aprecia que hace uso de la representación simbólica de segmentos para indicar cuanto miden. Los ítems se utilizan principalmente para la medición de procesos y productos de aprendizaje que no se pueden medir con ítems objetivos, esto corresponde a los ítems de desarrollo (Torres et al., 2011). Acá se encuentra una incongruencia respecto al conocimiento de la profesora sobre los tipos de ítems y su uso en la prueba escrita.

De manera similar la docente del Liceo B propuso un ítem de respuesta corta para evaluar la habilidad HE12 sobre el teorema de Thales, tal y como se aprecia en la siguiente figura.

Figura 36.
Ítem de respuesta corta referido a el teorema de Thales

3. De acuerdo con las figuras adjuntas, si $l \parallel m \parallel n$, determine la medida de los segmentos indicados a continuación. Valor 4 puntos, 2 puntos cada acierto.





Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo B.

De acuerdo con la figura anterior, si se considera el tipo de ítem utilizado por la docente, se puede afirmar que hay una incorrecta distribución de puntos para evaluar el desarrollo de la habilidad vinculada al ítem, pues a una sola respuesta se le asigna dos puntos. Lo cual contradice lo establecido en el documento *La prueba escrita* referente a los ítems de respuesta corta, en el que se indica “la puntuación de cada ítem varía de uno a cinco puntos, dependiendo de la cantidad de respuestas solicitadas” (Torres et al., 2011, p.19), es decir, que para el ítem analizado se le debería asignar un punto a cada respuesta solicitada.

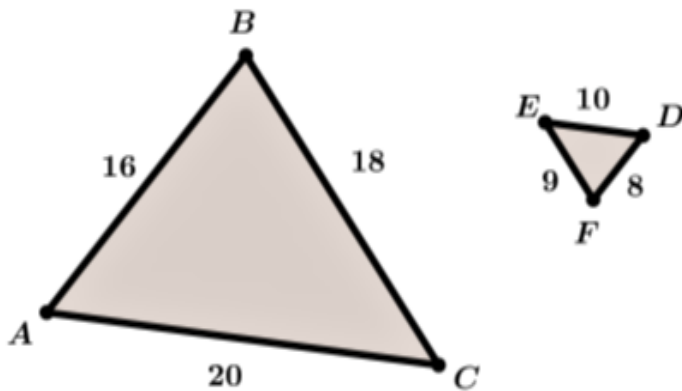
Según la redacción y la puntuación asignada para la resolución de la tarea referida en el párrafo anterior, es evidente que su propósito es evaluar el procedimiento que el estudiante utilizó para poder brindar la respuesta de la medida de los segmentos indicados. El ítem que “se utiliza para la medición de aquellos productos del aprendizaje en los que se requiere aplicar un algoritmo de forma mecánica” (Torres et al., 2011, p.24) corresponde al de resolución de ejercicios. Por lo tanto, se evidenció también en esta profesora un conocimiento incorrecto de los tipos de ítems.

Por su parte, al analizar las tareas propuestas en el examen de la docente del Liceo B se evidenció que la habilidad HE8, vinculada con los criterios de semejanza en triángulos, fue evaluada mediante un ítem de respuesta corta. No obstante, la redacción del enunciado coincide con las pautas de construcción del ítem de respuesta restringida del documento *La prueba escrita*. Dicha directriz establece que “para la formulación del enunciado se pueden utilizar palabras como “explique”, “justifique”, “compare”, “redacte”, entre otras” (Torres et al., 2011, p.23). Esto reflejó una incorrecta selección en el tipo de ítem, debido a que un ítem objetivo limita al estudiante a completar la información solicitada sin la necesidad de realizar una justificación del procedimiento, lo anterior se puede visualizar en la siguiente figura.

Figura 37.

Ítem de respuesta corta sobre semejanza de triángulos.

4. Determine si $\triangle ABC \sim \triangle DFE$. Justifique su respuesta, en caso de que lo sean, escriba el criterio. Valor 3 puntos.



Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo B.

Niveles de complejidad

Con respecto a los niveles de complejidad ningún ítem fue de reflexión, es decir, no se presentaron al estudiante problemas nuevos, diferentes a los ya implementados en las clases, de tal forma que conlleve un proceso de análisis y justificación superior.

En su mayoría, los ítems corresponden a tareas de reproducción, cuya resolución implica el uso de procedimientos rutinarios o la aplicación de definiciones. Por ejemplo, como se aprecia en las siguientes figuras, el estudiante debe recurrir a la definición de un concepto para responder las cuestiones planteadas, apelando a la memoria y discriminando la argumentación, la justificación y la aplicación de los conceptos matemáticos y las habilidades relacionadas a estos.

Figura 38.

Ítem de reproducción.

- 1) De acuerdo con la **definición intuitiva de figuras semejantes**, dos figuras son semejantes entre sí, si necesariamente ambas tienen
- () la misma posición.
 - () el mismo tamaño.
 - () la misma forma.
 - () el mismo color.

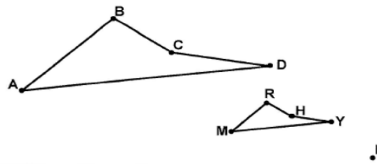
Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo A.

Figura 39.

Ítem de reproducción.

I Parte: Identifique. Valor: 6 puntos. Escriba lo que se le solicita en forma clara, precisa y ordenada en el espacio asignado.

1. Indique los puntos, ángulos y lados homólogos de los siguientes polígonos. Valor 6 puntos



Puntos Homólogos	Ángulos Homólogos	Lados Homólogos
A y ____	$\angle D$ y ____	\overline{MR} y ____
B y ____	$\angle C$ y ____	\overline{HY} y ____

Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo B.

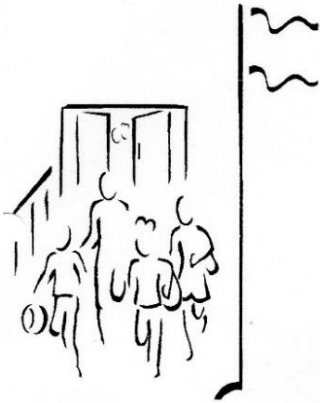
En la figura 38 el estudiante debe recordar qué decía la definición intuitiva de semejanza para seleccionar la opción correcta, la cual se vincula más al concepto de congruencia que de semejanza. En la figura 39 el estudiante debe hacer uso de la definición de homotecia para identificar puntos, lados y ángulos homólogos, en un ejercicio bastante habitual.

En algunos pocos casos los ítems evidenciaron características propias de las tareas de conexión. En este sentido, la resolución de las tareas fomenta el vínculo de los conceptos matemáticos entre sí, estableciendo conexiones y relaciones.

Por ejemplo, como se aprecia en las siguientes figuras, se presentan dos situaciones del mundo real que requieren del uso de conceptos geométricos, y la relación entre estos, para resolver los problemas. Este tipo de tareas permite que el estudiante integre conceptos y favorece la valoración las Matemáticas como una herramienta útil para resolver problemas de la vida cotidiana.

Figura 40.
Ítem de conexión.

- 3) Una asta de una bandera que tiene 5m de altura, proyecta sobre el suelo una sombra, simultáneamente un árbol de 2,8m de altura proyecta sobre el suelo una sombra de 2,5m. ¿Cuál es la medida de la sombra del asta?
- Valor 5 pts.**



Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo A.

Figura 41.

Ítem de conexión.

2. Calcule la altura de un árbol sabiendo que en determinado momento del día proyecta una sombra de 3m y una persona que mide de 1,8m proyecta una sombra de 1,2m. Valor 3 puntos.

Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo B.

Otro aspecto importante de rescatar de las tareas de conexión mostradas en las figuras anteriores es que, al ser ítems de desarrollo, su diseño permite considerar diferentes aspectos de la respuesta dada por el estudiante, permitiendo una evaluación más integral de las habilidades geométricas en cuestión.

Situaciones

Con respecto a las situaciones empleadas para enmarcar los ítems propuestos en los exámenes se presentaron dos escenarios: (1) las tareas de evaluación se enmarcan en situaciones completamente matemáticas o (2) la situación de la vida cotidiana que se usa para enmarcar la tarea es artificial, esto es, la situación es utilizada intencionalmente para que la tarea esté incrustada en la realidad. En ambos casos, no tiene lugar la contextualización activa.

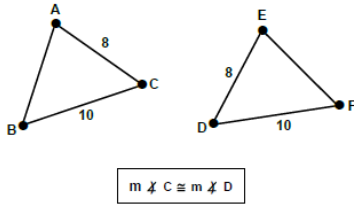
En la siguiente figura se muestra una tarea enmarcada en una situación matemática, su resolución se centra exclusivamente en conceptos y procedimientos que no salen del seno de las Matemáticas; en este caso los criterios de congruencia para triángulos.

Figura 42.

Ítem enmarcado en una situación matemática.

5. Determine si $\triangle ACB \cong \triangle EDF$. Justifique su respuesta, en caso de que lo sean, escriba el criterio.

Valor 3 puntos.



Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo B.

Por su parte, en las figuras 43, 44 y 45 se puede apreciar que la situación planteada es artificial en la contextualización de las tareas y las cuestiones que se proponen no se relacionan con las circunstancias que se describen en la situación; su resolución queda limitada al mundo matemático. Como se ha mencionado anteriormente, en este tipo de tareas no tiene cabida la contextualización activa.

Figura 43.

Ítem enmarcado en una situación artificial.

- 3) Una asta de una bandera que tiene 5m de altura, proyecta sobre el suelo una sombra, simultáneamente un árbol de 2,8m de altura proyecta sobre el suelo una sombra de 2,5m. ¿Cuál es la medida de la sombra del asta? **Valor 5 pts.**

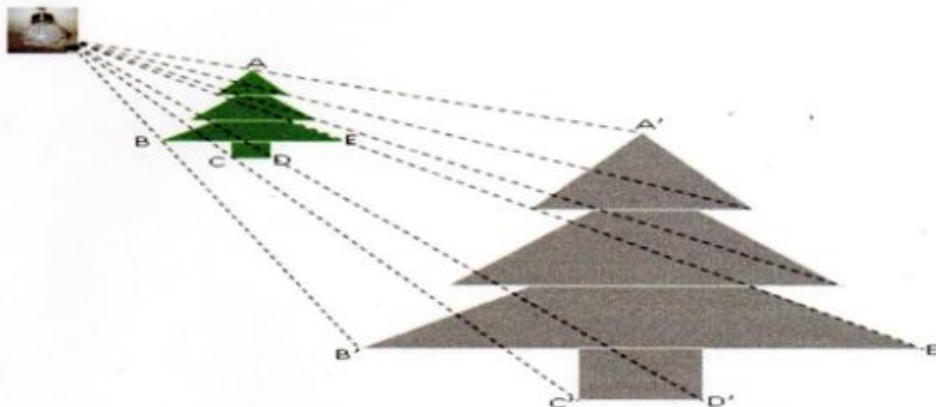


Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo A.

Figura 44.

Situación artificial que enmarca una tarea.

2) Observe la siguiente homotecia y conteste




- Explique ¿Qué sucede con el tamaño de la sombra si se acerca la luz y si se aleja?
- ¿Qué características de la sombra no varían a pesar del cambio de posición de la luz?
- ¿Qué tipo de homotecia presenta la figura?
- ¿Cuál es el segmento homólogo de \overline{CD} ?


Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo A.

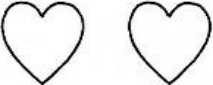
Figura 45.

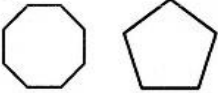
Tarea enmarcada en una situación artificial.

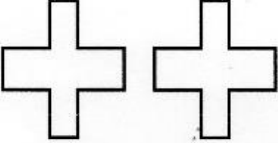
2) Escriba en el espacio correspondiente la frase "semejante", "congruente" o "no semejante", según sea la clasificación de cada uno de los siguientes pares de figuras con base en la definición intuitiva de figuras semejantes y congruentes. (6 puntos, 1 punto cada acierto)


A)  _____

B)  _____

C)  _____

D)  _____

E)  _____

F)  _____

Fuente: examen elaborado por la docente del Liceo A.

Las tareas mostradas en las figuras anteriores centran su atención más a la memorización de conceptos, nociones intuitivas o fórmulas, sin atender el contexto o la aplicación práctica de esos conocimientos. En la figura 43 el estudiante puede resolver la tarea propuesta sin la necesidad de recurrir a la situación planteada, es decir, si en el ítem se omite la asta de la bandera y el árbol la respuesta no se ve alterada, el estudiante simplemente calcula la longitud de un segmento siguiendo la repetición mecánica de un procedimiento sin comprender la utilidad de dicho mecanismo para una situación similar a la que se pueda enfrentar en la vida cotidiana.

Análogamente, en las tareas mostradas en las figuras 44 y 45, los objetos tomados de la vida real solamente son un "pretexto" para pensar que las tareas se pueden encuadrar en la contextualización activa. Particularmente, en la tarea de la figura 45, no se contempla que un par de figuras semejantes pueden ser congruentes. Es decir, que el estudiante puede responder que la figura C es semejante, lo que corresponde a una respuesta correcta, pero la docente pretendía que se respondiera congruente; incluso solo se pretende que el estudiante aprenda de forma memorística que la semejanza son figuras de la misma forma y la congruencia del mismo tamaño.

En síntesis, las pruebas analizadas no incluyen ítems que favorezcan la contextualización activa, cada tarea se limita a incorporar elementos conocidos por los estudiantes o una situación meramente matemática, sin destacar la relación de las habilidades geométricas con la vida cotidiana.

Observaciones

Es importante recalcar que según lo establecido por parte del MEP, en el documento *La prueba escrita*, la tabla de especificaciones es un elemento único y suficiente para garantizar la validez de una prueba escrita, debido a que este elemento considera la relación de la mediación pedagógica y el diseño del instrumento.

Es relevante destacar que la profesora del colegio A, entregó a los investigadores las pruebas escritas y sus respectivas tablas de especificaciones, lo que permitió verificar la validez de sus pruebas. Esto se debe a que al diseñar dicho instrumento la docente contempló el planeamiento de sus lecciones y la incorporación de cada una de las habilidades desarrolladas sin excepción, garantizando el diseño de tareas que permitían la evaluación del contenido en su totalidad. Por su parte, la docente del colegio B no contaba con esta información por lo que no se pudo consultar. Es de suma importancia que cada examen se diseñe contemplando los lineamientos que se proponen en el documento de *La prueba escrita*. A continuación, se muestra una de las tablas proporcionadas.

Figura 46.
Tabla cuyo propósito es garantizar la validez de la prueba escrita.

Tabla de Especificaciones								
Profesora:				OCTAVO				
Matemáticas				I Parcial				
Fecha de aplicación: 19 de junio del 2019				II Trimestre				
				15%				
Tabla de Especificaciones								
APRENDIZAJES ESPERADOS (HABILIDADES)	CONOCIMIENTOS	INDICADORES	# de Lecc	pts x obj	selec unica	Resp corta	identifique	Desarrollo
Identificar figuras semejantes en diferentes contextos.	Triángulos	Aplica la definición de semejanza (especialmente de triángulos) en ejercicios.	1	4	1	0	3	0
Identificar figuras congruentes en diferentes contextos.	• Semejanza	Aplica la definición de congruencia (especialmente de triángulos) en ejercicios.	1	4	2	0	2	0
Aplicar los criterios de semejanza: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo ángulo ángulo para determinar y probar la semejanza de triángulos.		Aplica los criterios de semejanza (LLL, LAL, AAL) en ejercicios, para determinar si dos triángulos son semejantes.	3	12	7	0	3	2
Aplicar los criterios de congruencia: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo lado ángulo, para determinar y probar la congruencia de triángulos.	• Congruencias	Aplica los criterios de congruencia (LLL, LAL, AAL) en ejercicios, para determinar si dos triángulos son congruentes.	2	8	3	0	4	1
Resolver problemas que involucren la congruencia de triángulos.	• Semejanza	Resuelve problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos.	3	12	0	0	0	12
TOTALES			10	40	13	0	12	15

Fuente: elaboración de la docente del Liceo A.

4.5. CONOCIMIENTO DEL PROFESORADO SOBRE LA EVALUACIÓN DE COMPETENCIAS GEOMÉTRICAS

En este apartado se plasma una serie de características, las cuales se obtuvieron del análisis de la información y de la teoría de respaldo para esta indagación, que nos permitieron relacionar el conocimiento geométrico y evaluativo de los docentes de matemática con la confección de pruebas escritas orientadas a evaluar habilidades geométricas en estudiantes de octavo año de la EGB.

La información se presentó en dos secciones basadas en el MTSK, las cuales están relacionadas con los pilares teóricos de esta investigación.

4.5.1. Tareas de evaluación

El propósito de una tarea de evaluación según Marín (2013), consiste en brindar información que sea pertinente para el docente sobre los logros, competencias y errores que manifiestan sus estudiantes; dicha información está estrechamente relacionada con la metodología que se implementa en las lecciones. De esta manera, se aprecia que en cada tarea de evaluación las docentes consideran la importancia del vínculo entre el contenido del examen y las estrategias que se implementaron en las clases, lo cual concuerda con lo establecido en el KMT, y se confirma con lo expresado por las docentes en las entrevistas: la importancia de que las tareas de evaluación respondan a la mediación pedagógica.

Además, la información recolectada evidenció que las docentes incorporan tareas de evaluación que son independientes entre sí, es decir, que ningún ítem brinda una respuesta inmediata a otro. Este hecho contribuye a que las pruebas midan de manera más confiable y válida las habilidades y los conocimientos de los estudiantes, al mismo tiempo que brinda al estudiantado una oportunidad justa de demostrar sus conocimientos y habilidades.

A continuación, se profundiza en las secciones necesarias para el diseño de una prueba escrita.

Habilidades e indicadores

Para diseñar las tareas de evaluación que permitan comprobar el conocimiento que ha adquirido el estudiantado, es necesario realizar adecuadamente la selección de las habilidades específicas que se considerarán en la prueba escrita. En este sentido, las docentes destacan la

importancia que tiene considerar las estrategias implementadas en las lecciones, las habilidades que se vinculan con los contenidos abordados en clase y los conocimientos previos, para seleccionar aquellas habilidades cuyo progreso será medido mediante la prueba. Este proceso coincide con lo manifestado por la persona asesora, lo que permite afirmar que existe un conocimiento fundamentado de las docentes para la elección de las habilidades que serán objeto de evaluación. Igualmente, evidenciaron un buen conocimiento sobre la secuencia de temas anteriores y posteriores que son clave para el desarrollo de las habilidades geométricas de octavo año de la EGB, y reflejan dominio de conocimientos didácticos en cuanto vinculan la mediación pedagógica y la evaluación.

El criterio y las estrategias de cada docente influye en la selección de las habilidades que serán incluidas en la prueba, por ello las habilidades seleccionadas pueden variar de una docente a otra. Al respecto, solo la docente del Liceo A evaluó de forma implícita las habilidades referentes a la construcción de homotecias con una razón dada (HE4 y HE5) en la prueba escrita, mediante interrogantes cuyo propósito era evidenciar la teoría que sustenta la homotecia de una figura. Esto evidencia un correcto conocimiento sobre los lineamientos de la prueba escrita debido a que no se diseñó una tarea de evaluación que le solicite al estudiante realizar el dibujo de una figura; tal y como lo indican los lineamientos.

Esta docente pone de manifiesto un adecuado conocimiento sobre las definiciones matemáticas asociadas al tema de homotecia, particularmente al abordar los cambios que sufre la transformación de una figura, las características que varían, el tipo de homotecia y los segmentos o lados homólogos de la homotecia. Por lo tanto, evidencia tener conocimiento geométrico, tal y como lo establece el KoT.

Además, la docente evidenció un claro manejo de las expectativas de aprendizaje sobre los contenidos geométricos de octavo año de la EGB, ya que mostró tanto en las pruebas como en los cuestionarios que los estudiantes deben comprender que es una homotecia, pero es consciente de que no pueden construir figuras sometidas a esta transformación.

