# Análisis conceptual de la demostración matemática y su relevancia en el conocimiento especializado del profesor de matemáticas

**Conference Paper** · June 2019

DOI: 10.15359/cicen.1.2



Christian Alfaro Carvajal
National University of Costa Rica



Pablo Flores
University of Granada

# Análisis conceptual de la demostración matemática y su relevancia en el conocimiento especializado del profesor de matemáticas

**Cristian Alfaro-Carvajal**
cristian.alfaro.carvajal@una.cr
Universidad Nacional
Costa Rica.

**Pablo Flores-Martínez**
pflores@ugr.es
Universidad de Granada
España.

**Gabriela Valverde-Soto**
GABRIELA.VALVERDE@ucr.ac.cr
Universidad de Costa Rica
Costa Rica.

**Resumen**

El propósito de esta comunicación es presentar los resultados de un estudio teórico sobre los significados de la demostración matemática mediante tres componentes: el concepto, los tipos y las funciones. La investigación es cualitativa de carácter descriptiva. Para la recolección y el análisis de la información se utilizó el análisis conceptual. Se determinó que el concepto de demostración tiene muchos significados dependiendo del contexto en el que se trate; que los tipos de demostraciones matemáticas se pueden clasificar principalmente en directas e indirectas, y que las funciones atribuidas son diversas y cobran importancia en función del ámbito en donde se ubiquen. Se considera que tanto el concepto de demostración como los tipos y las funciones de las demostraciones matemáticas deben hacer parte del conocimiento especializado del profesor de matemática.

*Palabras clave*: formación de profesores; demostración matemática.

**Abstract**

The purpose of this communication is to present the results of a theoretical study on the meanings of mathematical proof by means of three components: the concept, the types and the functions. The research is qualitative descriptive. For the collection and analysis of the information, the conceptual analysis was used. It was determined that the concept of demonstration has many meanings depending on the context in which

Tema: Educación científica, matemática y tecnológica
Principal área: Matemáticas

Alfaro-Carvajal, C., Flores-Martínez, P. & Valverde-Soto, G. (2019). Análisis conceptual de la demostración matemática y su relevancia en el conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En Y. Morales-López (Ed.), *Memorias del I Congreso Internacional de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional, Costa Rica, 2019* (e52, pp. 1-9). Heredia: Universidad Nacional. doi http://dx.doi.org/10.15359/cicen.1.2
ISBN: 978-9968-9661-6-0.

it is treated; that the types of mathematical demonstrations can be classified mainly in direct and indirect, and that the functions attributed are diverse and become important depending on the field in which they are located. It is considered that both the concept of demonstration and the types and functions of mathematical demonstrations must be part of the specialized knowledge of the mathematics teacher.

*Keywords*: teacher training; mathematical demonstration.

## Introducción

La demostración tiene gran importancia en la Educación Matemática, en este sentido, Hanna y De Villiers (2011) señalan seis grandes temas para comprender su enseñanza: *(1) el desarrollo cognitivo de la demostración, (2) la argumentación, (3) el software de geometría dinámica y la experimentación, (4) la demostración en el currículo (5) la naturaleza de la demostración en el aula* y *(6) la demostración en el nivel terciario o universitario.* Además, la NCTM (2003) plantea que los procesos de razonamiento y demostración deberían tener presencia en los programas de todos los niveles educativos, específicamente, recomiendan promover actividades tales como la formulación e investigación de conjeturas, el desarrollo y la evaluación de argumentos matemáticos y demostraciones, en donde se empleen diferentes métodos y tipos de razonamiento.

Cabassut, Conner, İşçimen, Furinghetti, Jahnke, y Morselli (2011) señalan dos posiciones sobre la enseñanza de la demostración, como un contenido específico o como un estándar de proceso. En el caso de la educación secundaria en Costa Rica, el programa de estudios de matemáticas la considera como una parte del proceso llamado *razonar y argumentar* en donde tienen presencia la deducción, la inducción, la comparación analítica, la generalización, las justificaciones, los ejemplos, contraejemplos y la demostración. En este sentido, la argumentación debe ser tratada de manera gradual, primero de forma verbal, luego de forma escrita y posteriormente de manera simbólica. De igual manera, deben tratarse las diferentes formas de razonamiento hasta lograr procesos más formales y el uso de la deducción (MEP, 2012). Con base en lo anterior, parece razonable que la demostración debería formar parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, concretamente, sería ideal que posea un conocimiento profundo sobre qué es una demostración matemática, cómo se demuestra en matemáticas y para qué sirven tales demostraciones (Cabassut et al., 2011; Lin et al., 2011).

