

**Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales:  
El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia**

*Difficulties faced by eighth grade students in the learning of linear equation problems at a  
high school in Heredia*

**Gilberto Chavarría Arroyo**

[gilbertochava@yahoo.com](mailto:gilbertochava@yahoo.com)

Escuela de Matemática, Universidad Nacional (UNA). Costa Rica

*Fecha de recepción del artículo: 22 de octubre de 2013.*

*Fecha de aprobación del artículo: 22 de mayo de 2014.*

**Resumen**

Se presentan los resultados de una investigación, cuyo propósito fue analizar las dificultades de estudiantes de octavo año, al aprender el tema de resolución de problemas algebraicos modelados mediante ecuaciones lineales con una incógnita. Los protagonistas fueron estudiantes con bajo rendimiento en matemática de un colegio de Heredia. La investigación se desarrolló desde el paradigma naturalista y se utilizó el estudio de caso como método, mediante un enfoque cualitativo. Se aplicaron técnicas como observaciones de clase, cuestionario a estudiantes, entrevistas no estructuradas a la docente y entrevista clínica a los educandos. Entre los datos más relevantes se destacaron las principales causas de las dificultades de los estudiantes al aprender a resolver problemas algebraicos: aspectos afectivos, deficiencia en conocimientos previos, poca comprensión relacional, fatiga, distracción, deficiencias en la lectura y mal manejo de terminología.

Palabras claves: Dificultades de aprendizaje; problemas con ecuaciones; aprendizaje matemático.

### Abstract

The current article presents the results of a study that aimed to analyze the difficulties faced by eighth grade students when learning to solve algebraic problems based on linear equations with one unknown variable. The participants were learners with low average performance in mathematics at a high school in Heredia. The research followed a naturalistic paradigm and the case study method with a qualitative approach. Different techniques like class observations, questionnaires to students, non-structured interviews to teachers and interviews to the learners were applied. The research helped to identify the main causes of difficulty when learning to solve algebraic problems. Some of the causes that were identified are affective aspects, lack of previous knowledge, poor relational understanding, fatigue, diversion, reading deficiencies and misunderstanding of terminology.

Keywords: learning difficulties; equation problems; mathematical learning.

El álgebra es una herramienta imprescindible para que los estudiantes avancen en los conocimientos matemáticos y, tal como lo expresa Esquinas (2009), su aprendizaje a menudo crea conflictos en los educandos, al tener que enfrentarse a un lenguaje nuevo y con reglas que tienden a confundir.

Muñoz y Ríos (2008) concuerdan que el paso de la aritmética al álgebra produce, en la mayoría de estudiantes, dificultades de aprendizaje, las cuales se agudizan en el tema de resolución de problemas cuando aplican ecuaciones lineales, ya que interviene un mayor análisis y no solo la repetición de un proceso mecánico. Y, precisamente, la resolución de problemas es protagónica en la mayoría de carreras universitarias, tales como ingenierías, medicina, economía, administración, por lo que se hace necesario sentar buenas bases en el colegio, para que los conocimientos adquiridos puedan ayudar al estudiante en otros ámbitos de aprendizaje. Dejar de lado la resolución de problemas es concebir el álgebra únicamente como un constructo meramente abstracto, sin aplicación aparente.

Para Sinitsky (2003), la resolución de problemas algebraicos debe verse (desde la perspectiva del educador) como una herramienta que permite acercar el álgebra al contexto

en que se desenvuelve el estudiante, y no como un tema aislado al final de la unidad. En este sentido, Cardona (2007) añade que la resolución de problemas introduce al estudiante en la modelación matemática, promoviendo la curiosidad e inventiva. Sin embargo, Bednarz y Guzmán (2000) concluyen que, en la vivencia en el aula, la resolución de problemas algebraicos se convierte en la temática de álgebra que más se le dificulta a los educandos.

Esta realidad también se reproduce en Costa Rica: las estadísticas respecto al rendimiento de los estudiantes en la resolución de problemas, en las pruebas nacionales de bachillerato, no son nada alentadoras. Según el Ministerio de Educación Pública (MEP), el 85% de estudiantes fallaron las dos preguntas relacionadas con problemas algebraicos en dichas pruebas, efectuadas en 2008.

Tanto Socas (1997) como Esquinas (2009) coinciden en que un análisis de las dificultades específicas, así como de los errores más comunes de los estudiantes en las primeras experiencias con el álgebra, pueden ayudar a buscar estrategias idóneas para subsanar los posibles problemas de enseñanza- aprendizaje de esta temática.