En general, existe una similitud en las habilidades que ambas docentes no evaluaron por medio de la prueba escrita, por ejemplo, las habilidades relacionadas con el tema de las figuras tridimensionales (HE1, HE3, HE13, HE14, HE15 y HE16). No obstante, mediante lo mencionado por las docentes en la entrevista y el cuestionario, se verifica que dichas habilidades fueron

evaluadas haciendo uso de otros tipos de evaluación que involucran el trabajo en clase y el apoyo de las docentes. Esta acción valida la relación, entre mediación y evaluación, de la que las docentes son conscientes.

Posterior a la elección de las habilidades se identifican los indicadores de evaluación que corresponden a cada una de ellas. Particularmente, en las tareas de las pruebas escritas relacionadas con los temas de semejanza y congruencia de triángulos y el Teorema de Thales, las docentes no limitan al estudiantado a una sola forma de resolución, tal y como lo indican los indicadores I9 y I15. Las docentes, desde el trabajo en el aula, incorporan diferentes procedimientos para la resolución de las tareas propuestas, lo que les permite a los estudiantes en el examen utilizar la estrategia que consideren más pertinente. Esto coincide con las características de las tareas de evaluación expuestas por Bell et al. (1992), en específico con la coherencia y el amplio rango de respuestas, donde se establece que las tareas deben brindar la oportunidad a los estudiantes de razonar y elegir la estrategia idónea para brindar una respuesta sin recurrir a una resolución memorística.

Comparando lo anterior con la opinión de la persona asesora, se pone en evidencia un matiz del conocimiento geométrico que deben mostrar los docentes de matemática, ya que el KoT considera el uso de procedimientos variados en la resolución de los problemas sobre geometría que se planteen. La posición de las docentes y la persona asesora coincidieron en que no se puede encasillar la resolución de una tarea a un único procedimiento; los docentes deben validar y comprender los diversos mecanismos que los llevan a una misma respuesta. Con relación a este aspecto, las docentes afirman mantenerse en constante actualización, con el propósito de conocer diversas estrategias para resolver problemas geométricos y así maximizar el conocimiento de los estudiantes.

Dado que la intención de la evaluación es promover el desarrollo de competencias en los estudiantes a partir del desarrollo de habilidades, se pudo comprobar que las tareas propuestas fomentan la evaluación del progreso de capacidades en los estudiantes sobre las propiedades o transformaciones de las figuras y la caracterización de figuras tridimensionales (MEP, 2012), lo que corresponde a las habilidades generales HG2 y HG5 respectivamente. Esto confirma un adecuado proceso de aprendizaje propuesto por las docentes para fomentar en sus estudiantes la aplicación y el análisis del conocimiento geométrico.

Situaciones

En los programas de estudio se enfatiza la incorporación de diversas situaciones en las tareas, con la intención de enseñar la utilidad de los conocimientos geométricos en la vida cotidiana. Para ello las docentes realizan un estudio de cuales habilidades son viables para incorporar en tareas contextualizadas, debido a la presencia de habilidades que no lo ameritan, como por ejemplo las habilidades HE8 y HE9, relacionadas con la aplicación de algún criterio de semejanza o congruencia.

A pesar de que las docentes tienen un adecuado conocimiento sobre las habilidades que se pueden incluir en tareas enmarcadas en una situación de la vida cotidiana, no son capaces de aprovechar las diversas situaciones en las que se pueden abordar los contenidos geométricos, y por ende las habilidades ligadas a estos. Esta afirmación se fundamenta en cuanto las situaciones en las que se enmarcan las tareas de evaluación de las pruebas escritas son meramente matemáticas o artificiales, lo que contradice lo mencionado por las docentes en las entrevistas: *es importante utilizar en las pruebas variadas situaciones del mundo real.*

Esta discrepancia entre lo mencionado en la entrevista con lo evidenciado en los instrumentos de evaluación no concuerda con la teoría base de nuestra indagación, ya que uno de los componentes del conocimiento geométrico es el uso de la fenomenología en las tareas matemáticas. Bell et al. (1992) consideran que la situación en una tarea le da a esta las características de la adaptabilidad y la relevancia práctica, lo que refiere a que la situación en la que se encuadre el ítem debe adecuarse a situaciones cotidianas que permitan la aplicación de lo aprendido. Desde la metodología de la resolución de problemas, como lo mencionó el asesor, se pretende que los estudiantes sean capaces de relacionar los contenidos geométricos, y las habilidades ligadas a estos, con su entorno u otras áreas de estudio. Por tanto, los ítems analizados en las pruebas escritas de las docentes no dan lugar a la contextualización activa.

Niveles de complejidad

Al diseñar instrumentos de evaluación es necesario incorporar tareas de los tres niveles de complejidad, tendiente a la medición y fomento de la competencia geométrica. La clasificación de las tareas consideradas en las pruebas escritas, según su nivel de complejidad, puso en evidencia que las docentes seleccionaron o diseñaron, en su mayoría, tareas de reproducción, y en algunos pocos casos tareas de conexión; esta última clasificación en un grado menor. Sin embargo, según

la opinión de las docentes, en las pruebas escritas se mantuvo un equilibrio en cuanto el uso de tareas de conexión y de reflexión, discriminando las tareas de reproducción.

Esta discrepancia obedece al desconocimiento de las docentes sobre la relación entre el nivel de complejidad de la tarea y los procesos matemáticos que se movilizan en ella. Para las docentes la complejidad de una tarea está relacionada con la cantidad de pasos que se deben ejecutar para resolverla, la profundización en clase del contenido abordado en la tarea y el tiempo de resolución. Particularmente, la confusión se evidencia al referirse a tareas de reflexión, en las que para su resolución se apela más a la memorización que a la justificación y argumentación o al abordaje de problemas novedosos.

Por su parte, las docentes del estudio señalan que los ítems de reproducción implican una baja demanda cognitiva, por ejemplo, que el estudiantado aplique de forma directa un concepto o fórmula. Asimismo, los ítems de conexión requieren para su resolución que los estudiantes relacionen información, específicamente conocimientos asociados con el objeto geométrico considerado en el ítem. Este razonamiento es básico y algo superficial, lo que se pone de manifiesto en los ítems de conexión que se diseñaron para las pruebas escritas; las relaciones que se debían establecer eran mínimas.

4.5.2. Diseño de la prueba escrita

Tipos de ítem

Ambas docentes resaltaron que para seleccionar el tipo de ítem es prudente que se relacionen las habilidades que se desean evaluar con los indicadores y el nivel de complejidad, lo que coincide con lo manifestado por la persona asesora. De esta manera, se refleja el conocimiento que ponen en práctica las docentes en dicho proceso.

En cuanto al tipo de ítem usado en las pruebas escritas, la evaluación diseñada en el año 2019 por la docente del Liceo B considera únicamente ítems de identificación y de respuesta corta, es decir, que se evaluó el progreso de las habilidades geométricas del estudiantado exclusivamente con ítems objetivos. Sin embargo, lo expuesto en el documento *La prueba escrita* manifiesta que un examen debe incluir al menos un ítem objetivo y uno de desarrollo, por tal motivo se aprecia deficiencias en dicho instrumento.

Mediante la entrevista y el cuestionario aplicados a la profesora del Liceo B se evidenció el avance de su conocimiento en este aspecto, dado que actualmente cumple con los lineamientos de la prueba escrita propuestos por el MEP, esto es, para evaluar las habilidades geométricas en el nivel de octavo año la profesora considera ítems más variados, a saber: selección única, identificación, respuesta corta y resolución de problemas. La proporción de los ítems objetivos varía considerablemente de un instrumento a otro. En la prueba diseñada en el año 2019 el ítem más utilizado fue el de selección única, pero en el cuestionario se evidenció preferencia por ítems de identificación. Con respecto a los ítems de desarrollo, únicamente se utilizó una tarea sobre resolución de problemas por ende no hubo una variación significativa.

Es cierto que no se pueden evaluar todas las habilidades geométricas con solo un tipo de ítem, pero es necesario incluir en la prueba tareas que permitan evaluar tanto un cálculo rápido como aquellos razonamientos que requieran de argumentación; fomentando un pensamiento superior (Bell et al., 1992). Por este motivo, es relevante la inclusión de respuesta restringida, resolución de casos o de ejercicios para maximizar considerablemente la utilidad de los instrumentos de evaluación.

Es importante destacar que la docente del Liceo B presentó en la prueba escrita diseñada en el año 2019 varias tareas consideradas por ella como ítems de respuesta corta, no obstante, al analizarlas con los lineamientos del documento *La prueba escrita* se pudo constatar que las tareas corresponden a ítems de respuesta restringida o de resolución de ejercicios, cuyo propósito respectivamente consiste en evaluar el procedimiento y la capacidad de argumentación del estudiante. Posteriormente, mediante la entrevista, la profesora mostró conocer las diferentes características y pautas que se contemplan para estos tipos de ítem en particular, es decir, hay evolución en el conocimiento de la docente sobre los tipos de ítems.

Por su parte, la docente del Liceo A siempre manifestó un adecuado conocimiento sobre los tipos de ítems y su uso en las pruebas escritas, manteniendo un equilibrio en cuanto a los ítems objetivos y de desarrollo considerados en sus instrumentos de evaluación.

Una problemática presentada en los exámenes del Liceo A corresponde a un error al evaluar la habilidad del teorema de Thales (HE8) con un ítem objetivo y a su vez con uno de desarrollo; la habilidad evaluada implica el desarrollo de varias acciones cognitivas que no pueden ser medidas con un ítem de identificación, por el puntaje tan restringido que conlleva este tipo de ítem.

Sin embargo, al analizar el cuestionario de la profesora no se encontró reincidencia en lo mencionado. Para profundizar en ello, por medio de la entrevista, se constató que la docente actualmente comprende la diferencia entre un ítem de identificación y uno de resolución de problemas.

Por otro lado, se aprecia que el único ítem de desarrollo no contemplado por ninguna de las docentes, tanto en las pruebas del año 2019 como en los cuestionarios, corresponde al del ensayo. Esto concuerda con lo explicado por la persona asesora, en donde se afirma que este tipo de ítem no es factible incorporarlo en una prueba escrita debido a lo poco práctico que es relacionarlo con los temas y con el enfoque de los programas de estudio correspondiente a la aplicación de los conocimientos.

En el documento *La prueba escrita* se establecen lineamientos de construcción para cada tipo de ítem, en las pautas se recalca la importancia que posee una correcta redacción de las instrucciones. Pese a ello, se observó, en algunos ítems propuestos por las docentes, que la redacción del enunciado fomenta una respuesta memorística o a una interpretación errónea de lo que se solicita en la tarea. Se reconoce que la docente del Liceo B es quien manifiesta más esta deficiencia en la redacción de los enunciados de las tareas de evaluación, particularmente los ítems que diseñan orientan la solución del problema a una respuesta mecánica o que apele a la memoria del estudiante.

Confianza y validez de la prueba

Al contrastar las tareas propuestas por las docentes se pueden garantizar que dichos instrumentos pueden ser aplicados en otras instituciones con similares contextos educativos y sus resultados serían similares, lo que respalda la confiabilidad de los instrumentos.

La validez de las pruebas solo se pudo estudiar desde los documentos proporcionados únicamente por la docente del Liceo A, para ello se analizó la tabla para certificar la validez de la prueba de acuerdo con el contenido presente en el documento *La prueba escrita*. En la tabla la docente plasma las habilidades que previamente seleccionó y fueron incluidas en la prueba escrita, coincidiendo con el paso 2 que plantea Marín (2009) en donde se resalta la importancia que tiene el identificar las habilidades que maximicen las competencias del estudiante. Asimismo, se evidenció que dichos instrumentos consideraban como base las estrategias implementadas en las lecciones.

Posteriormente, aunque no este considerado en la estructura original de la tabla, la docente muestra la relación de las habilidades con los contenidos matemáticos y sus respectivos indicadores de evaluación, manifestando lo realizado del paso uno al tres de los lineamientos propuestos por Marín (2009) para evaluar de forma correcta las competencias matemáticas. Luego, consideró la cantidad de lecciones en las que se abordaron las habilidades y mediante un proceso de cálculos determinó el puntaje correspondiente a cada una de ellas. Para finalizar, se lleva a cabo los dos últimos pasos propuestos por Marín (2009), que permiten que la docente considere el nivel de complejidad de las tareas para que seleccione el tipo de ítem que se ajusta adecuadamente a evaluar cada habilidad.

En las tablas presentadas, nos percatamos que la docente para los ítems de desarrollo no indica la variedad de ítems que se pueden considerar, solo detalla en una casilla el tipo de ítem a utilizar, por ejemplo, hace referencia exclusivamente al ítem de resolución de problemas.

Se puede deducir que este instrumento es una base sólida que permite garantizar la validez de la prueba y a su vez refleja el conocimiento geométrico y evaluativo presentes en el diseño del instrumento de evaluación.

4.5.3 Diseño de una evaluación auténtica

Para diseñar una evaluación que permita reflejar las competencias que ha desarrollado el estudiantado, las docentes manifiestan la necesidad de contemplar la relación que existe entre las habilidades geométricas con sus respectivos indicadores de evaluación y todas las estrategias que se implementaron en las lecciones. Esta consideración coincide con el enfoque propuesto por Caraballo (2014) para seleccionar tareas de evaluación, lo que pone de manifiesto, en primera instancia, un proceso adecuado para el fomento y la evaluación de habilidades geométricas que a largo plazo contribuyen con el desarrollo de la competencia matemática.

El análisis de la información permite determinar si las pruebas escritas coinciden con el propósito de la evaluación auténtica, para ello se consideró prudente analizar dicha información mediante las características expuestas por Vallejo y Molina (2014), Prégent et al. (2009) y Ahumada (2005). De esta manera, se explicará cada principio desde la perspectiva de lo investigado en las pruebas escritas y los cuestionarios de las docentes, lo cual se muestra a continuación.

- *Habilidades.* Por parte de las docentes se aprecia un proceso de análisis muy sustancial que les permite seleccionar las habilidades relevantes y los respectivos indicadores de evaluación que se contemplan para la prueba escrita. Además, recalcan la importancia de enseñar un concepto geométrico mediante el enriquecimiento de otras habilidades, permitiendo realizar conexiones entre los temas para motivar y maximizar el conocimiento de los estudiantes.
- *Contextos reales.* No se aprovechó la diversidad de situaciones que se mencionan en los programas de estudio, dado que las tareas se elaboran exclusivamente con situaciones meramente matemáticas o artificiales. Esto restringe la capacidad de aplicar las habilidades en situaciones de la vida cotidiana de forma natural.
- *Tareas complejas.* Las docentes del estudio no realizan adecuadamente el estudio del nivel de complejidad que poseen las tareas y cuáles son las más idóneas para incorporar en una prueba escrita. Por lo tanto, existe una mala interpretación de los niveles de complejidad, especialmente sobre el nivel de reflexión. El propósito de este grado consiste en la incorporación de tareas novedosas para que el estudiante brinde una respuesta mediante un razonamiento lógico, argumentado y fundamentado, lo cual no se reflejó en las tareas.

Con base en lo mencionada, se puede deducir que los instrumentos gozan de una adecuada selección de las habilidades contemplando las estrategias utilizadas en las lecciones; sin embargo, debido a la carencia de contextos reales y tareas complejas se evidenció que dichas pruebas no cumplen con los lineamientos establecidos para considerar que se brindó una evaluación auténtica.

La información brindada en este capítulo permitió analizar el conocimiento geométrico y evaluativo que manifestaron las docentes del estudio sobre el diseño de las pruebas escritas. Lo que permitió reflejar aspectos relevantes como: la evolución en sus conocimientos desde el 2019 hasta la actualidad, el vincular las estrategias desarrolladas en las lecciones con los instrumentos de evaluación, los diversos procedimientos que llevan a cabo para diseñar tareas de evaluación, y lo anterior se ve respaldado en el MTSK, el cuál brinda una luz del nivel de conocimiento geométrico y evaluativo que evidenciaron los docentes en estudio.

CAPÍTULO V

Conclusiones y recomendaciones

5.1 CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos con el análisis de la información recolectada, en este capítulo se describirá el cumplimiento de cada uno de los objetivos específicos que nutren al objetivo general del estudio: *Analizar el conocimiento geométrico y evaluativo que muestran docentes de matemáticas en servicio sobre el diseño de pruebas escritas que evalúan el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año, en una institución pública de la Dirección Regional de Heredia y una de Cartago.* Además, se especifican las recomendaciones, las limitaciones y las posibles líneas de investigación futuras que han surgido durante el proceso de investigación llevado a cabo.

OE 1. Identificar el conocimiento geométrico y evaluativo que requieren los docentes de matemáticas en servicio para el diseño de pruebas escritas que evalúen el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año de la Educación General Básica en Costa Rica.

Conocimiento geométrico que requieren los docentes de matemática en servicio

Las docentes participantes en el estudio mostraron indicios de que se debe contar con conocimiento sólido sobre definiciones y propiedades vinculadas a los objetos geométricos en estudio. Es importante señalar que las habilidades están estrechamente relacionadas con los contenidos geométricos. Para que el docente fomente el desarrollo de habilidades geométricas de forma adecuada, sin incurrir en errores conceptuales o procedimentales, es fundamental que tenga una robusta formación matemática.

Igualmente, es necesario que las docentes de matemática recurran al uso de diferentes representaciones para un mismo objeto geométrico. Al proporcionar diversas representaciones, se ofrece a los estudiantes la oportunidad de abordar un concepto geométrico desde múltiples perspectivas, lo que favorece la comprensión del concepto, promueve la adaptabilidad a estilos de aprendizaje diversos, facilita la resolución de problemas, contribuye la construcción de conexiones conceptuales, prepara a los estudiantes para aplicar sus habilidades geométricas en una variedad de situaciones, entre otras bondades.

También, las docentes de matemática deben fomentar el uso de procedimientos variados en la resolución de los ítems. Esto contribuye a la evaluación integral de las habilidades geométricas, fomenta la comprensión profunda de los contenidos y prepara a los estudiantes para enfrentar con éxito una amplia gama de desafíos matemáticos y del mundo real.

Las docentes manifestaron dominio sobre aspectos relacionados con la fenomenología de los objetos geométricos, indispensable para que tenga lugar la contextualización activa. Debido a que identifican y caracterizan las situaciones consideradas en el currículo de matemáticas para contextualizar las tareas que serán utilizadas para fomentar el desarrollo de las habilidades geométricas. Asimismo, son conscientes de que muchas de las habilidades geométricas de octavo año son difíciles de contextualizar, por lo que sugieren el uso de situaciones meramente matemáticas.

De esta manera, el conocimiento geométrico de las docentes en servicio debe considerar la integración de situaciones y problemas del mundo real en la enseñanza y evaluación de los conceptos geométricos y las habilidades vinculadas a ellos. En lugar de presentar las matemáticas de manera aislada y abstracta, la contextualización activa busca relacionar los conceptos geométricos con situaciones concretas y aplicaciones prácticas.

En palabras de la persona asesora, la resolución de problemas contextualizados es una herramienta idónea para que los estudiantes vean la utilidad de la geometría en los diversos campos de la vida cotidiana, haciendo la salvedad de que no siempre es posible enlazar las matemáticas con el mundo real. En este sentido, es importante equilibrar la autenticidad y la relevancia en la contextualización de los problemas matemáticos. Forzar situaciones en los problemas, es decir, usar la situación de forma artificial en la tarea, puede llevar a desventajas en la experiencia de aprendizaje de los estudiantes, como: la falta de autenticidad, confusión y desconexión, complicación innecesaria, dificultad para la evaluación y pérdida de tiempo.

Conocimiento evaluativo que requieren los docentes de matemática en servicio

Las docentes de matemática deben diseñar tareas de evaluación, en nuestro caso orientadas a medir el progreso de habilidades en geometría, de acuerdo con las técnicas y estrategias utilizadas en el desarrollo de las sesiones de sus lecciones; tal y como lo mencionó una de las profesoras en la entrevista. Esto significa que la evaluación debe estar presente en el proceso de enseñanza y aprendizaje desde que el docente de matemática planifica sus lecciones; esta afirmación se apoya en la información dada por el asesor mediante la entrevista.