## Marco teórico

Al realizar procesos de investigación, uno de los problemas que se pueden presentar es el planteamiento de un marco teórico que incluya términos o conceptos poco precisos y erróneos, debido a la multiplicidad de significados de tales conceptos (Rico, 2001). Por tal razón, “el análisis conceptual ofrece un método que permite al investigador convertir los conceptos en piezas teóricas precisas para el estudio que quiere llevar a cabo” (Rico, 2001, p.185). De esta manera, se define el análisis conceptual como “un método para trabajar y profundizar los conceptos, una técnica de escrutinio para conseguir precisión y domino en su uso” (Rico y Fernández-Cano, 2013, p. 8).

Para Rico (2001) y Rico y Fernández-Cano (2013) el análisis conceptual tiene las siguientes características: (1) los datos son descripciones, definiciones, entre otros; (2) considera una revisión minuciosa de la variedad de significados, las conexiones entre los términos y sobre los conceptos, creencias y concepciones de cada campo conceptual; (3) se reflexiona previamente sobre el tema a investigar de forma tal que se determinen y caractericen los aspectos centrales que delimitan el problema de estudio, los conceptos y las teorías sobre las que se tratará y; (4) se revisan con profundidad los conceptos y nociones básicas del conocimiento matemático, sus fundamentos, historia, génesis y desarrollo, además de los principios para su enseñanza y aprendizaje.

## Metodología

La investigación corresponde a un estudio teórico centrado en el significado de la demostración matemática mediante el análisis conceptual. Por tal razón, las fuentes consideradas fueron documentales tales como *diccionarios*; *libros de texto*; *investigaciones previas sobre la demostración matemática* y *el Programa de Estudios de Matemáticas* de la educación secundaria en Costa Rica. Para la recolección de la información se empleó la revisión bibliográfica o de literatura. Según Hernández-Sampieri, Fernández y Baptista (2014) esta revisión "implica detectar, consultar y obtener la bibliografía (referencias) y otros materiales que sean útiles para los propósitos del estudio, de donde se tiene que extraer y recopilar la información relevante y necesaria para enmarcar nuestro problema de investigación" (p.61). El análisis de la información se llevó a cabo mediante el análisis conceptual descrito en el marco teórico. Para ello se consideraron tres elementos: *el concepto*, se revisaron diferentes definiciones del término *demostración* y otros relacionados tales como *argumentación*, *explicación*, *justificación*, *prueba* y *razonamiento*; *los tipos*, tomando en cuenta la variedad de proposiciones desde el punto de vista lógico-sintáctico y las diferentes formas de proceder en su demostración y; *las funciones*, atendiendo a los roles diversos que se pueden atribuir a las demostraciones matemáticas dependiendo del contexto en el que se consideren.

## Análisis

En este apartado se presenta una síntesis de los principales resultados del estudio realizado. Está organizado atendiendo a los tres componentes fundamentales del análisis conceptual sobre la demostración: el concepto, los tipos y las funciones de las demostraciones matemáticas.

### *El concepto de demostración*

La demostración en un sentido informal refiere a sentimientos, habilidades o sobre el funcionamiento de algo. En un sentido formal y de mayor tecnicismo, trata sobre las proposiciones. De este modo, el sentido en el que se use depende del contexto o marco institucional como la lógica y los fundamentos de las matemáticas, la matemática profesional, las ciencias experimentales, la enseñanza de las matemáticas y la vida cotidiana (Godino y Recio, 2001; Vega 2012b). En un sentido amplio, puede considerarse como la prueba de algún hecho mediante verdades evidentes y universales, es decir, como un razonamiento convincente (Alvar, 1998; Comte-Sponville, 2005; Diccionario ilustrado Océano de la lengua española, 1994; Real Academia Española, 2006). De una forma más específica, se puede considerar como un razonamiento en el que la veracidad de una proposición se logra mediante la aplicación de reglas lógicas (Martí, 2003).