En este artículo se devela la necesidad de profundizar sobre la forma en que se aprovecha el error de un estudiante cuando está aprendiendo a resolver problemas algebraicos. En este aspecto, Socas (1997) indica que el error debe ser considerado como la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el estudiante y no únicamente como la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción. Estos errores son muy comunes al aprender álgebra, ya que como lo señala Esquinas (2009), el estudiante se enfrenta a un nivel de abstracción mayor y a una serie de símbolos que puede parecerle inoperable. El paso de la aritmética a la generalización algebraica va más allá de solo aprender reglas para efectuar operaciones, implica comprender lo que representan los símbolos que se están estudiando. Esta investigadora propone el siguiente ejemplo dialogado:

Profesora: Si  $m$  es un número, ¿podrías decirme cómo representas el número siguiente?

*Alumna: n.*

P: Pero  $n$  es la letra siguiente, no el número siguiente.

A: Pero si  $m$  es un número, su siguiente es la letra siguiente.

P: ¿Cómo sabes que  $n$  no representa otro número?,  $m$  y  $n$  representan números cualesquiera.

A: Porque es el siguiente a  $m$ .

Es importante analizar, si estas y otras situaciones se presentan en el contexto de aula costarricense y diagnosticar tales errores para usarlos como medio de aprendizaje, según se explica en los siguientes apartados.

### **Marco teórico**

Para abordar esta problemática, es necesario clarificar algunos temas que delimitan el aprendizaje de la resolución de problemas algebraicos. Para tal fin, se presenta a continuación un resumen con los principales fundamentos teóricos y conceptuales que sirvieron de marco en el desarrollo de esta investigación.

### ***Dificultades en el aprendizaje de la matemática***

Para Hernández y Moreno (2001), las dificultades en el aprendizaje de la matemática, se consideran como las dificultades significativas en el desarrollo de las habilidades relacionadas con la Matemática, las cuales no necesariamente son ocasionadas por problemas serios de salud mental. Socas (1997) señala que las dificultades en el aprendizaje de la matemática no se reducen a los estudiantes menos capaces para trabajar en esta materia, puesto que casi todos los educandos, en algún momento, tienen dificultades para adquirir el conocimiento matemático. Este investigador agrupa la naturaleza (origen) de dichas dificultades en cinco categorías: complejidad de los objetos matemáticos, los procesos de pensamiento matemático, los procesos de enseñanza, los procesos de cognición

de los estudiantes y las dificultades asociadas a la actitud afectiva y emocional hacia la matemática. Sobre esta última, Legg y Locker (2009) explican que la actitud y ansiedad hacia la matemática influyen en los procesos metacognitivos del estudiantado y Sachin (2006) establece que estas actitudes pueden ser alimentadas de manera positiva o negativa, según el papel del profesor en las experiencias de aprendizaje, las estrategias de regulación y el manejo de recursos.

Por otra parte, Hernández y Moreno (2001), en su tesis de Maestría en Educación, identificaron otros factores que inciden en los problemas de aprendizaje de la matemática, tales como factores socioeconómicos, políticos y culturales.

### ***Efectos de las dificultades en el aprendizaje de la matemática***

Existen diversas dificultades que pueden afectar en el aprendizaje de la matemática. García (1998) clasifica por áreas estas dificultades. Incluye la atención selectiva, donde el estudiante solo se motiva para realizar ciertas actividades y, en lapsos breves, puesto que se distraen con facilidad; la impulsividad, por la cual los educandos actúan muchas veces sin prever las consecuencias y la inconsistencia. Cada una de estas dificultades tiene sus efectos en el aprendizaje de la matemática, por lo cual el docente debe buscar estrategias metodológicas para mermar sus consecuencias.

Los estudiantes con atención selectiva se distraen por estímulos irrelevantes y se fatigan cuando intentan concentrarse. Estos aspectos deben ser considerados a la hora de asignar trabajos, por ejemplo, dar pequeños momentos de descanso. Los estudiantes impulsivos, por su parte, al trabajar demasiado rápido, pueden llegar a cometer muchos errores por descuido, tales como cálculos imprecisos u omisión de símbolos, por lo que es conveniente supervisar constantemente su trabajo y enseñarles a leer cuidadosamente los ejercicios. En el tema de resolución de problemas algebraicos, la mediación del docente es crucial, pues los ejercicios presentan muchos datos que pueden ser omitidos por estudiantes con estas características. Más que enseñar matemática, el profesor también puede contribuir a desarrollar la comprensión lectora, para que el educando logre identificar los aspectos más importantes del problema.