Un aspecto importante que debe considerarse en el conocimiento evaluativo de las docentes de matemáticas es la identificación de las habilidades geométricas que se esperan evaluar por nivel educativo (octavo año para este estudio) y durante todo el ciclo lectivo (Educación General Básica para esta investigación). Asimismo, es vital que a cada habilidad se le relacione con el indicador de evaluación correspondiente. Los indicadores de evaluación son esenciales para establecer criterios claros, medir objetivamente el desempeño de los estudiantes, facilitar la toma de decisiones informada y promover la mejora continua. Su presencia contribuye a procesos de evaluación más efectivos y significativos. La claridad en cuanto qué y cómo se debe evaluar facilita el diseño de un instrumento de evaluación como lo es la prueba escrita.

Además, para determinar el nivel de complejidad de las tareas se requiere medir el grado de intervención de los procesos matemáticos involucrados en ellas. Según los fundamentos del currículo de matemáticas costarricense se debe procurar el uso de tareas que impliquen acciones cognitivas superiores, es decir, que se fomente la incorporación en las pruebas escritas de tareas de conexión y reflexión. Estas tareas son esenciales para promover la comprensión profunda, el razonamiento matemático, el desarrollo de habilidades y la preparación para desafíos en el mundo real. Estas actividades contribuyen a la formación de estudiantes matemáticamente competentes y con un enfoque crítico hacia la resolución de problemas.

OE 2. Describir los argumentos y mecanismos que utiliza el profesorado de matemáticas en el diseño de pruebas escritas para la evaluación del desarrollo de habilidades geométricas en estudiantes de octavo año.

Las docentes resaltaron la importancia que tiene el proceso de selección de las habilidades para diseñar pruebas escritas, para ello consideran: las estrategias que se utilizaron en las lecciones, el tiempo invertido para cada una de las lecciones, el contexto estudiantil y el nivel de comprensión de los estudiantes. Esto permite concluir que el diseño de los instrumentos de evaluación está relacionado principalmente a la metodología seguida en clase.

Con respecto al proceso de selección se pudo constatar que las docentes no incorporan explícitamente la construcción de una homotecia (HE4 y HE5), tal cual lo sugieren los documentos ministeriales, sino que logran transformar las tareas de evaluación para cumplir los lineamientos de la prueba escrita y, a su vez, evaluar el conocimiento implícito del tema, y las habilidades vinculadas a este, mediante cuestiones más apropiadas al tipo de prueba. Por ejemplo,

si la luz se acerca ¿crece la sombra de la figura o decrece?, ¿qué características no cambian de la sombra? ¿qué nombre recibe la homotecia?

La única habilidad que no fue evaluada mediante las pruebas escritas corresponde a la utilización de softwares geométricos para la justificación de las propiedades de congruencia o semejanza de triángulos (HE11); solamente la docente del Liceo A evidenció el desarrollo y evaluación de esta habilidad en sus lecciones. Por su parte, la profesora del Liceo B resaltó varias problemáticas referentes al abordaje de esta habilidad, como lo es, el no contar con recursos tecnológicos por parte de la institución y las condiciones económicas de la población estudiantil. Dichas limitantes impiden enriquecer el conocimiento de los estudiantes.

Propiamente para el diseño de las tareas de evaluación las docentes consideran la relación entre las habilidades específicas y sus respectivos indicadores de evaluación. En el caso concreto de los indicadores I9 y I15 las profesoras confirmaron que, para evaluar la diversidad de estrategias, se debe incorporar desde las clases la enseñanza de múltiples resoluciones con la intención de no limitar las respuestas por parte de los alumnos. De esta manera, las tareas de evaluación propuestas por las docentes del estudio, relacionadas a dichos indicadores y sus habilidades específicas, permitían que los estudiantes lograran desarrollar capacidades sobre las propiedades o transformaciones de las figuras y visualizar características de figuras tridimensionales (MEP, 2012), lo que corresponde a las habilidades generales HG2 y HG5 respectivamente. Esto evidencia una correcta relación entre las habilidades específicas y sus indicadores que permiten a cada alumno desarrollar las competencias geométricas.

Al ser la prueba escrita un documento que guarda relación directa con las estrategias implementadas en las clases es evidente que el criterio de las docentes influye en el tipo de ítems que se incorporan en la prueba escrita. Con respecto a esto una de las docentes manifestó la tendencia por usar ítems de identificación en sus pruebas, con el propósito de aprovechar las virtudes que la visualización tiene para el desarrollo y la evaluación de las habilidades geométricas. Por su parte, la otra docente aseguraba utilizar en sus pruebas ítems de desarrollo para aumentar la exigencia académica, pese a ello, al contrastar su opinión con las tareas diseñadas, tanto en la prueba escrita como en el cuestionario, se evidenció falta de concordancia entre lo manifestado y lo ejecutado. Asimismo, fue notorio que las docentes mejoraron su conocimiento sobre las diferencias entre los tipos de ítems, según la función que cumplen estos

en una prueba escrita. Por ejemplo, la diferencia entre un ítem de respuesta corta y un ítem de resolución de ejercicios o el contraste entre un ítem de respuesta corta y un ítem de identificación.

Por otro lado, las docentes del estudio tienen una concepción equivocada sobre la forma en la que se determina el nivel de complejidad de las tareas. Para ellas, la complejidad es sinónimo de dificultad, por lo que para determinarla consideran aspectos como la cantidad de pasos que se deben ejecutar para resolver la tarea, la profundización en clase del contenido evaluado y el tiempo de resolución. Ellas se refieren superficialmente a las tareas de reproducción y conexión y desconocen completamente la esencia de las tareas de reflexión. Esta afirmación se constata por la carencia de ítems novedosos que fomenten la argumentación y la justificación del proceder del estudiantado.

Con respecto a la contextualización activa que se promueve en los documentos ministeriales, las tareas sobresalen por el uso de situaciones meramente matemáticas o artificiales para enmarcarlas. De esta manera, se puede afirmar que las docentes carecen de argumentos para diseñar pruebas escritas que incluyan tareas con situaciones auténticas y cuestiones relevantes.

Al contemplar los lineamientos propuestos en el documento *La prueba escrita* y la tabla de especificaciones proporcionada por una de las docentes se pudo constatar que sus instrumentos de evaluación contaban con la validez de contenido que requieren. Esto significa que las pruebas de esta docente pueden aplicarse en otra institución con condiciones académicas parecidas y los resultados serán similares. Por tanto, se considera a la tabla de especificaciones como una herramienta esencial para diseñar pruebas escritas en matemáticas, ya que guía la creación de evaluaciones equitativas, válidas y alineadas con los objetivos de aprendizaje pretendidos.

OE 3. Caracterizar las pruebas escritas orientadas a la evaluación del desarrollo de habilidades geométricas en estudiantes de octavo año, mediante el reconocimiento de aspectos geométricos y didácticos en las pruebas diseñadas por el profesorado de matemáticas.

Al profundizar en la información que brinda cada ítem propuesto en las pruebas escritas facilitadas por las docentes participantes en el estudio, se pudo apreciar que dichos instrumentos varían considerablemente según el criterio de las profesoras, los indicadores de evaluación y las habilidades geométricas que se esperan evaluar mediante la aplicación de las pruebas. Por ejemplo, ninguna de las docentes incluyó un apartado en la prueba para que mediante un software geométrico el estudiante pudiera justificar algunas propiedades de la congruencia o semejanza de

triángulos (HE11). De igual manera, solo una de las docentes ajustó las habilidades sobre la construcción de homotecias (HE4, HE5) para ser evaluadas en la prueba, lo que reflejó un adecuado conocimiento por parte de la docente de este estudio con respecto a la adaptación de las habilidades a los instrumentos de evaluación y al seguimiento de los lineamientos ministeriales para el diseño de la prueba escrita.

Con respecto al tipo de ítems, una de las pruebas incluye solamente ítems de identificación y respuesta corta; a pesar de que se sugiera en los lineamientos ministeriales incluir tanto ítems objetivos como de desarrollo. Esta limitación en la prueba se debe a que la profesora que la diseñó no tenía claridad en cuanto al formato y redacción que debían considerarse para estos tipos de ítems: las tareas propuestas contaban con una demanda cognitiva superior que podía ser evaluada por medio de ítems de desarrollo como es el caso de la respuesta restringida o la resolución de problemas.

Por su parte, la otra prueba contenía ítems más variados y ajustados a los requerimientos ministeriales, en ella se identificaron ítems de selección única, respuesta corta, identificación y resolución de problemas. Sin embargo, dos ítems de tipología diferente evaluaron la misma habilidad, esto provocó que la resolución para la misma demanda cognitiva se midiera con puntajes considerablemente diferentes. Las evidencias sugieren que este error en la prueba se debe a un descuido de la docente.

En cuanto a los niveles de complejidad de los ítems en las pruebas escritas, destaca el uso de tareas en las que se fomenta la aplicación de fórmulas o propiedades, en muchas ocasiones apelando a la memoria del estudiante, para encontrar la solución correspondiente. Las tareas no eran novedosas ni incentivan el análisis, la justificación y la argumentación por parte del estudiante para referirse a su razonamiento durante la resolución de la prueba. En este sentido, las pruebas escritas contienen una cantidad significativa de tareas de reproducción, muy pocas tareas de conexión (en un grado mínimo) y carecen de tareas de reflexión.

Asimismo, las tareas carecen de autenticidad y no contemplan cuestiones relevantes, en cuanto las situaciones usadas para enmarcar las tareas son meramente matemáticas o artificiales, este último aspecto se refiere a que se puede prescindir la situación de la tarea y esta puede resolverse sin ningún problema, pues su solución se reduce a procedimientos propios del mundo matemático. Bajo estas circunstancias, los estudiantes no pueden relacionar los contenidos

geométricos, y las habilidades ligadas a estos, con su realidad. Por tanto, los ítems analizados en las pruebas escritas no dan lugar a la contextualización activa.

En su mayoría los ítems presentan un formato adecuado y la redacción de su enunciado es clara y precisa. Algunos ítems, por una deficiente redacción, abren la posibilidad a dos respuestas correctas. Igualmente, por un error en la tipología de ítem seleccionada, algunas tareas son valoradas con un puntaje inadecuado para la cantidad de procedimientos necesarios en su resolución.

De manera general, se puede asegurar que las pruebas escritas diseñadas por las docentes del estudio permiten la evaluación de una cantidad diversa de habilidades geométricas del nivel de octavo año; dichas habilidades son abordadas en clase mediante tareas muy similares a las utilizadas en los instrumentos de evaluación. Sin embargo, las pruebas se limitan a niveles básicos de acción cognitiva y carecen de autenticidad y relevancia.

OE 4. Relacionar el diseño de las pruebas escritas que el profesorado de matemáticas implementa, para la evaluación del desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año, con los argumentos y mecanismos manifestados para la planificación de estos instrumentos.

Primeramente, se logró identificar que las docentes participantes en el estudio demuestran un buen dominio de las definiciones y propiedades geométricas en la elaboración de las tareas de evaluación, además se detectó el uso de estas en sus actividades de mediación, las cuales están estrechamente relacionadas con las evaluaciones escritas.

Luego, el uso de representaciones ha estado presente desde las pruebas elaboradas en el año 2019 hasta su conocimiento actual. Esto se evidencia en cuanto las docentes tienen una noción correcta del uso de representaciones gráficas en geometría; sin embargo, evidencian una deficiencia en el uso de representaciones simbólicas, y no abusan de estos recursos al diseñar las tareas de evaluación.

Aunado, ambas docentes demostraron un conocimiento claro sobre diversos procedimientos que pueden ser aplicados para evaluar habilidades geométricas, lo anterior se evidencia en que ningún ítem analizado requiere una única estrategia de resolución. En la actualidad, ellas se mantienen anuentes a enseñar diversos métodos para abordar tareas orientadas al fomento de habilidades geométricas.

Respecto a la contextualización activa, se evidencia la falta de situaciones auténticas con cuestiones relevantes para enmarcar las tareas de evaluación. Sin embargo, las docentes manifiestan conocimientos sobre las diversas situaciones que pueden utilizar para enseñar y evaluar geometría. En este sentido, las tareas incluidas en las pruebas se resuelven sin alejarse de la abstracción del mundo matemático, lo que restringe al estudiante para que use su conocimiento geométrico desde otras perspectivas enriquecedoras. Esto no implica que las docentes carezcan de un adecuado conocimiento geométrico, por el contrario, el saber que no todo conocimiento matemático se puede relacionar con el entorno evidencia conocimiento sobre la fenomenología de los conceptos geométricos.

Referente a los tipos de ítems, se puede afirmar que las docentes del estudio mejoraron su conocimiento sobre las características y diferencias que presentan cada ítem propuesto en el documento *La prueba escrita*. Lo que contribuye a que los nuevos instrumentos de evaluación que diseñen cuenten con mayor diversidad de ítems para evaluar los conceptos geométricos y las habilidades ligadas a estos.

En cuanto a la intervención de los procesos matemáticos en los ítems de las pruebas, las docentes deben mejorar su conocimiento sobre la manera en la que determinan la complejidad de una tarea de evaluación. Relativamente identifican tareas de reproducción y conexión, las cuales utilizan en el diseño de sus pruebas. No obstante, no pueden caracterizar ni emplear tareas de reflexión en su mediación, y por ende, tampoco en la evaluación.

Finalmente, se puede afirmar que las docentes tienen la intención de evaluar, mediante sus pruebas escritas, el desarrollo de las habilidades geométricas correspondientes a octavo año de la EGB. Los instrumentos de evaluación que diseñan permiten la evaluación de dichas habilidades geométricas en niveles básicos. Sin embargo, es necesario realizar mejoras en el instrumento como la incorporación de situaciones auténticas y con cuestión relevante, proponer ítems que movilicen los procesos matemáticos en un nivel superior, aumentar la cantidad de ítems de desarrollo, y cuidar la redacción de los enunciados.

5.2. RECOMENDACIONES

A continuación, se presentan algunas recomendaciones que se pusieron de manifiesto durante el análisis de información. Se indican según la instancia o al conjunto de personas a las que van dirigidas.

Los docentes de matemáticas

- Realizar una prueba que contemple tipos de ítems variados para que el estudiante no se acostumbre a la misma estructura.
- Incorporar ítems de respuesta restringida para que el estudiante emplee diversas estrategias para justificar la respuesta dada.
- Considerar diversas situaciones que no solo sean matemáticas, con el propósito de que el estudiante comprenda la utilidad de lo que está aprendiendo.
- Sería provechoso incorporar una sección en el examen en donde se deba utilizar un software para que el estudiante fundamente las propiedades de congruencia y semejanza de triángulos.
- Estimular en las clases un nivel de complejidad mayor para las tareas, de modo que los estudiantes sean capaces de desarrollar un grado superior en cuanto acción cognitiva respecta.

Ministerio de Educación Pública

- Implementar capacitaciones que aborden la confección de ítems orientados a evaluar habilidades, especialmente las habilidades geométricas.
- Implementar capacitaciones que permitan a los docentes diseñar adecuadamente tareas de evaluación contemplando la diversidad de tipos de ítems.
- Implementar capacitaciones que orienten a los docentes a diseñar tareas de evaluación dentro de una situación auténtica.
- Analizar si los instrumentos de evaluación vigentes, tanto las pruebas estandarizadas como la evaluación de aula, son congruentes con la propuesta de los programas de estudio de matemáticas.

Escuela de Matemática y División de Educología de la Universidad Nacional

- Capacitar a los docentes en formación inicial sobre el diseño de pruebas escritas que evalúen el desarrollo de habilidades, especialmente las habilidades geométricas.

- Verificar el contenido de los cursos *DEY 404 Curriculum y planeamiento didáctico para el aprendizaje de las matemáticas* y *DEY 405 Evaluación de los aprendizajes para la enseñanza de las matemáticas*, de tal modo que respondan a la visión funcional del aprendizaje matemático que sustenta el currículo de matemáticas en Costa Rica.

5.3. LIMITACIONES DEL ESTUDIO

La investigación presenta dos limitaciones:

1. De no ser por la situación sanitaria provocada por la pandemia de la Covid-19, que limitó la aplicación de pruebas escritas por un periodo considerable, el análisis de la información se hubiese enriquecido con la consideración de mayor cantidad de pruebas, las cuales también serían más recientes.
2. Además de la entrevista a las docentes y a la persona asesora, la información suministrada por entrevistas aplicadas al estudiantado que resolvió las pruebas hubiese brindado información relevante sobre el diseño de las tareas de evaluación analizadas.

Ambas limitaciones quedaron fuera del control de la investigación.

5.4. LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

A la luz de los resultados, los hallazgos derivados de estos y la revisión de las áreas que se estiman más apropiadas para la investigación continua sobre el diseño de ítems orientados a la evaluación de habilidades matemáticas, se sugieren las siguientes líneas futuras de investigación:

1. Replicar la investigación utilizando como referencia el desarrollo y la evaluación de otras habilidades matemáticas, como las algebraicas o estadísticas, y que en la metodología se considere como técnica para recolectar información las entrevistas al estudiantado que resuelve los instrumentos de evaluación.
2. Estudios orientados a determinar el conocimiento del profesorado de matemáticas en formación inicial sobre el diseño de instrumentos de evaluación que evalúen el desarrollo de habilidades matemáticas.

3. Estudios orientados a evaluar la calidad de los ítems que se incluyen en las pruebas estandarizadas usadas como referencia para evaluar el sistema educativo costarricense.

Referencias

- Aguilar, S., & Barroso, J. (2015). La triangulación de datos como estrategia en investigación educativa. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*, (47), 73-88. <https://idus.us.es/handle/11441/45289>
- Arias, J., & Covinos, M. (2021). *Diseño y metodología de la investigación*. Enfoques Consulting EIRL. <http://hdl.handle.net/20.500.12390/2260>
- Ahumada, P. (2005). La evaluación auténtica: un sistema para la obtención de evidencias y vivencias de los aprendizajes. *Perspectiva educacional, Formación de profesores*, (45), 11-24. <https://www.redalyc.org/pdf/3333/333329100002.pdf>
- Barrantes, M., & Balletbo, I. (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 8(1), 25-42. <http://revistacientifica.uaa.edu.py/index.php/riics/article/view/12>
- Barrantes M., Balletbo, I., & Fernández M. (2013). Enseñar Geometría en Secundaria. *Revista de Ciencias de la Educación ACADEMICUS*, 1(3), 26-33. http://www.ice.uabjo.mx/media/15/2017/04/Art3_3.pdf
- Bell, A., Burkhardt, H. & Swan, M. (1992). Balanced assessment of mathematical performance. En R. Lesh y S. Lamon (Eds.), *Assessment of authentic performance in school mathematics* (pp. 119-144). Washington: American Association for the Advancement of Science. Ruiz, A. (2018). Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que Enfatiza Capacidades Superiores. Comité Interamericano de Educación Matemática.
- Bressan, A. M., Bogisic, B., & Crego, K. (2010). *Razones para enseñar geometría en la educación básica. Mirar, construir, decir y pensar*. Ediciones Novedades Educativas.
- Cáceres, M., Gómez, L., & Zuñiga, M. (2018). El papel del docente en la evaluación del aprendizaje. *Revista Conrado*, 14(63), 196-207. <http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v14n63/1990-8644-rc-14-63-196.pdf>
- Caraballo, R., Rico, L. & Lupiáñez, J. (2011). Análisis de los ítems de las evaluaciones autonómicas de diagnóstico en España 2008-2009. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática, Unión*, (26), 27-40. <http://funes.uniandes.edu.co/2020/>
- Caraballo, R. (2014). *Diseño de pruebas para la evaluación diagnóstica en matemáticas: Una experiencia con profesores* [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. DIGIBUG. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/35214>
- Cárdenas, J., Blanco, L & Cáceres, M. (2016). La evaluación de las matemáticas: análisis de las pruebas escritas propuestas en la secundaria. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 48, 59-78. https://www.researchgate.net/publication/312070468_La_Evaluacion_de_las_Matematicas_Analisis_de_las_pruebas_escritas_propuestas_en_la_secundaria
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D. & Muñoz-Catalán, C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>.