La demostración clásica se entiende como una deducción que hace saber la necesidad racional de que algo sea el caso. Se caracteriza porque la validez de un argumento es sancionada por la comunidad académica de la que forma parte, posee un cuerpo de conocimientos en donde una nueva demostración no afectará su consistencia y no es posible demostrar deductivamente una negación de la proposición en cuestión, además, goza de claridad, es decir, que una demostración deductiva de una proposición debe permitir comprender que tal proposición en efecto sea verdadera. Aún en las matemáticas, la demostración clásica es un extremo en la gama general de pruebas, en donde se encuentran las pruebas por constatación mediante representaciones gráficas, los procedimientos empíricos, las pruebas deductivas computacionales, entre otras (Vega, 2012b).

La demostración en las matemáticas se puede considerar como una práctica social cuyo objetivo primordial es la validación del conocimiento matemático producido por la sociedad, es regida por argumentaciones deductivas debido a la influencia de la lógica aristotélica (Crespo, Farfán y Lezama, 2010). En el sentido deductivo, es un género del discurso estrictamente codificado, es un razonamiento o una serie de relaciones formada por una secuencia finita de fórmulas de modo tal que, cada una de ellas es un axioma o es una consecuencia de algunas de las fórmulas precedentes, debido a las reglas de inferencia. La última fórmula de la demostración se llama fórmula derivada o teorema (Balacheff, 2000; Chambadal, 1976; Garrido, 1991; Lucena, 2005; Vera, 1960). Según Patterson (1950), las demostraciones matemáticas contemplan *definiciones*, que dan el significado a las palabras empleadas en la demostración; *axiomas*, entendidos como proposiciones que obedecen a construcciones mentales necesarias para la organización del conocimiento y *principios del razonamiento*, que son leyes del pensamiento tales como *la ley de identidad* según la cual la naturaleza esencial de las cosas es constante; *la ley de contradicción* que establece que una cosa no puede ser lo que es y al mismo tiempo lo que no es y *la ley de exclusión del término medio* que plantea que no hay nada intermedio entre las cosas contradictorias presentes en todas los campos del conocimiento.

En las matemáticas escolares, Stylianides (2007) considera la demostración como un argumento que utiliza afirmaciones que la comunidad del aula aceptó como verdaderas: definiciones, axiomas, teoremas, entre otros. Emplea formas de razonamiento válidas para el aula tales como las reglas lógicas de inferencia, el uso de definiciones para derivar afirmaciones generales, la construcción de contraejemplos, entre otros. Además, considera los modos de representación para los argumentos, es decir, que la comunicación se realiza en el aula mediante formas de expresión apropiadas como el lenguaje oral, el uso de diagramas, las representaciones pictóricas, tabulares, entre otras. Los argumentos empíricos no forman parte de esta conceptualización de la demostración en el aula de matemáticas, la cual debe estar en concordancia con las matemáticas como disciplina. No obstante, esto no significa que se deban devaluar las exploraciones empíricas, las que tienen relevancia para la identificación de patrones, el establecimiento de conjeturas y en general, para obtener evidencia sobre lo que se desea demostrar.

***Términos relacionados con la demostración***

*El razonamiento*. Según Valverde (2012), es un proceso para deducir una proposición que se llama conclusión, utilizando una serie de proposiciones que se aceptan como verdaderas llamadas *premisas*. Se clasifica en válido o inválido. Se considera como válido cuando la conclusión se deduce de las premisas mediante el uso de las reglas de inferencia lógicas, en caso contrario es inválido.