García (1998) explica que cuando existen dificultades en el área de la lectura, los estudiantes tienden a manifestar problemas en la adquisición del vocabulario matemático y

confunden términos (como imagen y preimagen, máximo común divisor y mínimo común múltiplo, congruencia y semejanza, entre otros) y se les dificulta distinguir entre un dato necesario y aquellos que son solo contextualizaciones de un problema. La investigadora añade que a los estudiantes con problemas de memoria se les dificulta aprender algoritmos, se olvidan fácilmente aspectos más teóricos, tales como definiciones o características de un ente matemático. Muchos de ellos tienen problemas para memorizar las tablas de multiplicar. En casos como estos, a veces se sugiere proporcionar por escrito las fórmulas y permitir el uso de la calculadora; sin embargo, estos recursos deben ser analizados cuidadosamente, pues como dice Frade (2009), la memorización también debe ser ejercitada.

Cada una de estas dificultades y otras que pueden ser presentadas por los estudiantes necesitan ser conocidas por el docente, para que implemente las estrategias metodológicas más apropiadas para disminuir el impacto en el aprendizaje de la matemática. Aunque son recomendaciones aplicadas en el tema de álgebra, también pueden ser trasladadas a otros contenidos de la disciplina.

### ***Errores en el aprendizaje de la matemática***

De manera más puntual, Rico (1995) y Socas (1997) sugieren la valoración de los errores matemáticos, en los que inciden los estudiantes, como un diagnóstico oportuno para conocer el pensamiento matemático que ejercen al enfrentarse a un ejercicio. Estos autores expresan que el error es parte importante en el aprendizaje de la matemática y constituye un elemento estable en dicho proceso. Estos errores pueden advertir al docente de posibles deficiencias y problemas en el aprendizaje matemático.

Socas (1997), por su parte, señala que un conocimiento de los errores básicos es de suma importancia para el docente, ya que le ayuda a comprender la forma en que sus estudiantes interpretan los problemas matemáticos. Al respecto, el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP, 2002), en el Programa para el Tercer Ciclo, indica que:

Vale la pena rescatar el aprendizaje a través de los errores. En ese sentido, se sugiere al docente indicar dónde se encuentran errores en el procedimiento que el educando sigue para resolver un ejercicio, y que sea el mismo estudiante o

sus compañeros quienes descubran la naturaleza y justificación de ese error y lo corrijan.

Cuando un estudiante logra detectar errores, está aprendiendo. Los exámenes o pruebas no solamente deben servir para medir conocimientos, sino para evaluar, corregir y aprender. (Ministerio de Educación Pública, 2002, p. 16)

Lo anterior sugiere un buen diagnóstico por parte del docente, ya que incluso los estudiantes con buenas calificaciones en matemática pueden tener vacíos conceptuales serios, que llegarán a dificultar el aprendizaje de temas posteriores.

Socas (1997) explica que los errores que cometen los estudiantes pueden ser identificados en tres vertientes: los que tienen origen en un obstáculo, los que provienen por la ausencia de sentido y aquellos que surgen de las actitudes afectivas y emocionales. Este mismo autor, ejemplifica estas tres causales de errores, dentro del área del álgebra.

En la ausencia de sentido, indica que errores de aritmética se trasladan al álgebra; por ejemplo, en una suma de fracciones, el estudiante equivocadamente suma los denominadores, entonces ese error lo lleva también a operaciones algebraicas. También recalca los errores de procedimiento, en los cuales una regla la adaptan a otras operaciones algebraicas donde el resultado no es válido. Asimismo indica que el lenguaje simbólico del álgebra produce errores en algunos estudiantes. Da como ejemplo el signo de igual (=) que en aritmética indica una pregunta, es decir, se escribe con el fin de que se dé el resultado de la operación, pero en álgebra representa parte de una ecuación.

Respecto a las actitudes afectivas y emocionales, el autor indica que desde la escuela se les menciona que las operaciones serán mucho más complejas cuando las combinen con “letras”, esto supone una predisposición para aprender álgebra.

Como plan de acción para utilizar correctamente la información sobre los errores que cometen los estudiantes al aprender matemática, Socas (1997) propone asegurar que los objetos matemáticos del sistema antiguo de signos no presenten dificultades, evitar signos complejos innecesarios, no precipitar el aprendizaje de un nuevo objeto matemático si

todavía el estudiante no está preparado y asegurar que los diferentes sentidos de un objeto matemático están claramente especificados.

En síntesis, en el aprendizaje de la matemática intervienen múltiples factores, algunos comunes a otras áreas del saber; pero también los propios, que dependen en gran medida de los entes abstractos que se estudian en esta disciplina.