- Carrillo, J., Escudero, D., & Flores, E. (2014). El uso del MTSK en la formación inicial de profesores de matemáticas de primaria. *Revista de Análisis Matemático-Didáctico para profesores*, 1, 16-26. https://www.researchgate.net/profile/Eric-Flores-Medrano/publication/263086221_El_uso_de_MTSK_en_la_formacion_inicial_de_profesores_de_matematicas_de_primaria/links/0046353bbc4ad597b9000000/El-uso-de-MTSK-en-la-formacion-inicial-de-profesores-de-matematicas-de-primaria.pdf
- Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 1-6. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9234-7>
- Díaz, E. (2021). *Las prácticas evaluativas del profesor de matemática de séptimo año con base en los programas de estudio del MEP, un estudio en tres liceos del Valle Central*. [Tesis de Maestría, Universidad de Costa Rica]. Repositorio Institucional de la Universidad de Costa Rica. <http://repositorio.ucr.ac.cr/handle/10669/83705>
- Duarte, A. (2013). *Evaluación de los aprendizajes en matemática: una propuesta desde la educación matemática crítica*. [Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Experimental Libertador] Repositorio digital de documentos en educación matemática de la Universidad de los Andes. <http://funes.uniandes.edu.co/8411/1/Duarte2013Evaluacion.pdf>
- Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A., & Niemand, C. (2018). What Kind of Content Knowledge do Secondary Mathematics Teachers Need? *Journal für Mathematik-Didaktik*, 39(2), 319-341. <https://link.springer.com/article/10.1007/s13138-018-0127-2>
- Escudero, D. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria*. [Tesis de Doctorado, Universidad de Huelva]. Repositorio Institucional de la Universidad de Huelva. <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/11456>
- Fàbregues, S., Meneses, J., Rodríguez, D., & Paré, M. (2016). *Técnicas de investigación social y educativa*. Editorial UOC. <http://openaccess.uoc.edu/webapps/o2/bitstream/10609/55041/1/Sergi%20F%20Aobregues%20Julio%20Meneses%20David%20Rodr%20C%20Dguez-G%20B3mez%20Marie-H%20A9I%20A8ne%20Par%20A9-T%20A9cnicas%20de%20investigaci%20B3n%20social%20y%20educativa-Editorial%20UOC%20%282016%29.pdf>
- Flores, J. (2017). La importancia de la evaluación para la mejora de la educación y así obtener calidad educativa. *Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo*. <https://www.eumed.net/rev/atlante/2017/09/evaluacion-mejora-educacion.zip>
- Gamboa, R., & Ballester, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista electrónica Educare*, 14(2), 125-142. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5414933>
- García, P., & Blanco, R. (2017). Creencias de los docentes de matemática de secundaria de la provincia de Cartago sobre la evaluación en matemática. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 17(1), 1-23. <https://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/2735/2500>

- Gil, J., León, J., & Morales, M. (2017). Los paradigmas de investigación educativa, desde una perspectiva crítica. *Revista Conrado*, 13(58), 72-74. <https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/476>
- Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. Unión, (20), 13-31. <http://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/3098/Categor%C3%ADAS%20de%20An%C3%A1lisis%20de%20los%20conocimientos%20del%20Profesor%20de%20Matem%C3%A1ticas.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Guzmán, P. (2021). *Creencias docentes y Evaluación en Matemática* [Tesis de licenciatura], Universidad de Cuenca. <http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/35621/4/Trabajo%20de%20titulaci%C3%B3n.pdf>
- Jiménez, V., & Comet, C. (2016). Los estudios de casos como enfoque metodológico. *Revista de Investigación en Ciencias Sociales y Humanidades* 3(2), 1-11. <https://revistacientifica.uamericana.edu.py/index.php/academo/article/view/54/52>
- Liñán, M. (2017). *Conocimiento Especializado en Geometría en un aula de 5° de Primaria*. [Tesis de Doctorado], Universidad de Huelva. Repositorio Institucional de la Universidad de Huelva. <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/14230>
- Loría, R. (2020). *Diseño de tareas para la evaluación de la competencia matemática escolar una experiencia con profesores de Costa Rica*. [Tesis de Doctorado], Universidad de Granada. DIGIBUG. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/68159>
- Lovis, K., Lunkes, M., Tochetto, E. A., & Soliani, V. (2018). Um estudo comparativo sobre as habilidades geométricas de um grupo de alunos da educação básica - A comparative study on geometric abilities of a group of school children. *Educação Matemática Pesquisa*, 20(1), 110-127. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i1p110-127>
- Lupiáñez, J. (2009). *Expectativas de Aprendizaje y Planificación curricular en un Programa de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria* [Tesis doctoral], Universidad de Granada. Repositorio digital de documentos en educación matemática, Universidad de los Andes. <http://funes.uniandes.edu.co/798/>
- Marín, A. (2009). *Informe-memoria sobre el contenido y las expectativas de la sección del análisis didáctico dedicada al análisis de instrucción en la materia Didáctica de la Matemática de la Licenciatura de Matemáticas*. (Documento no publicado). Universidad de Granada.
- Marín, A. (2013). El análisis de instrucción: Instrumento para la formación inicial de profesores de secundaria. En L. Rico, J.L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática* (pp. 103-120). Editorial Comares.
- McDonald, R., Bound, D., Francis, J. & Gonczi, A. (2000). Nuevas perspectivas sobre evaluación. Sección para la Educación Técnica y Profesional. *UNESCO*. (149), 41-72. <http://148.202.167.116:8080/jspui/bitstream/123456789/568/1/Nuevas%20perspectivas%20sobre%20la%20evaluaci%C3%B3n.pdf>
- Meza, L., & Agüero, E. (2014). Evaluación de los aprendizajes en la educación media: características técnicas de las pruebas escritas en matemáticas. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*, 14(2), 1-12. <https://doi.org/10.18845/rdmei.v14i2.1665>

- Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programa de Estudios de Matemática I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada*. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- Ministerio de Educación Pública. (2019a). *Planeamiento Didáctico Matemática Secundaria (Abril)*. Caja de herramientas docente, Apoyos para el planeamiento, Plantilla de planeamiento (Secundaria, Octavo, Matemática, Abril). <https://cajadeherramientas.mep.go.cr/app/>
- Ministerio de Educación Pública. (2019b). *Planeamiento Didáctico Matemática Secundaria (Mayo)*. <https://cajadeherramientas.mep.go.cr/app/>
- Ministerio de Educación Pública (2019c). Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes (N°40862-MEP). Sistema Costarricense de Información Jurídica. http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?aram1=NRTC&nValor1=1&nValor2=85815&nValor3=111107&strTipM=TC
- Ministerio de Educación Pública. (2021). *Orientaciones de mediación pedagógica para la educación combinada*. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/page/adjuntos/orientaciones-mediacion-pedagogica-educacion-combinada.pdf>
- Moreno, I., & Ortiz, J. (2008). Docentes de Educación Básica y sus concepciones acerca de la Evaluación en Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 1(1), 141-154. <https://revistas.uam.es/riee/article/view/4687>
- Moreno, A. & Ramírez, R. (2016). Variables y funciones de las tareas matemáticas. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria*, (pp. 243-258). Pirámide. https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/64701/2016_Variables_ELEMENTOS.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. (Primera Edición en Castellano). Sevilla: National Council of Teachers of Mathematics/SAEM
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *De los principios de la acción. Resumen ejecutivo*. [https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Principles_to_Actions/Principles%20to%20Actions%20Executive%20Summary%20\(Spanish\).pdf](https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Principles_to_Actions/Principles%20to%20Actions%20Executive%20Summary%20(Spanish).pdf)
- Ñaupas, H., Mejía, E., Novoa, E., & Villagomez, A. (2014). *Metodología de la investigación cuantitativa-cualitativa y redacción de la tesis*. Ediciones de la U. <https://corladancash.com/wp-content/uploads/2019/03/Metodologia-de-la-investigacion-Naupas-Humberto.pdf>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2005). *Informe de PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. <https://www.oecd.org/pisa/39732493.pdf>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2010). *PISA 2012 Mathematics framework*. <https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46961598.pdf>

- Prégent, R., Bernard, H., & Kozanitis, A. (2009). *Enseigner à l'université dans une approche-programme: guide à l'intention des nouveaux professeurs et chargés de cours*. Presses inter Polytechnique.
- Prieto, M. (2008). Creencias de los profesores sobre evaluación y efectos incidentales. *Revista de pedagogía*, 29(84), 123-144. <http://ve.scielo.org/pdf/p/v29n84/art05.pdf>
- Rodríguez, J. (2003). Paradigmas, Enfoques y Métodos en la Investigación Educativa. *Investigación Educativa*, 7(12), 23-40. <https://revistasinvestigacion.unmsm.edu.pe/index.php/educa/article/view/8177>
- Rojas, N., Carrillo, J., & Flores, P. (2012). Características para identificar a profesores de matemáticas expertos. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 479-485). Jaén. España.
- Ruiz, Á., & Barrantes, H. (2014). *Desafíos para la formación inicial de docentes ante los programas oficiales de matemática del MEP*. http://repositorio.conare.ac.cr/bitstream/handle/20.500.12337/760/845.%20Desaf%C3%ADos%20para%20la%20formaci%C3%B3n%20inicial%20de%20docentes%20ante%20los%20programas%20oficiales%20de%20matem%C3%A1ticas%20del%20MEP_V%20Informe%20Estado%20de%20la%20Educaci%C3%B3n_Libro%20completo.pdf?sequence=1
- Ruiz, A. (2017). Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que enfatiza capacidades superiores. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, número especial, 57-138. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/31916/31622>
- Ruiz, A. (2018). *Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que Enfatiza Capacidades Superiores*. Comité Interamericano de Educación Matemática. <https://www.angelruizz.com/wp-content/uploads/2019/02/Angel-Ruiz-Evaluacion-y-pruebas-2018.pdf>
- Sardón, D. (2014). *Estrategias metodológicas para desarrollar habilidades geométricas en los estudiantes de IV ciclo de la IEP N°70390 de PATAPATA*. [Tesis para optar por segunda especialidad en currículo regional e interculturalidad, Universidad Nacional del Altiplano]. Repositorio Institucional. <http://repositorio.unap.edu.pe/handle/UNAP/202>
- Sullivan, P., Clarke, B. & Clarke, D. (2009). Converting mathematics tasks to learning opportunities: An important aspect of knowledge for mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal*. 21(1), 85-105. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ883865.pdf>
- Tonda, P., & Medina, A. (2013). La formación del profesorado en la competencia evaluadora: Un camino hacia la calidad educativa. *Enseñanza & Teaching*, 31(2), 167-188. <https://revistas.usal.es/index.php/0212-5374/article/view/11632>
- Torres, R., Barrantes, J., Gutiérrez, X., Leitón, O., Marchena, J., Mora, I., & Solís, J. (2011). *La prueba escrita*. MEP. <https://www.mep.go.cr/educatico/la-prueba-escrita>
- Vallejo, M., & Molina, J. (2014). La evaluación auténtica de los procesos educativos. *Revista Iberoamericana de educación*, (64), 11-25. <https://rieoei.org/historico/documentos/rie64a01.pdf>

Zakaryan, D., & Sosa, L. (2021) Conocimiento del profesor de secundaria de la práctica matemática en clases de geometría. *Educación Matemática*, 33(1), 71-97.
DOI:[10.24844/EM3301.03](https://doi.org/10.24844/EM3301.03)

Anexos

Anexo 1.

Conocimientos y habilidades geométricas específicas de octavo año de la Educación General Básica que permiten el desarrollo de las habilidades geométricas generales del III Ciclo de la Educación General Básica.

Conocimientos	Habilidades Específicas	Habilidades Generales		
		HG2	HG3	HG5
Transformaciones en el plano: <ul style="list-style-type: none"> ● Homotecias ● Puntos homólogos ● Segmentos homólogos 	I. Trazar en un plano cartesiano la figura que se obtiene al someter un polígono dado a una homotecia.	X		
	II. Reconocer puntos, ángulos y lados homólogos de un polígono y el polígono que resulta al aplicar una homotecia.	X	X	
	III. Reconocer pares de figuras homotéticas en el plano de coordenadas.	X	X	
	IV. Construir una figura semejante a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón menor o mayor que 1.	X		
	V. Construir una figura congruente a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón igual a 1.	X		
Triángulos <ul style="list-style-type: none"> ● Semejanza ● Congruencias ● Teorema de Thales 	VI. Identificar figuras semejantes en diferentes contextos.	X		
	VII. Identificar figuras congruentes en diferentes contextos.	X		
	VIII. Aplicar los criterios de semejanza: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo ángulo ángulo para determinar y probar la semejanza de triángulos.	X		

Conocimientos	Habilidades Específicas	Habilidades Generales		
		HG2	HG3	HG5
	IX. Aplicar los criterios de congruencia: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo lado ángulo, para determinar y probar la congruencia de triángulos.	X		
	X. Resolver problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos.	X		
	XI. Utilizar software de geometría dinámica para visualizar propiedades relacionadas con la congruencia y semejanza de triángulos.	X		
	XII. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de problemas en diversos contextos.			
	XIII. Identificar la base, las caras laterales, la altura, las apotemas y el ápice o cúspide de una pirámide.			X
Visualización espacial:	XIV. Identificar las caras laterales, las bases y la altura de un prisma recto.			X
<ul style="list-style-type: none"> ● Pirámide recta ● Caras laterales ● Base ● Apotemas ● Ápice (cúspide) ● Altura ● Sección plana ● Prisma recto 	XV. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular.			X
	XVI. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular.			X

Fuente: elaboración propia a partir de la información presente en MEP, 2012, pp. 308-31

Nota : La simbología HG 2-3-5 significa “Habilidad General 2-3-5”

Anexo 2.

Indicadores de Evaluación para cada habilidad geométrica específica.

Habilidad específica	Indicador de evaluación
HE 1. Trazar en un plano cartesiano la figura que se obtiene al someter un polígono dado a una homotecia.	I 1. Detalla patrones al realizar homotecias en el plano cartesiano.
HE 2. Reconocer puntos, ángulos y lados homólogos de un polígono y el polígono que resulta al aplicar una homotecia.	I 2. Reconoce elementos de figuras que han sido sometidas a transformaciones en el plano.
HE 3. Reconocer pares de figuras homotéticas en el plano de coordenadas.	I 3. Reconoce figuras homotéticas en el plano de coordenadas.
HE 4. Construir una figura semejante a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón menor o mayor que 1.	I 4. Plantea nuevas figuras geométricas a partir de una figura dada que ha sido sometida a transformaciones en el plano.
HE 5. Construir una figura congruente a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón igual a 1.	
HE. 6. Identificar figuras semejantes en diferentes contextos.	I 5. Identifica patrones sencillos entre figuras geométricas representadas en el plano.
HE. 7. Identificar figuras congruentes en diferentes contextos.	
HE.8. Aplicar los criterios de semejanza: lado- lado- lado, lado- ángulo -lado y ángulo-ángulo-ángulo para determinar y probar la semejanza de triángulos.	
HE 9. Aplicar los criterios de congruencia: lado- lado- lado, lado -ángulo- lado y ángulo- lado-	I.6.Plantea relaciones entre triángulos a partir de sus elementos.

Habilidad específica	Indicador de evaluación
ángulo, para determinar y probar la congruencia de triángulos.	
HE 10. Resolver problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos.	<p>I 7. Identifica aspectos básicos que forman parte de un problema relacionado con la semejanza o congruencia de triángulos.</p> <p>I.8. Establece los pasos necesarios para la solución de un problema relacionado con la semejanza o congruencia de triángulos.</p> <p>I.9. Compara diversas formas de solucionar un mismo problema relacionado con la semejanza o congruencia de triángulos.</p>
HE. 11. Utilizar software de geometría dinámica para visualizar propiedades relacionadas con la congruencia y semejanza de triángulos.	<p>I 10. Identifica fuentes de información en distintos medios digitales para la visualización de las propiedades relacionadas con congruencia y semejanza de triángulos.</p> <p>I 11. Utiliza los recursos tecnológicos digitales en la visualización de propiedades en congruencia y semejanza de triángulos.</p> <p>I 12. Describe implicaciones económicas, socioculturales y éticas con el uso de las tecnologías digitales en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.</p>
HE 12. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de problemas en diversos contextos.	<p>I 13. Identifica aspectos básicos que forman parte de un problema relacionado con el teorema de Thales.</p> <p>I 14. Establece los pasos necesarios para la solución de un problema relacionado con el teorema de Thales.</p> <p>I 15. Compara diversas formas de solucionar un mismo problema relacionado con el teorema de Thales.</p>
HE. 13. Identificar la base, las caras laterales, la altura, las apotemas y el ápice o cúspide de una pirámide.	I 16. Identifica los elementos básicos de una pirámide en diferentes contextos.

Habilidad específica	Indicador de evaluación
HE. 14. Identificar las caras laterales, las bases y la altura de un prisma recto.	I 17. Identifica los elementos básicos de un prisma recto en diferentes contextos.
HE. 15. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular.	I 18. Detalla las figuras que se obtienen mediante secciones planas en una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular, representada en forma concreta.
HE. 16. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular.	I 19. Detalla las figuras que se obtienen mediante secciones planas en un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular, representado en forma concreta

Fuente: elaboración propia a partir del documento MEP, 2019a y MEP, 2019b

Anexo 3.

Tabla que certifica la validez de la prueba

El siguiente anexo consiste en la tabla que certifica la validez de la prueba y la explicación detallada de la información que debe incluir.

Habilidades específicas	Número de lecciones	Puntos	Tipo de ítem seleccionado						
Total									

Fuente: elaboración propia a partir de la información presente en el documento de Torres et al., 2011, p.8.

El contenido de esa tabla dependerá del nivel académico y el área en la que se traba en matemáticas, esto porque en la primera columna el docente deberá colocar las habilidades específicas que se abordaron a lo largo del trimestre (las que se desean evaluar en el examen), con su respectivo número de lecciones que se utilizaron para poder abordar por completo dicha habilidad. Posterior a esto, se procede a llenar la columna referente a los puntos, los cuales mediante un procedimiento permite brindarles un valor numérico a las habilidades. El procedimiento según Torres et al. (2011) consta de una serie de pasos que son:

- Paso 1. Es necesario conocer una aproximación al puntaje total que puede tener la prueba, lo cual se obtiene cuando se aumenta al menos 10 puntos más del valor porcentual establecido. Este valor es denominado *puntuación total preliminar de la prueba*.
- Paso 2. Se determina la cantidad total de lecciones impartidas. Luego se realiza una división del valor correspondiente a la *puntuación total preliminar de la prueba* entre el número del total de lecciones. El valor obtenido es considerado como *constante* y se limita a dos decimales.
- Paso 3. Una vez obtenida esta constante se multiplicará con el número de lecciones correspondiente a cada una de las habilidades específicas, por ejemplo, si son siete

habilidades hay que realizar el producto siete veces con el respectivo valor de las lecciones y así obtener siete valores correspondientes, el resultado obtenido se debe redondear al entero que más se acerque y es este número el que se coloca en la columna de los puntos (con su respectiva habilidad).

Paso 4. Recordemos que el paso uno nos brindaba una aproximación de la puntuación total del examen, por lo que ya se puede calcular la puntuación exacta, realizando la suma de todos los valores que se encuentran en la columna de los puntos. En ocasiones la aproximación puede coincidir, aumentar o disminuir, esto porque dicho puntaje depende de los resultados que se obtiene en cada paso.

Retomando el contenido que debe tener la tabla, en el apartado de tipo de ítem el docente selecciona el formato de ítem que permita la evaluación de la habilidad ya sea selección única (SU), respuesta corta (RC), correspondencia (C), identificación (ID), respuesta restringida (RR), resolución de problemas (RP), resolución de casos (RSC) y ensayo (E), estas abreviaturas correspondientes se colocan en las casillas que están debajo de tipos de ítem, los cuales se abordarán detalladamente en el apartado siguiente. Una vez seleccionado el o los tipos de ítems que se ajustan a la habilidad se le asigna el valor correspondiente (se distribuye el número que se indica en la comuna de puntos según el ítem). Para finalizar se coloca el total de cada columna.

Anexo 4.

Pautas para redactar los enunciados y opciones de los ítems objetivo según Torres et al. (2011).