*La argumentación.* Para Vega (2012a) se entiende como la acción de argumentar, involucra a un agente quien brinda la razón de algún hecho y unos destinatarios que pueden ser reales, potenciales o, imaginarios. El término *argumentar* hace referencia a la forma en la que se da cuenta y razón de algo o alguien, ante alguien, con el propósito de lograr comprensión y aprobación. Por su parte, el *argumento* es la unidad discursiva básica en la argumentación y se puede considerar de diferentes formas en función del enfoque de la argumentación: *(1) en la argumentación discursiva*, es una acción cuyo objetivo es persuadir racionalmente al receptor y *(2) en la argumentación como producto textual de una interacción discursiva*, es un conjunto de proposiciones cuyo objetivo es mostrar que una de ellas está justificada por las restantes. Este último enfoque es el objeto predilecto del análisis lógico de la argumentación y posee tres componentes básicos: las premisas, la conclusión y el vínculo inferencial entre ellas.

*La explicación.* Su propósito es hacer evidente al público la veracidad de una proposición que ya ha sido asumida por este. No se reduce necesariamente a una secuencia deductiva y por lo general su base es el lenguaje natural (Balacheff, 2000).

*La prueba*. Se considera como una explicación que la comunidad a la cual se dirige ha reconocido y aceptado socialmente. Sin embargo, tal aceptación no es contundente, pues puede cambiar conforme avance el conocimiento sobre el que se basa. Además, la prueba no es universal, puede ser aceptada por una comunidad y rechazada por otra (Balacheff, 2000).

***Los tipos de demostraciones en Matemáticas***

Las proposiciones matemáticas, explícita o implícitamente, tienen la forma de implicación $P \Rightarrow Q$ y existen dos tipos de demostraciones para ellas: directas e indirectas (Murillo, 2010). Para realizar su demostración directa, se inicia suponiendo que $P$ es verdadera y posteriormente se debe generar una secuencia de proposiciones $R_1, R_2, \cdots, R_n$ y una secuencia de implicaciones $P \Rightarrow R_1$, $R_1 \Rightarrow R_2$, $\cdots$, $R_n \Rightarrow Q$ de forma tal que $P \Rightarrow R_1$ sea verdadera. Como $P$ es verdadera entonces por la regla de inferencia modus ponendo ponens se sigue que $R_1$ es verdadera. Luego se garantiza que $R_1 \Rightarrow R_2$ sea verdadera y como $R_1$ es verdadera por modus ponendo ponens se sigue que $R_2$ es verdadera. Se continua de esta manera hasta que al final de este proceso se garantiza que la proposición $Q$ es verdadera. En el caso de la demostración indirecta, se puede proceder de dos maneras: *(1) por contraposición*, en donde se demuestra de forma directa la proposición equivalente $\neg Q \Rightarrow \neg P$ y *(2) por reducción al absurdo*, en donde se demuestra la proposición equivalente $(P \Rightarrow Q) \vee F_0$ que a su vez, es equivalente a la proposición

$(P \wedge \neg Q) \Rightarrow F_0$, que es la que normalmente se demuestra. Para ello, se supone que $P \wedge \neg Q$ es verdadera hasta deducir una proposición contradictoria que haría el papel de $F_0$ (Bartle y Sherbert, 2004; Roberts, 2010).

***Las funciones de las demostraciones matemáticas***

La principal función atribuida a la demostración matemática ha sido la validación del conocimiento, sin embargo, en los últimos años, matemáticos y educadores matemáticos difieren de esta visión formalista (De Villiers, 1993; Hanna, 2002). Según De Villiers (1993) la demostración matemática tiene las siguientes funciones: *(1) la verificación:* permite garantizar de manera inequívoca la validez de una afirmación matemática; *(2) la explicación:* permite comprender las razones por las que una afirmación matemática es verdadera; *(3) la sistematización:* organiza diferentes resultados en un sistema deductivo que incluye axiomas, teoremas y definiciones, lo que favorece apreciar inconsistencias, comprobar y simplificar teorías matemáticas y, ofrecer una visión general sobre la temática abordada; (4) *el descubrimiento:* permite mediante la exploración y el análisis teórico, descubrir nuevos resultados que de forma intuitiva o con procesos cuasi-empíricos sería muy complejo hallar y; (5) *la comunicación:* permite divulgar los resultados a los diferentes miembros de la comunidad científica: matemáticos, profesores, alumnos, entre otros.