Selección única:

- Cuando un ítem está redactado de tal forma que la respuesta que indique el estudiante complete la oración, ese espacio debe ubicarse al final del enunciado. Excepto que la habilidad establezca lo contrario.
- Los ítems que se proponen de esta manera deberían ser independientes, es decir que ningún ítem permita la respuesta de otro.
- El puntaje que se le asigna a cada uno de los ítems es de un punto.
- “En su redacción no se deben utilizar expresiones como: todas las anteriores, ninguna de las anteriores, porque induce a la eliminación de la misma” (Torres et al., 2011, p.18).
- Las respuestas no pueden aparecer en una página distinta a el enunciado del ítem.
- La redacción del enunciado debe propiciar que el estudiante obtenga la respuesta de una forma directa, sin la necesidad de realizar el procedimiento con cada una.

Respuesta corta:

- “Redactarlo de manera que la respuesta sea breve y definida” (p.19).
- En matemática en este tipo de ítems no se le puede solicitar al estudiante que realice el procedimiento que le permitió llegar a la respuesta. Además, es importante enfatizar las unidades de medida que el enunciado requiere.
- El enunciado puede presentar un texto, un gráfico, un esquema, una pregunta, una oración incompleta, un dibujo o imagen, entre otros.
- Un ítem debe estar redactado de tal forma que la respuesta que indique el estudiante complete la oración. Ese espacio debe ubicarse al final del enunciado. Excepto que la habilidad establezca lo contrario.
- “Para la redacción del enunciado se pueden utilizar palabras como: anote, escriba, cite, defina, indique, enumere, equilibre, elabore, resuelva. Además se debe indicar la cantidad de respuestas esperadas” (p.19).

Correspondencia o apareamiento:

- Indicarle al estudiante a qué corresponde cada columna que encuentra en su examen en las indicaciones.

- “Indicar en las instrucciones si cada respuesta se puede utilizar solo una, varias o ninguna vez, o si se da una combinación de las posibilidades anteriores” (p.20). Cabe destacar que, aunque se repitan opciones, cada enunciado sólo puede tener una única respuesta correcta.
- El contenido que se desea evaluar en las columnas debe pertenecer al mismo tema.
- En la columna de los enunciados se tiene que colocar cada uno con un paréntesis (de forma alineada vertical) para colocar la letra, número o símbolo que se utilizó en la columna de las respuestas.
- El puntaje máximo que se le asigna es de 10 puntos, donde cada acierto es un punto correcto.

Identificación:

- “El texto, dibujo, diagrama, fotografía, gráfico, esquema o croquis debe ser similar al utilizado durante el desarrollo de las actividades de mediación pedagógica” (p.22).
- En matemática se propone este apartado cuando la habilidad que se desea evaluar consiste en la identificación de partes o elementos a partir de una representación dada.
- Una recomendación es evitar que el estudiante deba identificar diez o más elementos de una misma representación. Esto porque podría confundir al estudiante.

Anexo 5.

Pautas para redactar los enunciados y opciones de los ítems de desarrollo según Torres et al. (2011).

Respuesta restringida:

- “Para la formulación del enunciado se pueden utilizar palabras como “explique”, “justifique”, “compare”, “redacte”, entre otras” (p.23).
- Dado que este tipo de ítems posee en el enunciado la respuesta esperada, es relevante indicar la asignación del puntaje a cada uno de ellos.

Resolución de ejercicios:

- “En el enunciado se deben incluir los datos necesarios para su solución” (p.24).
- “Consignar en cada ítem la puntuación total asignada” (p.24).

Resolución de problemas:

- “En el caso de los problemas deben formularse de manera que permita la aplicación de diferentes estrategias de solución por parte del estudiante” (p.24).

Resolución de casos:

- “El caso puede estar acompañado de un texto, una imagen, un dibujo, un gráfico u otra que el docente considere pertinente” (p.25).
- “Elaborar un instrumento, donde se presenten los criterios para su valoración, el cual debe incluirse en la prueba, para que el estudiante conozca cuáles son los aspectos que se le van a calificar” (p.25).

Ensayo:

- La redacción debe indicar que solo se va a evaluar una única habilidad específica y cuya respuesta del estudiante sea mediante un razonamiento con un alto nivel cognitivo.
- “Elaborar un instrumento, donde se presenten los criterios para su valoración, el cual debe incluirse en la prueba, para que el estudiante conozca cuáles son los aspectos que se le van a calificar” (p.25)

Anexo 6.

Consentimiento informado del cuestionario para el docente de matemática

Cuestionario N°: _____
Universidad Nacional
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales-Escuela de Matemática

Conocimiento del profesorado de matemáticas en servicio sobre el diseño de pruebas escritas que evalúan el desarrollo de habilidades geométricas de estudiantes de octavo año de la Educación General Básica en Costa Rica

PRESENTACIÓN Y PROPÓSITO DEL PROYECTO. Como parte de los requisitos para optar por el título de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional de Costa Rica, se lleva a cabo la elaboración de un proyecto titulado “*Conocimiento del profesorado de matemáticas sobre el diseño de pruebas escritas para evaluar el desarrollo de habilidades geométricas de estudiantes de octavo año de la Educación General Básica*”. Lo anterior se realiza con el fin de analizar el conocimiento que muestran docentes de matemáticas sobre el diseño de pruebas escritas para evaluar el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año en dos instituciones públicas de la Dirección Regional de Heredia.

¿QUÉ SE HARÁ? Si acepta participar en este estudio, se le solicitará completar un cuestionario según la modalidad en la que fue entregado, su duración es de aproximadamente 90 minutos. Además, de su participación se le solicitará que facilite las pruebas escritas de octavo año que evaluaron todas las habilidades de geometría en el 2019

RIESGOS. Su participación no presenta ningún tipo de riesgo, ya que toda la información que se obtenga es confidencial y no se le solicitará ningún tipo de información personal. Es importante resaltar que, si usted no se siente cómodo con alguna de las preguntas presentes en esta encuesta, puede no responderla y continuar con el resto.

BENEFICIOS. Debido a su participación en el estudio, no obtendrá ningún tipo de beneficio directo, sin embargo, los resultados que se obtengan al finalizar de la investigación servirán para ampliar el conocimiento en el área de la investigación, específicamente en conocimiento geométrico y evaluativo de los docentes de matemática.

VOLUNTARIEDAD. Su participación en este estudio es voluntaria. Si lo desea, puede interrumpir su participación en cualquier momento.

INFORMACIÓN. Si usted desea más información acerca del proyecto puede realizar sus consultas a los correos adjuntos, los cuales corresponden a los de los autores de la investigación:

Andrés Cerdas Barquero: andres.cerdas.barquero@est.una.ac.cr

Alejandra Ramírez Flores: alejandra.ramirez.flores@est.una.ac.cr

Anexo 7.

Cuestionario para el docente de matemática versión final

Universidad Nacional
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales-Escuela de Matemática
Cuestionario para los docentes

Estimado/a docente:

El presente cuestionario tiene como propósito recolectar información acerca de los argumentos y mecanismos que implementan las personas docentes en el diseño de las pruebas escritas en el nivel de octavo año. La información que se obtenga será confidencial y no se expondrán casos individuales. Se le agradece su colaboración.

Datos generales
1. Nombre completo del docente: _____
2. Colegio en el que se encuentra laborando: _____
3. Sexo:
a. <input type="checkbox"/> Femenino
b. <input type="checkbox"/> Masculino
4. Grado académico:
a. <input type="checkbox"/> Bachillerato
b. <input type="checkbox"/> Licenciatura
c. <input type="checkbox"/> Maestría
d. <input type="checkbox"/> Doctorado
5. Categoría de registro civil:
a. <input type="checkbox"/> MT1
b. <input type="checkbox"/> MT2
c. <input type="checkbox"/> MT3
d. <input type="checkbox"/> MT4
e. <input type="checkbox"/> MT5
f. <input type="checkbox"/> MT6
6. ¿Cuál(es) universidad(es) es usted egresado? _____
7. Años de experiencia en enseñanza de la matemática: _____
8. Años laborados para Ministerio de Educación Pública: _____
9. Posee propiedad:
a. <input type="checkbox"/> No
b. <input type="checkbox"/> Sí. Año en el que fue nombrado en la institución: _____

Parte A.

Instrucciones:

-Plantee al menos un ítem que evalué cada una de las habilidades específicas del programa de estudios de matemáticas correspondientes al nivel de octavo año. Desarrolle cada propuesta en el espacio solicitado.

-Puede utilizar el tipo de ítem que usted considere más conveniente.

-Categorice el tipo de ítem según el nivel de complejidad que le corresponda (reproducción, conexión o reflexión) del programa de estudios de matemáticas.

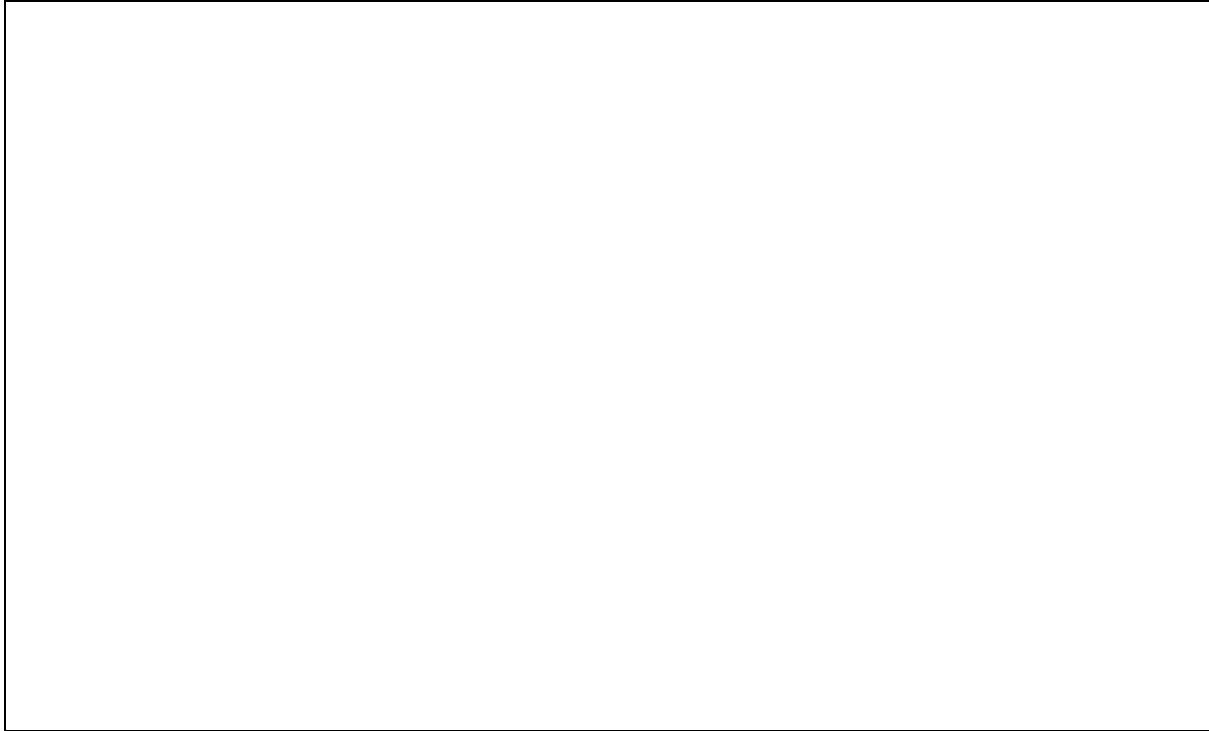
HE1. Trazar en un plano cartesiano la figura que se obtiene al someter un polígono dado a una homotecia.



HE2. Reconocer puntos, ángulos y lados homólogos de un polígono y el polígono que resulta al aplicar una homotecia.



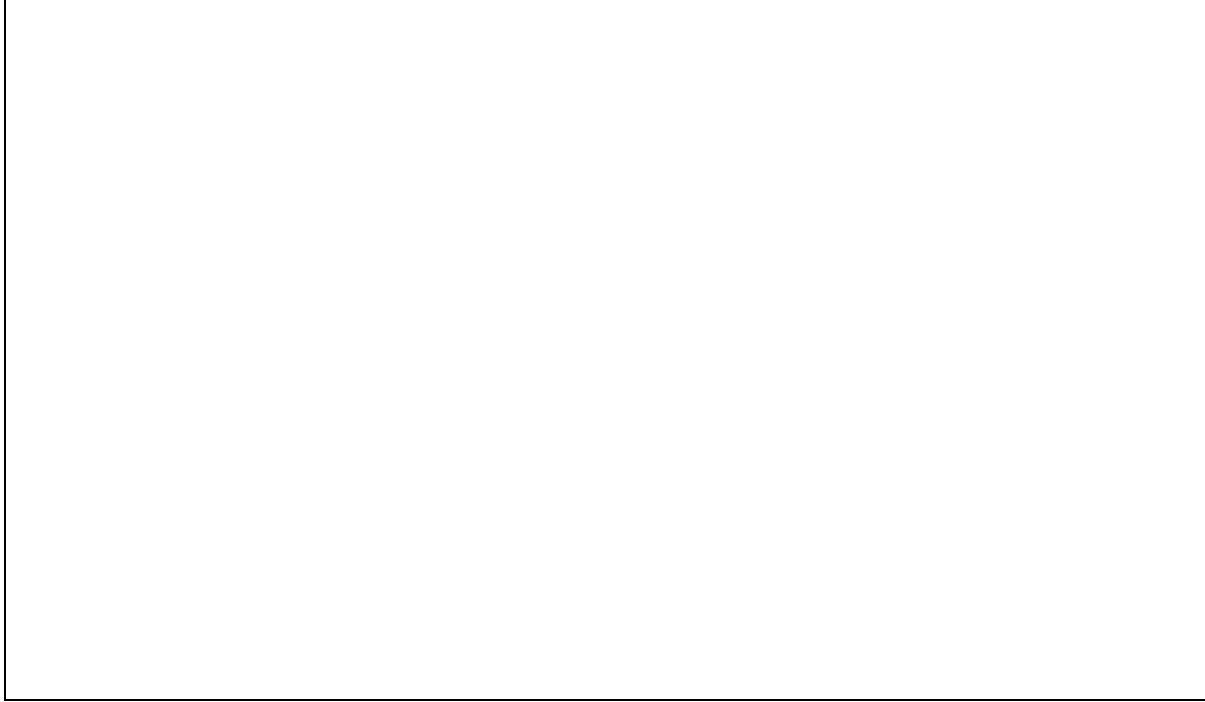
HE3. Reconocer pares de figuras homotéticas en el plano de coordenadas.



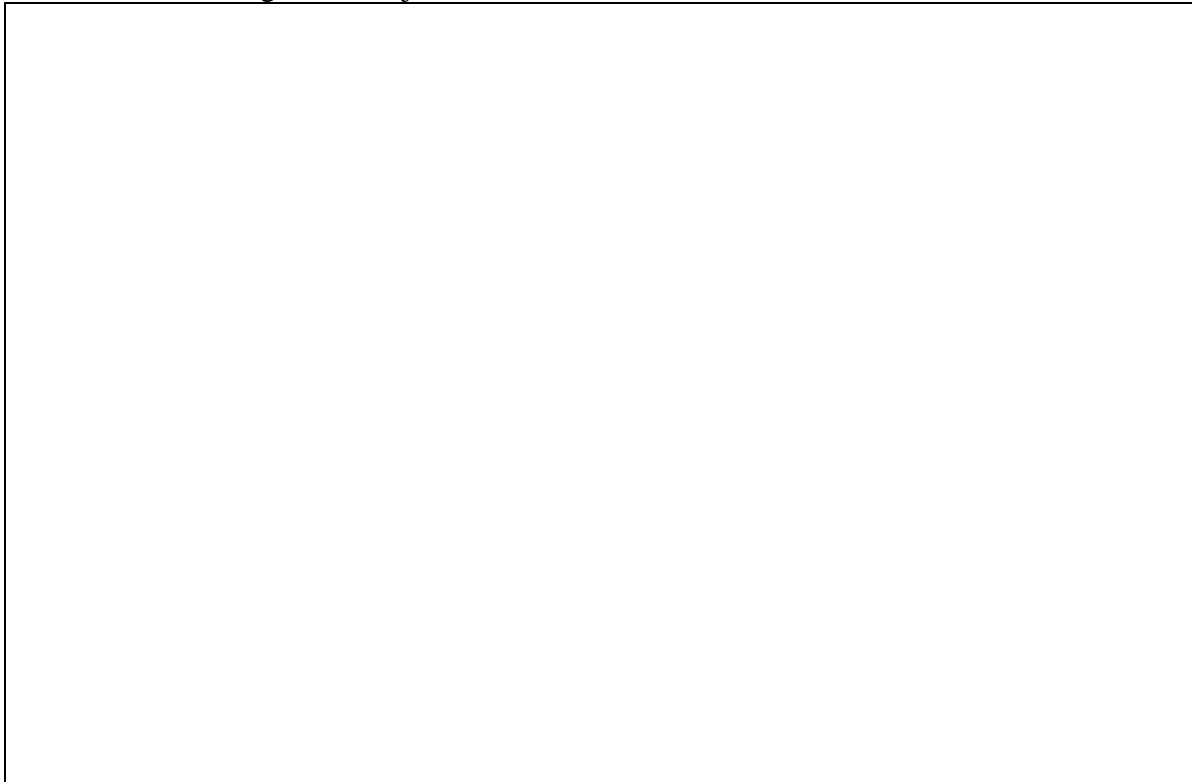
HE4. Construir una figura semejante a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón menor o mayor que 1.



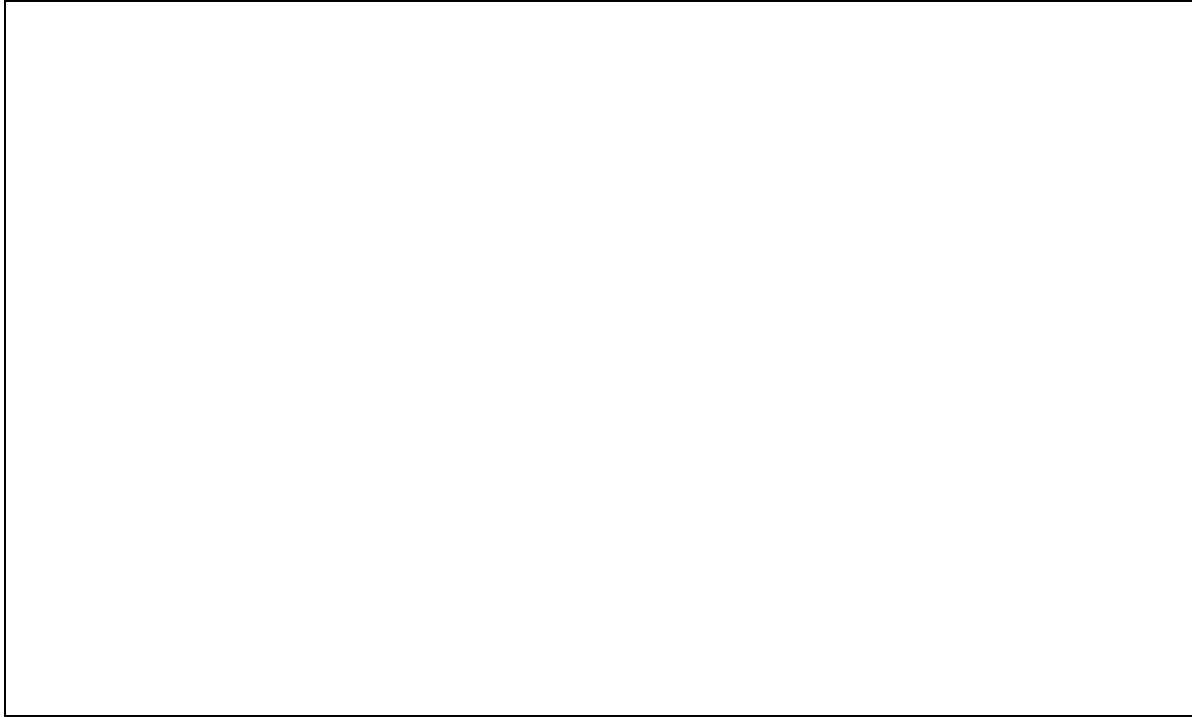
HE5. Construir una figura congruente a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón igual a 1.



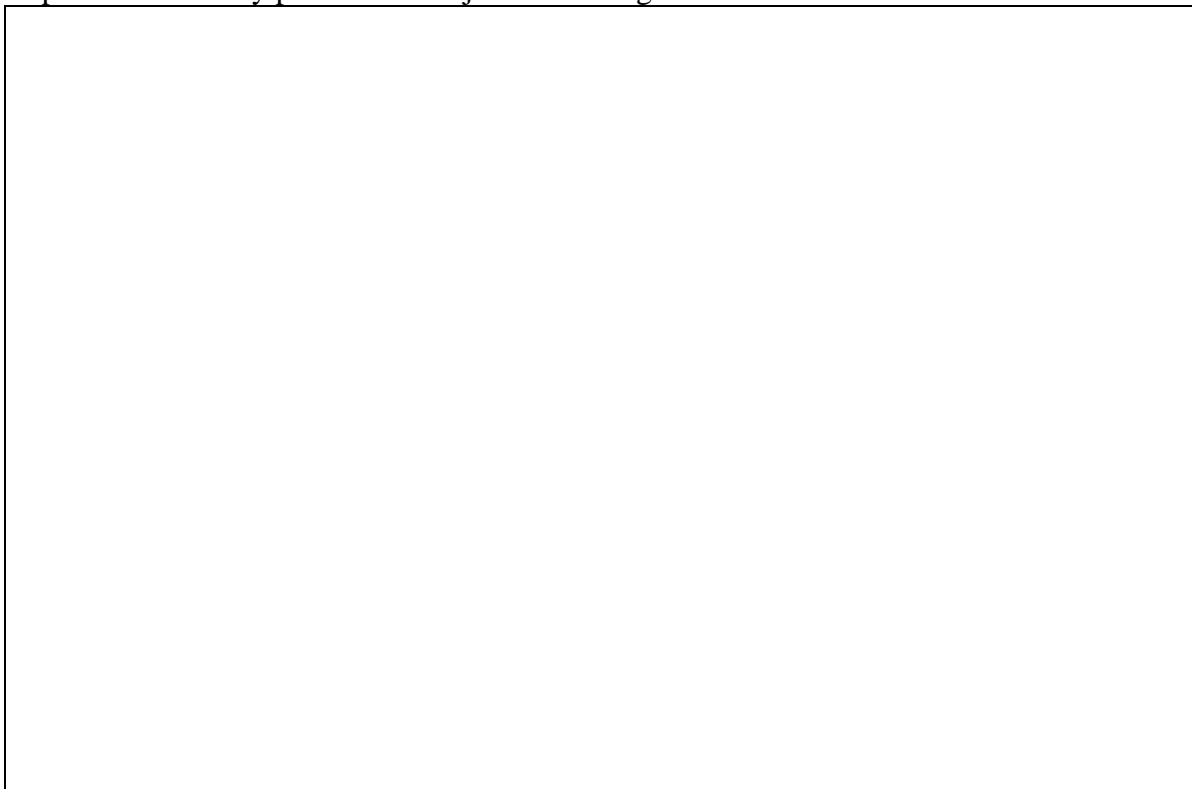
HE6. Identificar figuras semejantes en diferentes contextos.



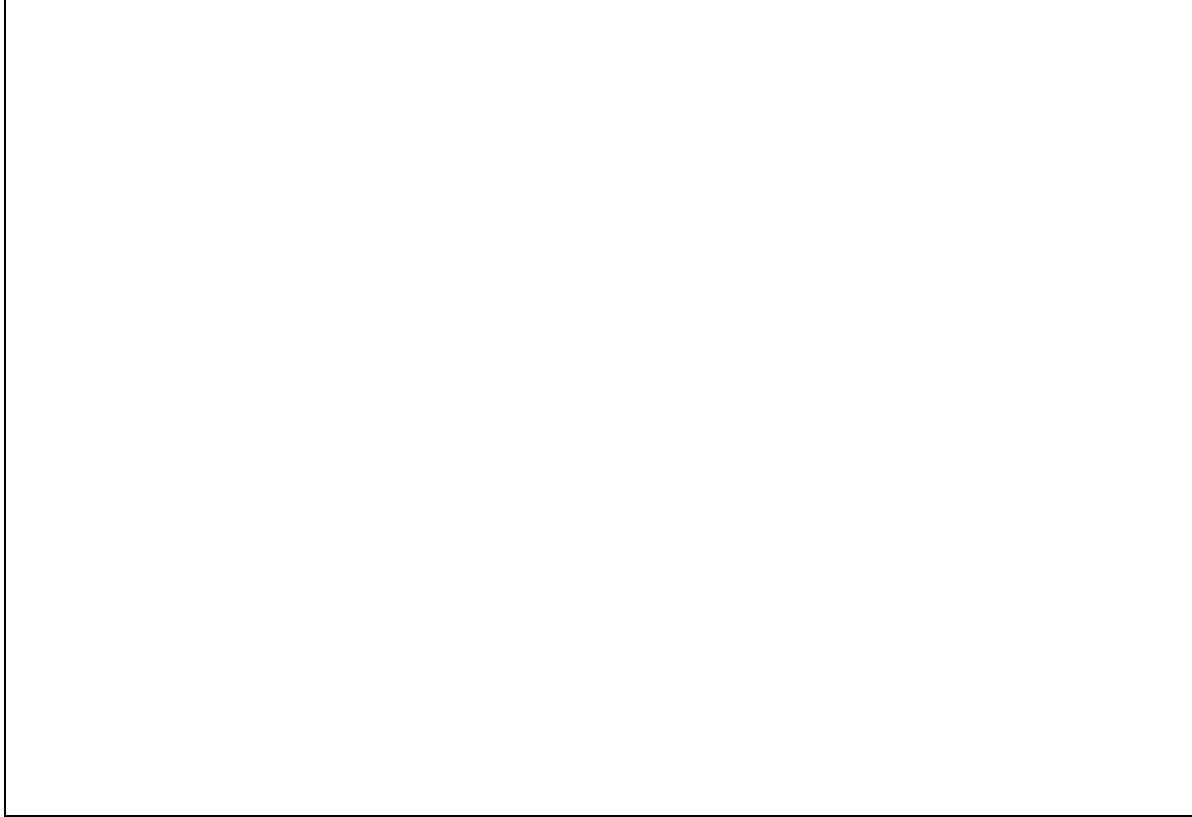
HE7. Identificar figuras congruentes en diferentes contextos.



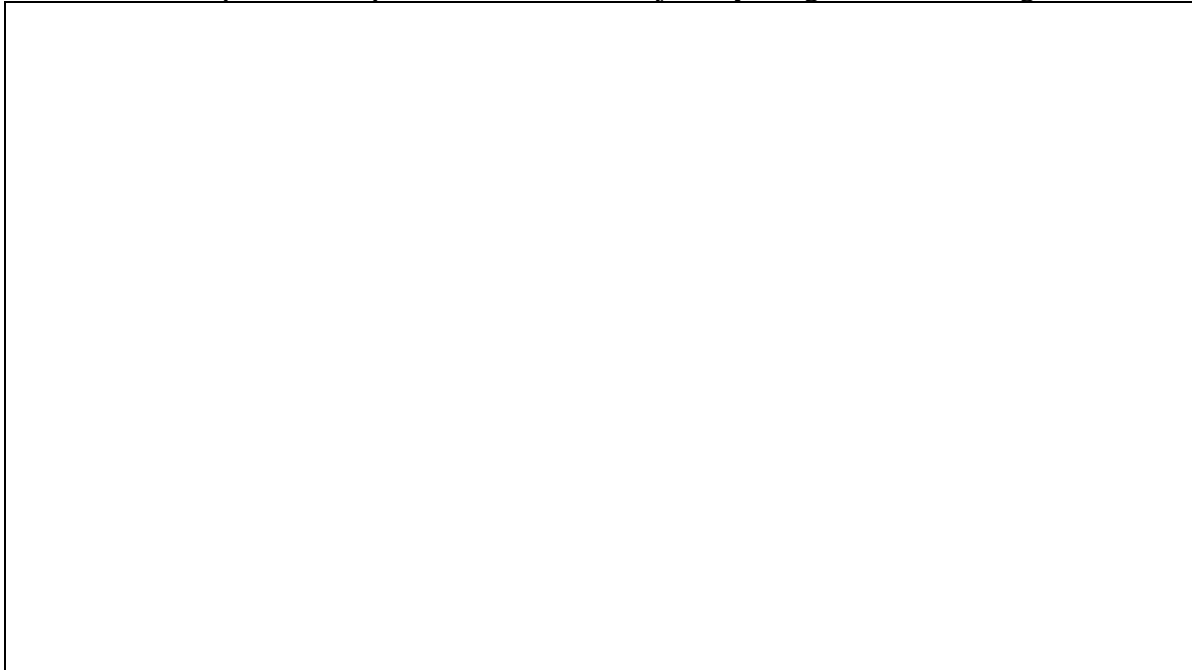
HE8. Aplicar los criterios de semejanza: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo ángulo ángulo para determinar y probar la semejanza de triángulos.



HE9. Aplicar los criterios de congruencia: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo lado ángulo, para determinar y probar la congruencia de triángulos.



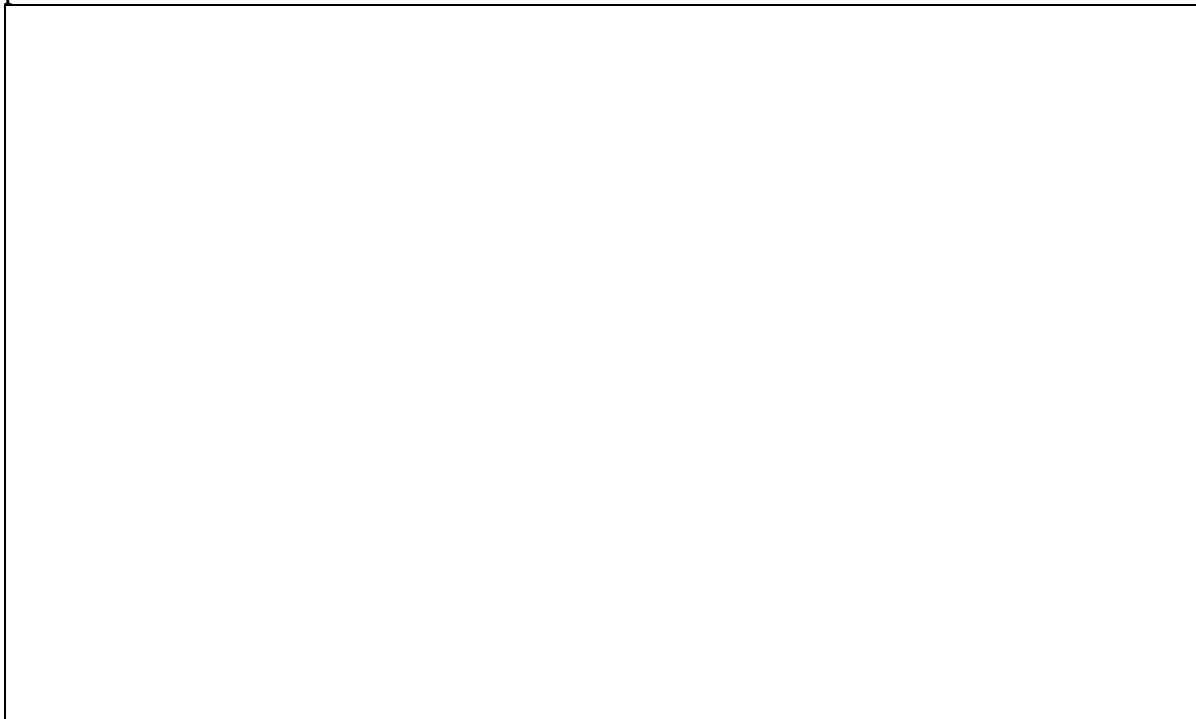
HE10. Resolver problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos.



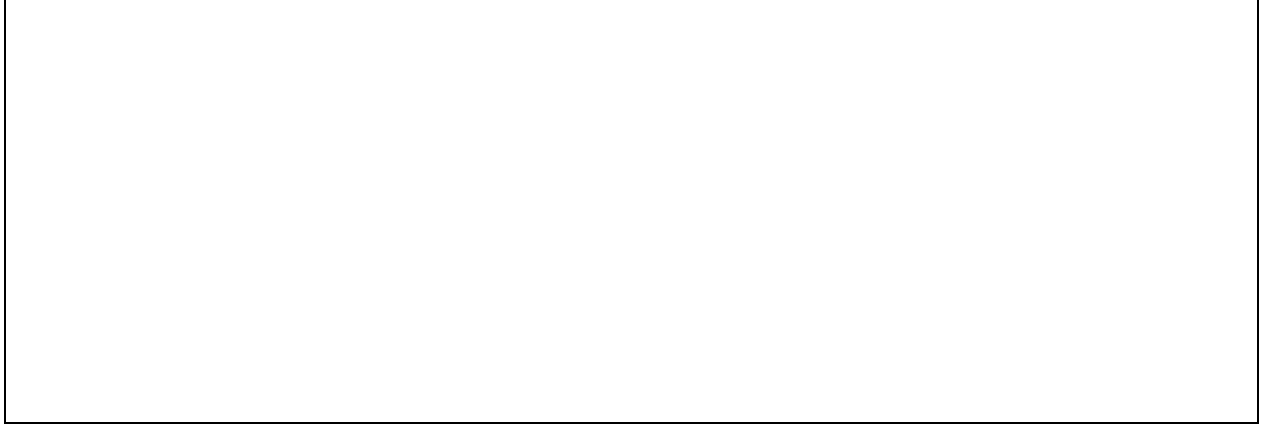
HE12. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de problemas en diversos contextos.



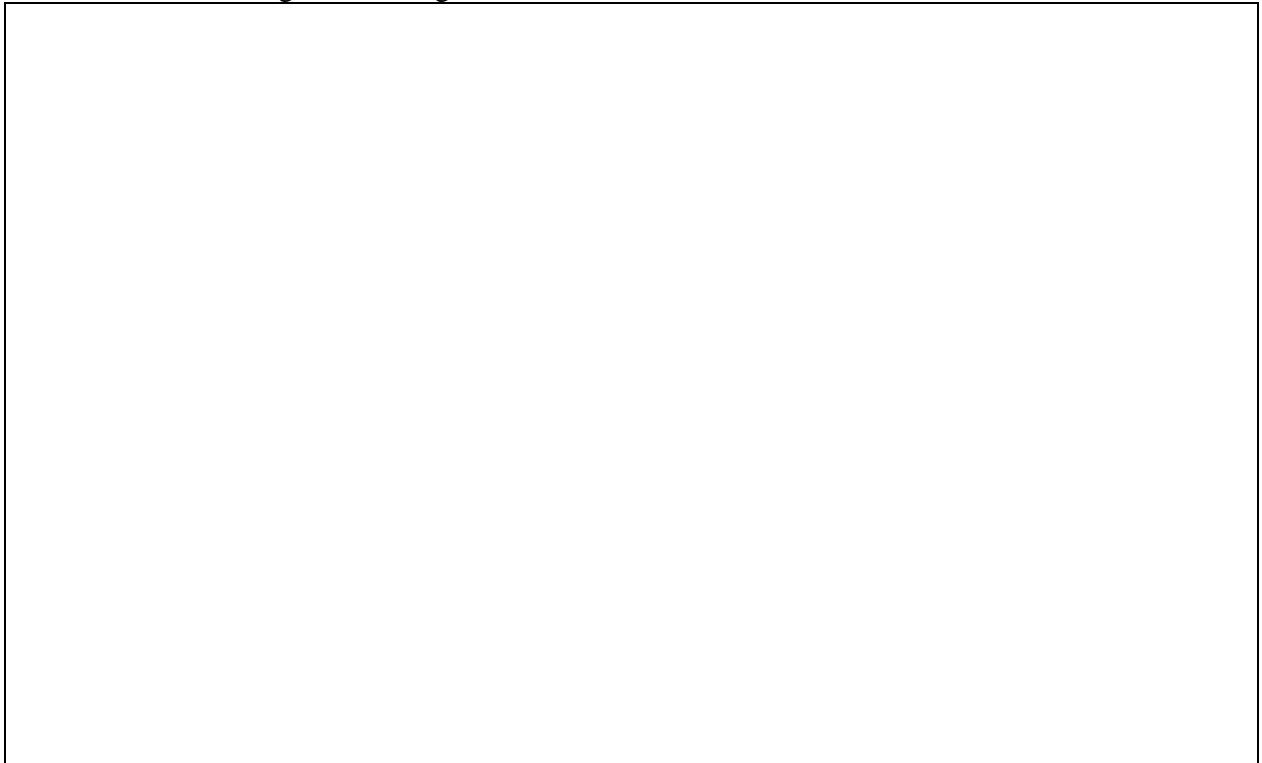
HE13. Identificar la base, las caras laterales, la altura, las apotemas y el ápice o cúspide de una pirámide.



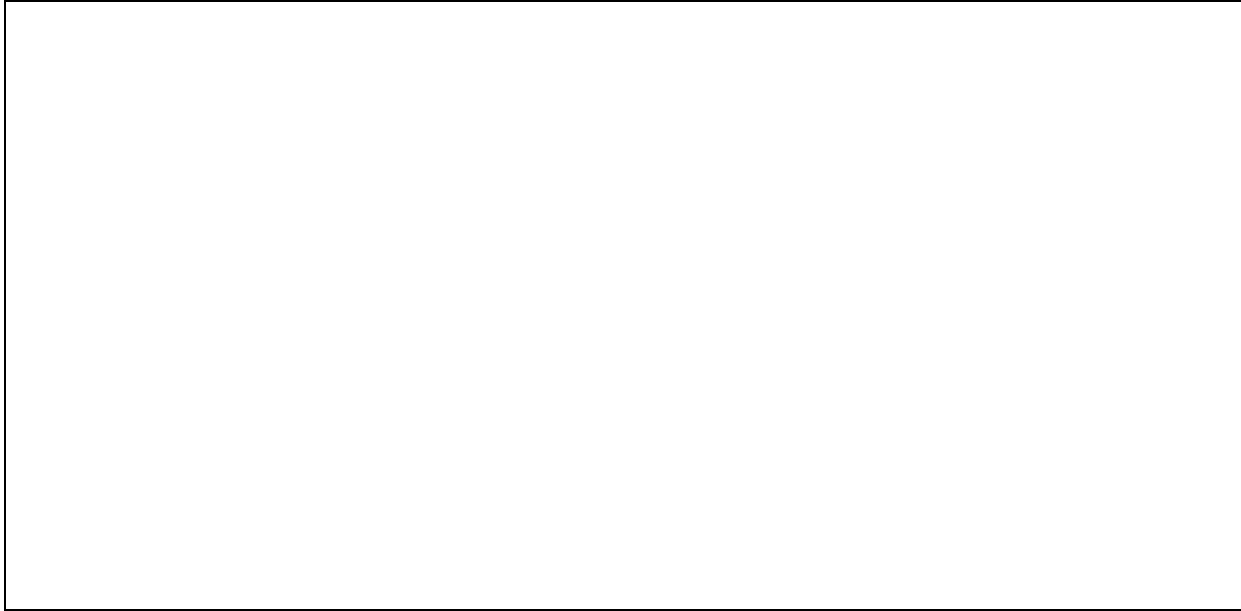
HE14. Identificar las caras laterales, las bases y la altura de un prisma recto.



HE15. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular.