Para Hanna (2002) el rigor y la forma de presentar una demostración no es lo fundamental, sino el razonamiento cuidadoso en la construcción de argumentos que posibilite su revisión, con base en la claridad de las ideas expuestas. Afirma que la formalización es importante, pero de manera secundaria. Según Hanna (1995) la principal función de la demostración matemática en el ámbito educativo, es la función explicativa, por lo tanto, en el aula no debe presentarse como algo ritual que promueva una idea imprecisa de la práctica matemática, sino como una actividad educativa con significado. Para ello, el profesor de matemáticas tiene diversas y complejas tareas para con sus estudiantes: que comprendan los conceptos empleados, que conozcan los patrones de argumentación y los términos involucrados tales como suposición, conjetura, ejemplo, entre otros. Además, debe presentar la demostración como un argumento convincente, tratando de dar énfasis al rol explicativo.

**Conclusiones**

El término demostración tiene muchos significados en función del contexto en donde se ubique, puede tener un carácter informal asociado a cuestiones de la vida cotidiana en donde se alude a demostraciones de afecto, de habilidades o al funcionamiento de un objeto; o un carácter más formal referido a garantizar la validez de proposiciones. Aún en contextos formales, existen diferencias sobre lo que se acepta como una demostración: pruebas gráficas, procedimientos empíricos, pruebas por computadora y demostraciones clásicas de carácter deductivo y formal. La demostración en matemáticas puede concebirse como un proceso o razonamiento en donde se considera una secuencia de fórmulas y reglas de inferencia es, por lo tanto, un discurso codificado de manera estricta. Para demostrar, es fundamental determinar qué significa que algo sea verdadero y qué debería hacerse para garantizar la verdad, la respuesta a ambas preguntas puede depender de las reglas de inferencia lógica de predicados y de la forma sintáctica de las afirmaciones matemáticas involucradas, por lo tanto, es fundamental el conocimiento sobre los tipos de demostraciones matemáticas: las directas y las indirectas, y como se procede en cada caso (Alfaro-Carvajal, Flores-Martínez y Valverde-Soto, 2019).

Las demostraciones matemáticas tienen diversos roles, el más usual ha sido la verificación del conocimiento. Sin embargo, se considera que una de las funciones principales, tanto en las matemáticas como en la educación matemática, es la función explicativa, en la que además de verificar la validez de una afirmación, se brindan razones del porqué es válida. Según las recomendaciones curriculares a nivel internacional, como las dadas por la NCTM (2003) y las plasmadas en el programa de estudios de matemática costarricense, la demostración hace parte de la labor del profesor de matemáticas. Por ello, es razonable concluir que debe formar parte de su conocimiento especializado, particularmente, es necesario el conocimiento sobre el concepto de demostración y sus distintos significados dependiendo del contexto en donde se ubique; debe conocer los diferentes tipos de demostraciones matemáticas y cómo proceder de acuerdo al caso y además, conocer sobre las diversas funciones de la demostración, en especial, sobre las potencialidades de la función explicativa como una forma de promover la comprensión del conocimiento matemático.

## Referencias

Alfaro-Carvajal, C., Flores-Martínez, P., & Valverde-Soto, G. (2019). La demostración matemática: significado, tipos, funciones atribuidas y relevancia en el conocimiento profesional de los profesores de matemáticas. *Uniciencia*, *33*(2), 55-75. https://doi.org/10.15359/ru.33-2.5

Alvar, M. (1998). *Diccionario ideológico de la lengua española.* España, Barcelona: Biblograf, S. A.

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas. Una empresa docente*. Colombia, Bogotá: Editorial de la Universidad de los Andes. Recuperado de https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00520133/document

Bartle, R., y Sherbert, D. (2004). *Introdución al análisis matemático de una variable.* México, Ciudad de México. Editorial Limusa, S.A. de C.V.

Cabassut, R.; Conner, A.; İşçimen, F. A.; Furinghetti, F.; Jahnke, H. N. y Morselli, F. (2011). Conceptions of proof–In research and teaching. En Proof and proving in mathematics education (pp. 169-190). Dordrecht: Springer. Doi: https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6_7

Chambadal, L. (1976). *Diccionario de las matemáticas modernas*. Francia, Paris: Larousse.

Comte-Sponville, A. (2005). *Diccionario filosófico*. España, Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica, S.A.