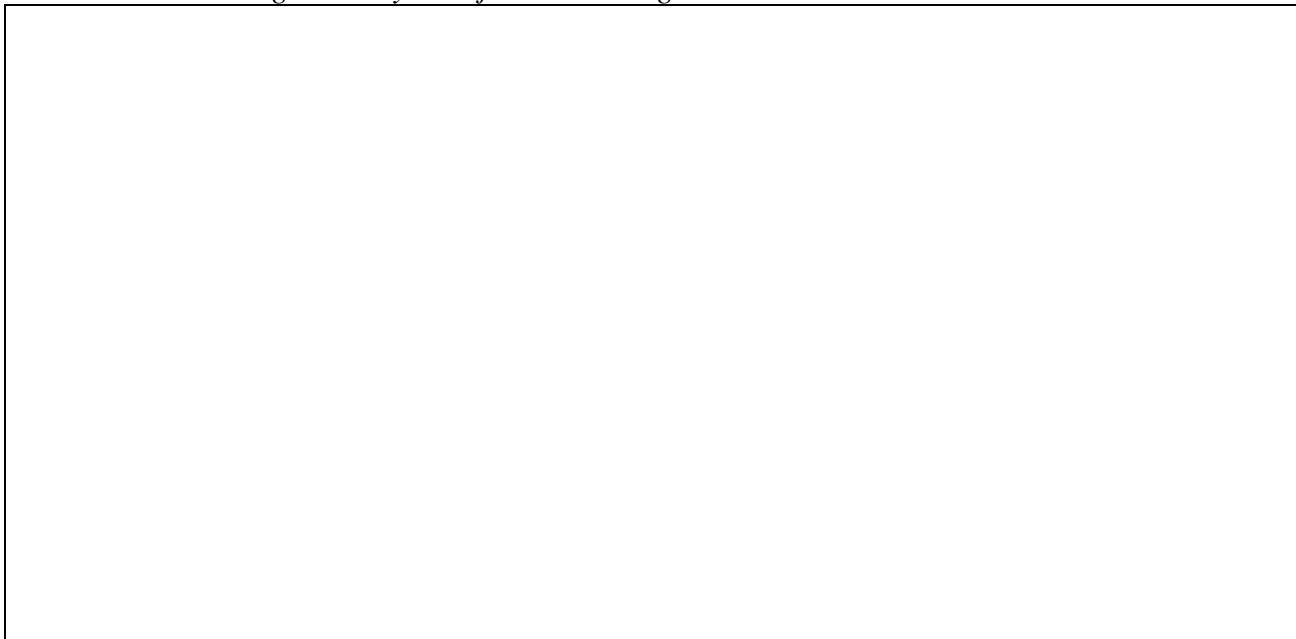
HE16. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular.



Parte B

1. Explique de forma detallada, cómo desarrollaría tanto en las clases como en un instrumento de evaluación la habilidad específica propuesta por el MEP:

HE11. Utilizar software de geometría dinámica para visualizar propiedades relacionadas con la congruencia y semejanza de triángulo



Muchas gracias por su colaboración

Anexo 8.

Consentimiento informado de la guía de entrevista al asesor.

Conocimiento del profesorado de matemáticas en servicio sobre el diseño de pruebas escritas que evalúan el desarrollo de habilidades geométricas de estudiantes de octavo año de la Educación General Básica en Costa Rica

PRESENTACIÓN Y PROPÓSITO DEL PROYECTO. Como parte de los requisitos para optar por el título de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional de Costa Rica, se lleva a cabo la elaboración de un proyecto titulado “*Conocimiento del profesorado de matemáticas sobre el diseño de pruebas escritas para evaluar el desarrollo de habilidades geométricas de estudiantes de octavo año de la Educación General Básica*”. Lo anterior se realiza con el fin de analizar el conocimiento que muestran docentes de matemáticas sobre el diseño de pruebas escritas para evaluar el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año en dos instituciones públicas de la Dirección Regional de Heredia.
¿QUÉ SE HARÁ? Si acepta participar en este estudio, se le solicitará completar una entrevista, que le tomará aproximadamente 60 minutos. Además, se le consultará si autoriza la grabación en audio o video de la entrevista.

RIESGOS. Su participación no presenta ningún tipo de riesgo, ya que toda la información que se obtenga es confidencial y no se le solicitará ningún tipo de información personal. Es importante resaltar que, si usted no se siente cómodo con alguna de las preguntas presentes en esta encuesta, puede no responderla y continuar con el resto.

BENEFICIOS. Debido a su participación en el estudio, no obtendrá ningún tipo de beneficio directo, sin embargo, los resultados que se obtengan al finalizar de la investigación servirán para ampliar el conocimiento en el área de la investigación, específicamente en conocimiento geométrico y evaluativo de los docentes de matemática.

VOLUNTARIEDAD. Su participación en este estudio es voluntaria. Si lo desea, puede interrumpir su participación en cualquier momento.

INFORMACIÓN. Si usted desea más información acerca del proyecto puede realizar sus consultas a los correos adjuntos, los cuales corresponden a los de los autores de la investigación:
Andrés Cerdas Barquero: andres.cerdas.barquero@est.una.ac.cr
Alejandra Ramírez Flores: alejandra.ramirez.flores@est.una.ac.cr

Si está dispuesto de participar en este estudio indique su nombre, cédula y firma:

Nombre completo

Cédula

Firma

Encargados de la Investigación

Bach. Alejandra Ramírez Flores

alejandra.ramirez.flores@est.una.ac.cr

Estudiante

Bach. Andrés Cerdas Barquero

andres.cerdas@.barquero@est.una.ac.cr

Estudiante

Dr. José Romilio Loría Fernández

jose.loria.fernandez@una.cr

Tutor

Anexo 9.

Guía de entrevista al asesor de matemática versión final

Universidad Nacional de Costa Rica.
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.
Escuela de Matemática
Guía de Entrevista al Asesor de Matemáticas

Datos Generales

Nombre del entrevistado: _____.

Nombre del entrevistador: _____.

Fecha de la entrevista: _____.

Modalidad de la entrevista:

Presencial, lugar de la entrevista: _____.

Virtual, Plataforma digital: _____.

Años de experiencia como asesor de matemáticas: _____.

Años de experiencia como docente de matemáticas: _____.

Hora de inicio: _____.

Hora de finalización: _____.

A. Introducción.

Esta entrevista tiene como objetivo recolectar información que permita identificar el conocimiento geométrico y evaluativo que se requiere en los docentes de matemáticas para el diseño de pruebas escritas orientadas a evaluar el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de Tercer Ciclo, particularmente en octavo año, desde la perspectiva del Ministerio de Educación Pública. La información solicitada en este documento será confidencial y el uso de ella será utilizada con fines meramente académicos, con el propósito de elaborar el trabajo final de graduación, para optar por el título de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, en la Universidad Nacional.

B. Preguntas.

1. Describa un estudiante competente en Geometría.
2. ¿Cuál es la estrategia más idónea para que la persona docente de matemática promueva el desarrollo de las habilidades relacionadas a los conceptos geométricos (habilidades geométricas)?
3. ¿Cuál es la estrategia más idónea para que la persona docente de matemática evalúe el desarrollo de las habilidades relacionadas a los conceptos geométricos (habilidades geométricas)?
4. Describa las(os) tareas (problemas) que deben ser diseñadas(os) para evaluar el desarrollo de habilidades geométricas.
5. En un examen escrito ¿Qué tipo de ítems recomienda para evaluar habilidades geométricas?
6. En un examen escrito ¿Sugiere el uso de ítems diversos para evaluar habilidades geométricas? Explique su respuesta.
7. ¿Cualquier habilidad vinculada a un concepto geométrico podría ser evaluada mediante un examen escrito? Argumente su respuesta.
8. En un examen escrito ¿Se pueden evaluar varias habilidades específicas vinculadas a un concepto geométrico? Justifique su respuesta.
9. ¿Qué papel juega la contextualización activa en la evaluación de habilidades geométricas?
10. Refiérase al uso de situaciones auténticas en el diseño de los exámenes escritos orientados a evaluar habilidades geométricas.
11. ¿Todas las tareas diseñadas para evaluar habilidades geométricas deben estar enmarcadas en una situación real? Justifique su respuesta.
12. ¿Qué papel juega el uso de representaciones en la evaluación de habilidades geométricas?
13. Refiérase al uso de representaciones en el diseño de los exámenes escritos orientados a evaluar habilidades geométricas.
14. ¿Qué papel juegan los procesos matemáticos en la evaluación de habilidades geométricas?
15. ¿Cómo se deben incorporar los procesos matemáticos en los exámenes escritos orientados a evaluar habilidades geométricas?
16. Según la clasificación de las tareas de acuerdo con su nivel de complejidad ¿Qué tipos de tareas recomienda utilizar en el diseño de exámenes escritos orientados a evaluar habilidades geométricas?
17. ¿Cuáles criterios consideraría más importantes para valorar el diseño de un examen escrito orientado a evaluar habilidades geométricas?
18. En un examen escrito ¿Sugiere el diseño de tareas(problemas) que tengan diversas estrategias de resolución? Explique su respuesta.

19. ¿Considera que los exámenes escritos son instrumentos pertinentes y suficientes para determinar la competencia geométrica del estudiantado? Argumente su respuesta.
20. ¿Qué recomendaciones relacionadas con la evaluación de habilidades geométricas daría a una persona docente de matemática?

Anexo 10.

Guía de entrevista al docente de matemática versión final.

Guía de Entrevista a los docentes de matemáticas

A. Introducción.

Esta entrevista tiene como objetivo recolectar información que permita, describir los argumentos y mecanismos que utilizan el profesorado de matemáticas en el diseño de pruebas escritas para la evaluación del desarrollo de habilidades geométricas en estudiantes de octavo año.

La información solicitada en este documento será confidencial y el uso de ella será utilizada con fines meramente académicos, con el propósito de elaborar el trabajo final de graduación, para optar por el título de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, en la Universidad Nacional.

B. Preguntas.

1. ¿Cuál es la estrategia más idónea para promover en el estudiante el desarrollo de las habilidades relacionadas a los conceptos geométricos? ¿Cómo debería evaluarse el desarrollo de esas habilidades?
2. Describa las(os) tareas (problemas) que deben ser diseñadas(os) para evaluar el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiante.
3. ¿Cuáles criterios consideraría más importantes para valorar el diseño de un examen escrito orientado a evaluar habilidades geométricas en el estudiante?
4. ¿Cualquier habilidad vinculada a un concepto geométrico podría ser evaluada mediante un examen escrito? Argumente su respuesta.
5. En un examen escrito ¿Se pueden evaluar varias habilidades específicas vinculadas a un concepto geométrico? Justifique su respuesta.
6. ¿Cuántas partes debe tener un examen escrito de geometría? Argumente su respuesta.
7. Mencione el tipo de ítem que considera adecuados para evaluar habilidades geométricas en una prueba escrita. Justifique su respuesta.
8. ¿Todas las tareas diseñadas para evaluar habilidades geométricas propuestas en la prueba escrita deben estar enmarcadas en una situación real? Justifique su respuesta.
9. ¿Qué aspectos se deben considerar para enmarcar una tarea de evaluación en una situación real?
10. ¿Qué papel juega el uso de representaciones en la evaluación de habilidades geométricas?

11. De acuerdo con el nivel de complejidad de una tarea matemática escolar ¿Qué niveles recomienda utilizar en el diseño de exámenes escritos orientados a evaluar habilidades geométricas en el estudiante? Argumente su respuesta.
12. En un examen escrito ¿Sugiere el diseño de tareas(problemas) que tengan diversas estrategias de resolución? Explique su respuesta.

Anexo 11.

Guía de análisis de las pruebas escritas versión final

Universidad Nacional
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales-Escuela de Matemática
Ficha de análisis de las pruebas escritas

Consiste en que cada investigador va a completar la siguiente tabla con la información que se obtiene de los ítems de los exámenes que evaluaron todas las habilidades específicas del nivel de octavo año. Para clasificar la información contemplando las habilidades generales, específicas e indicadores, además se debe categorizar el nivel de complejidad, el contexto y el tipo de ítems que se implementó para cada una de las tareas de evaluación.

Datos generales	
1.	Nombre completo del docente: _____
2.	Colegio en el que se encuentra laborando: _____

Examen	# ítem	TI	RP	NC	HG1	HG2	HG3	HG4	HG5	HE1 - I1	HE2 - I2	HE3 - I3	HE4 -I4	HE5 -I4	HE6 -I5	HE7 - I5	HE8 -I6	HE9 - I6	HE10 - I7	HE10 -I8	HE10 - I9	HE11 - I10	HE11 - I11	HE11 -I12	HE12 -I13	HE12 - I14	HE12 - I15	HE13 - I16	HE14 - I17	HE15 - I18	HE16 - I19	Obs			

- TI: Tipo de ítem. Se pueden clasificar en: **-IO:** (SU) selección única, (RC) respuesta corta, (CR) correspondencia, (IDE) identificación. **-ID:(RR)** respuesta restringida, (REP)resolución de problemas, (RCA) resolución de casos, (E) ensayo.
- RP: Resolución de problemas: **-SC:** matemáticos (M), personales (P), ocupacionales (O), sociales (S) y científicos (CI).
- NC: Niveles de complejidad: reproducción (R), conexión (C) y reflexión (RF).
- HG: : Habilidades generales. HE: Habilidades específicas. I: Indicadores. Obs: Observaciones

Anexo 12.

Análisis de sujetos, técnicas y actividades para el logro de objetivos específicos

Tema	Conocimiento del profesorado de matemáticas en servicio, sobre el diseño de pruebas escritas que evalúan el desarrollo de habilidades geométricas de estudiantes de octavo año de la Educación General Básica (EGB) en Costa Rica.
Objetivo general	Analizar el conocimiento geométrico y evaluativo que muestran docentes de matemáticas en servicio sobre el diseño de pruebas escritas que evalúan el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año, en dos instituciones públicas de la Dirección Regional de Heredia.

Objetivo específico	Identificar el conocimiento geométrico y evaluativo que se requiere en los docentes de matemáticas en servicio para el diseño de pruebas escritas que evalúen el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año de la Educación General Básica en Costa Rica.		
Indicador de logro	El conocimiento geométrico y evaluativo requeridos por los docentes de matemática.		
Sujetos o fuentes de información	Técnicas e instrumentos de recolección de información	Actividades puntuales y específicas para recolectar la información	Análisis de datos
Asesor de Matemáticas de la Regional de Heredia.	Entrevista #1 presencial Análisis documental (Programas, Reglamento de Evaluación, La prueba escrita)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Confección de una entrevista de acuerdo con la información recopilada en la elaboración del Marco Teórico. 2. Revisión del instrumento por parte de expertos. 3. Perfeccionamiento del instrumento. 4. Aplicación de la entrevista. 5. Análisis de los resultados obtenidos. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. 1.1.KoT: <ol style="list-style-type: none"> 1.1.1. Definiciones. 1.1.2. Fenomenología. 1.1.3. Representaciones. 1.1.4. Procedimientos. 1.2.KMT: <ol style="list-style-type: none"> 1.2.1. Estrategias, técnicas y tareas 1.3.KMLT: <ol style="list-style-type: none"> 1.3.1. Expectativas de aprendizaje.

Objetivo específico	Identificar el conocimiento geométrico y evaluativo que se requiere en los docentes de matemáticas en servicio para el diseño de pruebas escritas que evalúen el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año de la Educación General Básica en Costa Rica.		
Indicador de logro	El conocimiento geométrico y evaluativo requeridos por los docentes de matemática.		
Sujetos o fuentes de información	Técnicas e instrumentos de recolección de información	Actividades puntuales y específicas para recolectar la información	Análisis de datos
Asesor de Matemáticas de la Regional de Heredia.			<p>1.3.2. Nivel de desarrollo conceptual y procedimental.</p> <p>2. Tareas de Evaluación:</p> <p>2.1.Habilidades específicas.</p> <p>2.2.Indicadores de evaluación.</p> <p>2.3.Resolución de problemas:</p> <p>2.3.1. Niveles de complejidad.</p> <p>2.3.2. Situaciones y contextos.</p> <p>3. Diseño de la prueba escrita:</p> <p>3.1.Tipos de ítems.</p>

Objetivo específico	Describir los argumentos y mecanismos que utilizan el profesorado de matemáticas en el diseño de pruebas escritas para la evaluación del desarrollo de habilidades geométricas en estudiantes de octavo año.		
Indicador de logro	Argumentos y mecanismos que utilizan los profesores de matemática para elaborar pruebas escritas orientadas a la evaluación del desarrollo de habilidades geométricas en estudiantes de octavo año		
Sujetos o fuentes de información	Técnicas e instrumentos de recolección de información	Actividades puntuales y específicas para recolectar la información	Análisis de datos
Un docente de matemáticas de una institución pública de Heredia y un docente de matemáticas de	<p>Encuesta mediante un correo electrónico</p> <p>Entrevista #2 -Docente forma presencial</p>	<p>Tareas para la encuesta:</p> <p>1. Confección del cuestionario</p> <p>2. Revisión del instrumento por parte de expertos.</p> <p>3. Perfeccionamiento del instrumento.</p> <p>4. Validación del cuestionario por medio de su aplicación (prueba piloto).</p>	<p>1 El MTSK:</p> <p>1.1 KoT:</p> <p>1.1.1 Definiciones.</p> <p>1.1.2 Fenomenología.</p> <p>1.1.3 Representaciones.</p> <p>1.1.4 Procedimientos.</p> <p>1.2 KMT:</p>

una institución pública de Cartago.	- Docente forma virtual mediante la plataforma Google Meet	<p>5. Análisis de los resultados obtenidos.</p> <p>Tareas para la entrevista:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Confección de una entrevista de acuerdo con la información recopilada en la elaboración del Marco Teórico. 2. Revisión del instrumento por parte de expertos. 3. Perfeccionamiento del instrumento. 4. Aplicación de la entrevista. 5. Análisis de los resultados obtenidos. 	<p>1.2.1 Estrategias, técnicas y tareas.</p> <p>1.3 KLMT:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.3.1 Expectativas de aprendizaje. 1.3.2 Nivel de Desarrollo conceptual o procedimental. <p>2 Tareas de Evaluación:</p> <ol style="list-style-type: none"> 2.1.Habilidades específicas. 2.2. Indicadores de evaluación. 2.3.Resolución de problemas: <ol style="list-style-type: none"> 2.3.1. Niveles de complejidad. 2.3.2. Situaciones y contextos.
-------------------------------------	--	---	---

Objetivo específico	Caracterizar las pruebas escritas, diseñadas por el profesorado matemáticas, para la evaluación del desarrollo de habilidades geométricas en estudiantes de octavo año.		
Indicador de logro	Caracterización de la prueba escrita diseñada por el profesor de matemática.		
Sujetos o fuentes de información	Técnicas e instrumentos de recolección de información	Actividades puntuales y específicas para recolectar la información	Análisis de datos
Pruebas de octavo año aplicados en el 2019, que aborden habilidades geométricas propuestas en el Programa de estudios del MEP.	Análisis documental (Digitales o Impresas)	<ol style="list-style-type: none"> 1 Descripción de la prueba escrita. 2 Identificar los niveles de complejidad, situaciones y contextos de cada tarea. 3 Identificar qué tipo de aprendizaje se fomenta en cada tarea. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Diseño de la prueba escrita: <ol style="list-style-type: none"> 3.1 Tipos de ítems. 2. Tareas de evaluación: <ol style="list-style-type: none"> 2.1 Habilidades específicas. 2.2 Indicadores de evaluación. 2.3 Resolución de problemas: <ol style="list-style-type: none"> 2.3.1 Niveles de complejidad. 2.3.2 Situaciones y contextos. 3. La prueba escrita evalúa el desarrollo de habilidades para promover competencias.