Crespo, C., Farfán, R., y Lezama, J. (2010). Argumentaciones y demostraciones: una visión de la influencia de los escenarios socioculturales. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *13*(3), 283-306. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362010000300003

De Villiers, M. (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. *Epsilon*, *26*, 15-30. Recuperado de http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/proofb.pdf

*Diccionario ilustrado Océano de la lengua española*. (1994). España, Barcelona: OCEANO.

Garrido, M. (1991). *Lógica simbólica*. España, Madrid: Editorial Tecnos.

Godino, J. D., y Recio, Á. M. (2001). Significados institucionales de la demostración. Implicaciones para la educación matemática. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, *19*(3), 405-414. Recuperado de http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/viewFile/21763/21597

Hanna, G. (1995). Challenges to the importance of proof. *For the Learning of mathematics*, *15*(3), 42-49. Recuperado de https://pdfs.semanticscholar.org/eb5e/a4b7982e8c6ab38d8e1d50c38e6f21675e24.pdf

Hanna, G. (2002). Mathematical proof. En D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 54-61). Dordrecht: Springer. Doi https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6_1

Hanna, G., & De Villiers, M. (2011). Aspects of proof in mathematics education. En G. Hanna y M. De Villiers (Eds.), *Proof and Proving in Mathematics Education* (pp. 1-10). Dordrecht: Springer. Recuperado de https://link.springer. com/chapter/10.1007/978-94-007-2129-6_1

Hernández-Sampieri, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2014). *Metodología de la Investigación* (6.a edición). México: McGRAW-HILL.

Lin, F. L., Yang, K. L., Lo, J. J., Tsamir, P., Tirosh, D., & Stylianides, G. (2011). Teachers' professional learning of teaching proof and proving. En G. Hanna y M. De Villiers (Eds.), *Proof and proving in mathematics education* (pp. 327-346). Dordrecht: Springer. Doi https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6_14

Lucena, N. (2005). *Diccionario esencial de Matemáticas*. España, Barcelona: SPES Editorial, S.L.

Martí, I. (2003). *Diccionario enciclopédico de educación*. España, Barcelona: Grupo Editorial Ceac, S.A.

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de estudio de matemáticas I, II y III ciclos de la educación general básica y ciclo diversificado.* Costa Rica, San José: autor Recuperado de https://mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf

Murillo, M. (2010). *Introducción a la matemática discreta*. Costa Rica, Cartago. Editorial Tecnológica de Costa Rica.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2003). *Principios y estándares para la educación matemática.* Sevilla: Thales.

Patterson, C. (1950). *Los principios del pensamiento correcto: lógica.* Argentina, Buenos Aires: Editorial Americalee.

Real Academia Española. (2006). *Diccionario esencial de la lengua española*. España, Madrid: Espasa Calpe. Recuperado de http://www.rae.es/

Rico, L. (2001). *Análisis conceptual e investigación en Didáctica de la Matemática.* España: Universidad de Granada. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/523/1/RicoL01-2593.PDF

Rico, L., Fernández-Cano, A. (2013). Análisis Didáctico y metodología de investigación. En L. Rico., J. Lupiañez. y M. Molina (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*. (pp.1-22). Granada: Comares, S.L.

Roberts, C. (2010). *Introduction to mathematical proofs: a transition*. USA, New York: Chapman y Hall/CRC.

Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for research in Mathematics Education*, *38* (3), 289-321. Recuperado de http://www.jstor.org/stable/30034869?seq=1#page_scan_tab_contents

Valverde, L. (2012). *Introducción al razonamiento lógico matemático*. Costa Rica, San José: Editorial UCR.

Vega, L. (2012a). Compendio de lógica, argumentación y retórica. En L. Vega. y P. Olmos (Eds), *Argumentación*. (p.66-74). Madrid: Editorial Trotta, S.A.

Vega, L. (2012b). Compendio de lógica, argumentación y retórica. En L. Vega. y P. Olmos (Eds), *Demostración*. (p.182-184). Madrid: Editorial Trotta, S.A.

Vera, F. (1960). *Matemática: lexicón kapelusz*. Argentina, Buenos Aires: Editorial Kapeluz.