Objetivo específico	Relacionar el diseño de las pruebas escritas que el profesorado de matemáticas implementa para la evaluación del desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año, con los argumentos y mecanismos manifestados para la planificación de estos instrumentos.		
Indicador de logro	Relación del diseño de las pruebas escritas con los argumentos y mecanismos que utilizan y requieren los docentes de matemática.		
Sujetos o fuentes de información	Técnicas e instrumentos de recolección de información	Actividades puntuales y específicas para recolectar la información	Análisis de datos
Un docente de matemáticas de una institución pública de Heredia y un docente de matemáticas de una institución pública de Cartago.	Entrevista #1 presencial	Relacionar la información con base en las categorías descritas en los objetivos anteriores, obtenidas de la entrevista, el cuestionario y el análisis documental realizado.	<ol style="list-style-type: none"> 1. El MTSK: <ol style="list-style-type: none"> 1.1 KoT: <ol style="list-style-type: none"> 1.1.1 Definiciones. 1.1.2 Fenomenología. 1.1.3 Representaciones. 1.1.4 Procedimientos. 1.2 KMT: <ol style="list-style-type: none"> 1.2.1 Estrategias, técnicas y tareas 1.3 KLMT: <ol style="list-style-type: none"> 1.3.1 Expectativas de aprendizaje. 1.3.2 Nivel de Desarrollo conceptual o procedimental. 2. Tareas de Evaluación: <ol style="list-style-type: none"> 2.1. Habilidades específicas. 2.2. Indicadores de evaluación. 2.3. Resolución de problemas: <ol style="list-style-type: none"> 2.3.1. Niveles de complejidad. 2.3.2. Situaciones y contextos. 3. Diseño de la prueba escrita: <ol style="list-style-type: none"> 3.1 Tipos de ítems. 4. Tareas de evaluación: <ol style="list-style-type: none"> 4.1 Habilidades específicas. 4.2 Indicadores de evaluación. 4.3 Resolución de problemas: <ol style="list-style-type: none"> 4.3.1 Niveles de complejidad. 4.3.2 Situaciones y contextos. 5. La prueba escrita evalúa el desarrollo de habilidades para promover competencias.
Asesor de matemáticas	Encuesta mediante un correo electrónico		
Pruebas de Octavo año aplicadas en el 2019, que aborden habilidades geométricas propuestas en el Programa de estudios del MEP	Entrevista #2 -Docente forma presencial - Docente forma virtual mediante la plataforma Google Meet Análisis Documental (Digitales o Impresas)		

Características de los sujetos de Investigación	
Profesores de Matemática	Asesor de Matemática
<ul style="list-style-type: none"> ● Grado mínimo de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática. ● Mínimo 6 años de experiencia en el MEP. ● Poseer nombramiento en propiedad en el colegio donde se lleva a cabo el estudio. ● Haber impartido octavo año en el 2019. ● Haber impartido geometría durante el 2019 en octavo año. ● Haber estado nombrado en el año 2019 en el colegio donde se lleva a cabo el estudio y mantener dicho nombramiento para el año 2022 ● Poseer disponibilidad para participar en el estudio. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Ser asesor en alguna de las provincias a las que pertenece las instituciones que forman parte de la investigación. ● Mínimo 4 años de experiencia en el puesto. ● Poseer disponibilidad para participar en el estudio

Anexo 13.

Síntesis del trabajo Final de Graduación de Ramírez, A y Cerdas, A.

Estimados Profesores.

Por este medio presentamos una síntesis de nuestro trabajo final de graduación, esto con el propósito de hacer más sencillo el proceso de validación de nuestros instrumentos de recolección de información.

De antemano, agradecemos toda la ayuda que nos puedan brindar para poder llevar a cabo esta investigación, la cual podrá ser de gran utilidad para generaciones futuras y para perfeccionar el sistema educativo actual, vigente en nuestro país.

Tema de investigación:

Conocimiento del profesorado de matemáticas en servicio sobre el diseño de pruebas escritas que evalúan el desarrollo de habilidades geométricas de estudiantes de octavo año de la Educación General Básica en Costa Rica.

Objetivo General:

Analizar el conocimiento geométrico y evaluativo que muestran docentes de matemáticas en servicio sobre el diseño de pruebas escritas que evalúan el desarrollo de habilidades geométricas en el estudiantado de octavo año, en dos instituciones públicas de la Dirección Regional de Heredia.

Marco Teórico Relacionado:

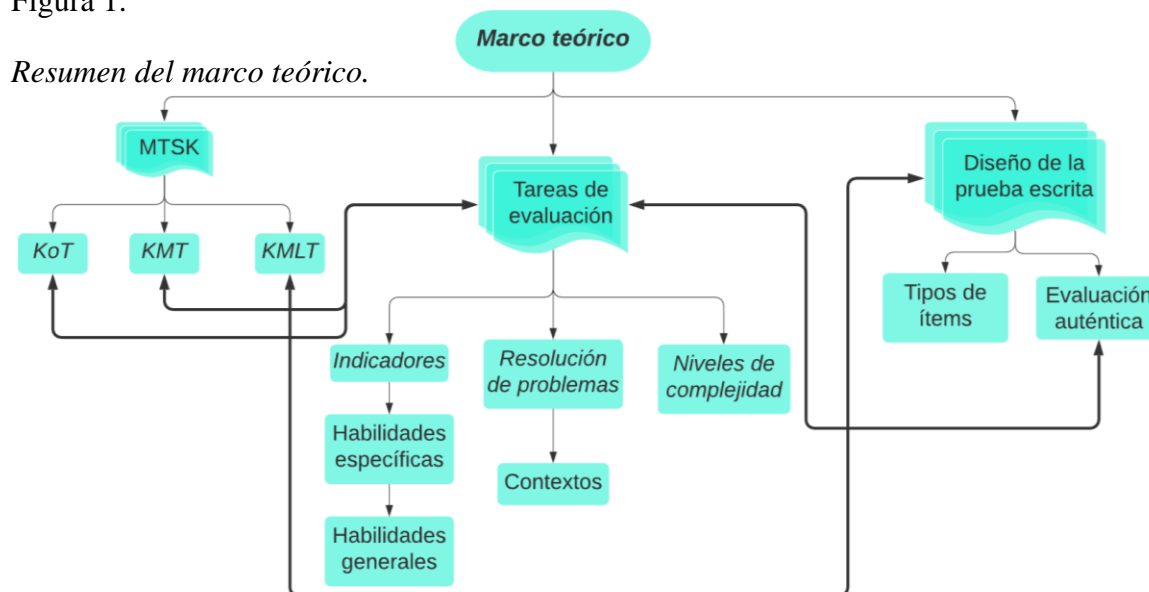
Nuestro marco teórico está compuesto de tres grandes teorías:

1. Como primera instancia presentamos el modelo que nos permite estudiar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el modelo asumido para nuestra investigación es el MTSK, del cual nos basaremos en el tres de las seis subdominios que el presenta, dichos subdominios son:
 - a. Conocimiento de los temas (KoT), el cuál nos permitirá analizar el conocimiento geométrico que debe tener el docente de matemática para impartir geometría a nivel de octavo año de la EGB en nuestro país.
 - b. Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), a través de este subdominio estudiaremos las tareas matemáticas que propone la persona docente para el abordaje de los tópicos geométricos, haciendo salvedad que dichas tareas matemáticas deben

- estar muy relacionadas con las tareas de evaluación que se deben presentar en las pruebas escritas.
- c. Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLT), el cuál nos permitirá estudiar el conocimiento que tiene el docente de matemática sobre el currículo vigente en nuestro país.
2. Seguidamente un concepto de suma importancia para nuestra indagación corresponde al concepto de tareas matemáticas y tareas de evaluación, esto con el fin de comprender que tipo de tareas funcionan como herramienta evaluadora de habilidades en nuestros estudiantes. Dentro de esta sección se contemplan varios elementos que fueron extraídos del Programa de Estudios de Matemática del Ministerio de Educación Pública en Costa Rica.
 3. Cómo últimos elementos contemplamos todos los documentos del MEP que hablan sobre el diseño de pruebas escritas, esto con el fin de verificar si dichos instrumentos cumplen con los lineamientos básicos que brinda el MEP, dentro de esto contemplamos el concepto de *evaluación autentica*, el cual nos da una línea de como evaluar habilidades en los estudiantes.

Para ello presentamos la figura 1 que resume todos los elementos de nuestro marco teórico y además evidencia las relaciones que existe en cada una de estas secciones.

Figura 1.



Fuente: Elaboración propia.

Fuentes de Información:

Pruebas escritas de matemática de octavo nivel, en las cuales se haya evaluado temas geométricos durante el año 2019, se hace con base a las pruebas del 2019, debido a la problemática actual que en la cual estamos inversos todo el mundo, debido al COVID-19.

Participantes:

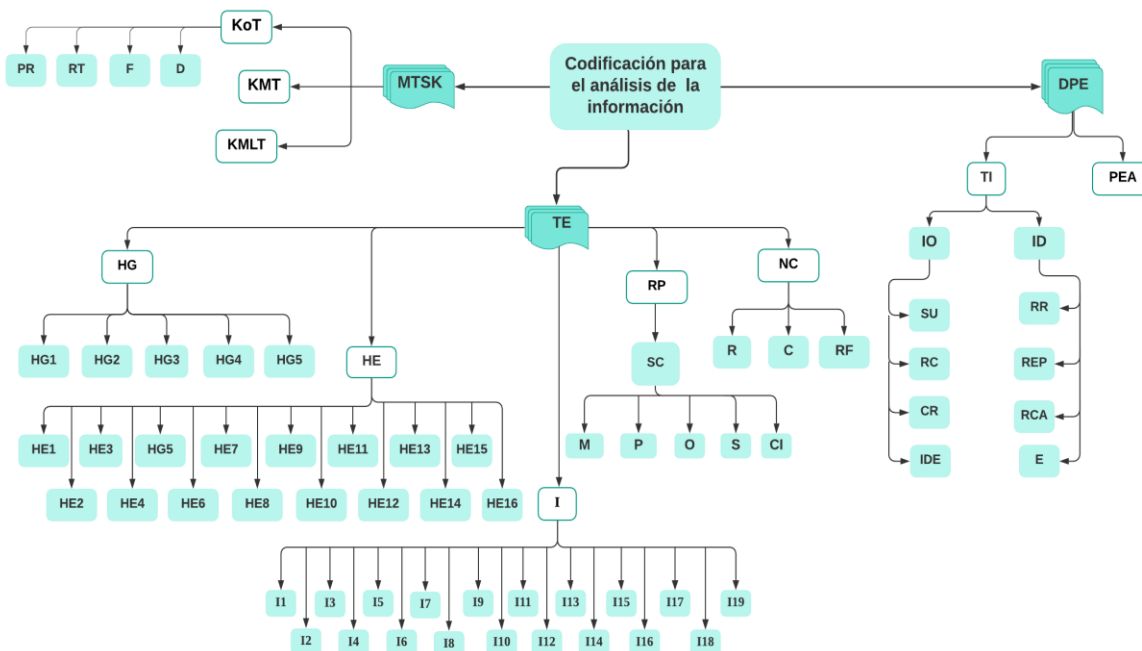
1. Dos docentes de matemática de instituciones públicas distintas que laboren en colegios de la provincia de Heredia.
2. Asesor Regional de Matemática de la provincia de Heredia.

Categorías iniciales de Análisis:

1. Modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas: (MTSK).
 - 1.1. Conocimiento de los temas (KoT):
 - a. Definiciones.
 - b. Fenomenología.
 - c. Procedimientos.
 - d. Representaciones.
 - 1.2. Conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT).
 - 1.3. Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLT).
2. Tareas de Evaluación (TE).
 - 2.1. Habilidades Generales (HG): en esta categoría se contemplan las cinco habilidades generales que propone el MEP en su programa de estudios, en el III ciclo de la educación general básica.
 - 2.2. Habilidades Específicas (HE): En esta categoría se contemplan 16 habilidades específicas propuestas a nivel de geometría en octavo nivel.
 - 2.3. Indicadores de Evaluación (I), en esta categoría se contemplan 18 indicadores de evaluación, los cuales son tomados de los planeamientos didácticos que brinda el MEP desde el año 2019-2020.
 - 2.4. Resolución de problemas (RP): en esta categoría se contempla las situaciones y contextos que sugiere el MEP para abordar en secundaria, las cuales son: matemáticas (M), personales (P), ocupacionales (O), Sociales (S) y científicos (CI).
 - 2.5. Niveles de complejidad (NC): en esta categoría se contemplan los niveles de complejidad pueden ser presentados a los estudiantes del sistema educativo costarricense, los cuales son: Reproducción (R), Reflexión (RF) y Conexión (C).
3. Diseño de la prueba escrita (DPE). En esta categoría se contempla todo lo relacionado al diseño de pruebas escritas, para ello se trabajan dos subcategorías.
 - 3.1. Tipos de Ítems (TI), en ella se contemplan los diversos tipos de ítems que pueden estar presentes en las pruebas escritas, tales como los ítems objetivos (IO) y los ítems de desarrollo (ID).
 - 3.1.1. Ítems objetivos se contemplan selección única (SU), respuesta corta (RC), correspondencia (CR) e identifique (IDE).
 - 3.1.2. Ítems de Desarrollo se contemplan la respuesta restringida (RR), resolución de problemas (REP), resolución de casos (RCA) y ensayos (E).
 - 3.2. Principios de Evaluación auténtica (PEA).

Por lo anterior, la figura 2, resumen las categorías de análisis iniciales de esta indagación.
Figura 2.

Resumen de categorías iniciales de análisis de información



Fuente: Elaboración propia.

Tipos de instrumentos:

Los instrumentos que nos permitirán recolectar la información de nuestra investigación son:

1. Guía de entrevista a docentes de matemática y al asesor, cabe destacar que ha este punto de la investigación solo se cuenta con la guía de entrevista al asesor de matemáticas, ya que la guía de entrevista a docentes dependerá de los resultados obtenidos en otro instrumento de recolección de información.
La guía de entrevista al asesor de matemáticas responde a las categorías del MTSK, TE, DPE.
2. Cuestionario para el docente de matemáticas. A partir de los resultados obtenidos en este cuestionario, se elaborará la guía de entrevista a los docentes.
Dicho instrumento responde a la categoría de TE.
3. Guía de análisis de pruebas escritas, dicha guía responde a las categorías de TE y DPE, y sus respectivas subcategorías.

Se le solicita de la manera respetuosa, completar las siguientes preguntas, con la finalidad de contribuir a la descripción de la validación de los tres instrumentos que forman parte de nuestro Trabajo Final de Graduación.

A. Nombre completo:

B. Colegio o Universidad en la que se encuentra laborando actualmente.

-
- C. Sexo.
 Masculino. Femenino.
- D. Grado académico;
 Bachillerato Licenciatura Maestría Doctorado.
- E. Ha laborado para alguna institución educativa del Ministerio de Educación Pública.
 No.
 Si. Años laborados: _____.
Categoría profesional en servicio civil: _____.
Posee Propiedad: _____.
- F. Ha laborado en alguna universidad pública o privada:
 No.
 Si. ¿Cuál Universidad?: _____.
- G. Años de experiencia en investigaciones educativas: _____

Anexo 14.

Habilidades específicas e indicadores geométricos para el nivel de octavo año según MEP (2012).

HG1. Identificar relaciones entre los conceptos básicos de la geometría (puntos, rectas, segmentos, rayos, ángulos).

HG2. Aplicar diversas propiedades y transformaciones de las figuras geométricas.

HG3. Utilizar nociones básicas de geometría analítica.

HG4. Aplicar las razones trigonométricas básicas (seno, coseno, tangente) y las relaciones entre ellas en diferentes contextos.

HG5. Visualizar y aplicar características y propiedades de figuras geométricas tridimensionales.

Habilidades Específicas.

HE1. Trazar en un plano cartesiano la figura que se obtiene al someter un polígono dado a una homotecia.

HE2. Reconocer puntos, ángulos y lados homólogos de un polígono y el polígono que resulta al aplicar una homotecia.

HE3. Reconocer pares de figuras homotéticas en el plano de coordenadas.

HE4. Construir una figura semejante a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón menor o mayor que 1.

HE5. Construir una figura congruente a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón igual a 1.

HE6. Identificar figuras semejantes en diferentes contextos.

HE7. Identificar figuras congruentes en diferentes contextos.

HE8. Aplicar los criterios de semejanza: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo ángulo ángulo para determinar y probar la semejanza de triángulos.

HE9. Aplicar los criterios de congruencia: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo lado ángulo, para determinar y probar la congruencia de triángulos.

HE10. Resolver problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos.

HE11. Utilizar software de geometría dinámica para visualizar propiedades relacionadas con la congruencia y semejanza de triángulos.

HE12. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de problemas en diversos contextos.

HE13. Identificar la base, las caras laterales, la altura, las apotemas y el ápice o cúspide de una pirámide.

HE14. Identificar las caras laterales, las bases y la altura de un prisma recto.

HE15. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular.

HE16. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular.

Indicadores de Evaluación

Tabla 1.

Indicadores de Evaluación para cada habilidad geométrica específica.

Habilidad específica	Indicador de evaluación
HE 1. Trazar en un plano cartesiano la figura que se obtiene al someter un polígono dado a una homotecia.	I 1. Detalla patrones al realizar homotecias en el plano cartesiano.
HE 2. Reconocer puntos, ángulos y lados homólogos de un polígono y el polígono que resulta al aplicar una homotecia.	I 2. Reconoce elementos de figuras que han sido sometidas a transformaciones en el plano.
HE 3. Reconocer pares de figuras homotéticas en el plano de coordenadas.	I 3. Reconoce figuras homotéticas en el plano de coordenadas.
HE 4. Construir una figura semejante a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón menor o mayor que 1.	I 4. Plantea nuevas figuras geométricas a partir de una figura dada que ha sido sometida a transformaciones en el plano.
HE 5. Construir una figura congruente a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón igual a 1.	
HE. 6. Identificar figuras semejantes en diferentes contextos.	I 5. Identifica patrones sencillos entre figuras geométricas representadas en el plano.
HE. 7. Identificar figuras congruentes en diferentes contextos.	
HE.8. Aplicar los criterios de semejanza: lado- lado-lado, lado- ángulo -lado y ángulo-ángulo-ángulo para determinar y probar la semejanza de triángulos.	I.6.Plantea relaciones entre triángulos a partir de sus elementos.

Habilidad específica	Indicador de evaluación
HE 9. Aplicar los criterios de congruencia: lado- lado- lado, lado –ángulo- lado y ángulo- lado-ángulo, para determinar y probar la congruencia de triángulos.	I 7. Identifica aspectos básicos que forman parte de un problema relacionado con la semejanza o congruencia de triángulos.
HE 10. Resolver problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos.	I.8. Establece los pasos necesarios para la solución de un problema relacionado con la semejanza o congruencia de triángulos. I.9. Compara diversas formas de solucionar un mismo problema relacionado con la semejanza o congruencia de triángulos.
HE. 11. Utilizar software de geometría dinámica para visualizar propiedades relacionadas con la congruencia y semejanza de triángulos.	I 10. Identifica fuentes de información en distintos medios digitales para la visualización de las propiedades relacionadas con congruencia y semejanza de triángulos. I 11. Utiliza los recursos tecnológicos digitales en la visualización de propiedades en congruencia y semejanza de triángulos. I 12. Describe implicaciones económicas, socioculturales y éticas con el uso de las tecnologías digitales en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
HE 12. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de problemas en diversos contextos.	I 13. Identifica aspectos básicos que forman parte de un problema relacionado con el teorema de Thales. I 14. Establece los pasos necesarios para la solución de un problema relacionado con el teorema de Thales. I 15. Compara diversas formas de solucionar un mismo problema relacionado con el teorema de Thales.

Habilidad específica	Indicador de evaluación
HE. 13. Identificar la base, las caras laterales, la altura, las apotemas y el ápice o cúspide de una pirámide.	I 16. Identifica los elementos básicos de una pirámide en diferentes contextos.
HE. 14. Identificar las caras laterales, las bases y la altura de un prisma recto.	I 17. Identifica los elementos básicos de un prisma recto en diferentes contextos.
HE. 15. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular.	I 18. Detalla las figuras que se obtienen mediante secciones planas en una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular, representada en forma concreta.
HE. 16. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular.	I 19. Detalla las figuras que se obtienen mediante secciones planas en un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular, representado en forma concreta

Fuente: elaboración propia a partir del documento MEP, 2019a y MEP, 2019b

Referencias:

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programa de Estudios de Matemática I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada*. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>

Ministerio de Educación Pública. (2019a). *Planeamiento Didáctico Matemática Secundaria (Abril)*. Caja de herramientas docente, Apoyos para el planeamiento, Plantilla de planeamiento (Secundaria, Octavo, Matemática, Abril). <https://cajadeherramientas.mep.go.cr/app/>

Ministerio de Educación Pública. (2019b). *Planeamiento Didáctico Matemática Secundaria (Mayo)*. <https://cajadeherramientas.mep.go.c>