### ***Resolución de problemas algebraicos en la enseñanza de la matemática***

El abordaje de la resolución de problemas modelados mediante ecuaciones lineales con una incógnita está inmerso dentro de una serie de contenidos matemáticos que se desarrollan en el Tercer Ciclo de la Educación General Básica, en Costa Rica; y corresponde a una necesidad universal de desarrollar la lógica y destrezas matemáticas. Al respecto, el Ministerio de Educación Pública, refiriéndose a la enseñanza de la Matemática acota que:

...deben ponerse en relieve las calidades de la formación matemática como mecanismo indispensable para el desarrollo de las capacidades analíticas, lógicas, de síntesis y criticidad cognoscitivas, del razonamiento inductivo y la abstracción. La formación matemática debe verse como un gran instrumento para dotar a nuestros ciudadanos de los medios para permitir la construcción y reconstrucción teórica de la realidad física y social; un medio para fortalecer en las nuevas generaciones el pensamiento abstracto y riguroso y la independencia de criterio, premisas centrales para la realización plena de los individuos material y espiritualmente. (Ministerio de Educación Pública, 2002, p. 12)

El desarrollo del tema de problemas algebraicos propicia la consolidación de estos objetivos planteados por el MEP y por los cuales se enseña Matemática en Costa Rica. Es una oportunidad para aplicar los contenidos matemáticos en situaciones de la cotidianeidad y una fuente motivadora que permite al estudiante resolver retos de una manera lógica. Tal como lo expresa el MEP (2002), este contenido puede ayudar al docente a incorporar los ejes transversales, al proporcionar problemas relacionados con la conservación del medio ambiente, sexualidad y salud. Es conveniente, entonces, escoger o crear problemas que provengan de la propia cultura y que respondan a necesidades reales, y no solo reproducir ejercicios de libros que quizá tienen un lenguaje poco conocido por los educandos.



Aunado a lo anterior, Villalobos (2008) indica que con la resolución de problemas se busca enfatizar en procesos de pensamiento y análisis, que vayan más allá de la operatoria de algoritmos repetitivos, así como promover en los estudiantes la autonomía, el reconocimiento de múltiples soluciones y el uso de conocimientos previos.

Por tanto, desarrollar el tema de resolución de problemas plantea una oportunidad al docente de crear estrategias novedosas, llamativas y contextualizadas, con el fin de motivar al estudiante en el aprendizaje de la matemática.

### **Metodología**

Con el propósito de analizar los factores que inciden en las dificultades para aprender el tema de problemas con ecuaciones lineales, se efectuó una investigación ubicada dentro del paradigma naturalista, con un enfoque cualitativo, el cual posee un propósito de exploración descriptiva (Mc Millan y Schumacher, 2008).

Dentro de este enfoque investigativo, se aplicó el método de estudio de caso grupal. Este método, según Bogdan y Biklen (2003), es un examen detallado de una escena, un asunto, un depositario de documentos o un evento particular. Este método fue muy apropiado para conocer las causas de las dificultades de aprendizaje de estudiantes en el tema de resolución de problemas algebraicos, pues permitió un análisis más a profundidad.

### ***Población y muestra***

La investigación se realizó en una institución educativa privada con apoyo estatal, en el tercer ciclo, correspondiente a secundaria. Para este efecto, se seleccionó un grupo de octavo nivel, dentro del cual se consideraron seis estudiantes para el estudio de caso. Para ello, se tomó en cuenta: sus calificaciones previas en matemática, su calificación en el último examen de álgebra y el criterio de la docente. Los estudiantes con menor puntaje fueron quienes protagonizaron el estudio. Para salvaguardar la identidad de los participantes, en este artículo se usarán los siguientes pseudónimos: Fabián, Esteban, Camila, Luis, Paula y Nicole. La docente del grupo escogido también fue fuente importante de información.

### ***Técnicas de recolección de datos***

Para dar respuesta al problema de estudio, se usaron diferentes técnicas de recolección de información, como el estudio de documentos, la observación y la entrevista. Mediante la observación se exploró el contexto de los jóvenes con dificultades en el aprendizaje de la matemática, dentro de la clase de resolución de problemas algebraicos resueltos con ecuaciones lineales. Por otra parte, con el fin de conocer su opinión con respecto a las posibles causas de las dificultades de los estudiantes al aprender álgebra, se entrevistó a la docente de matemática.

Además, a los estudiantes se les aplicó el cuestionario denominado “*Cuestionario de interrelación cognición y afecto*”, en el cual los participantes expresaron sus inquietudes y concepciones sobre el álgebra y las lecciones en las que se imparte. El instrumento contó con diez oraciones incompletas relacionadas con estos tópicos.

Otra técnica utilizada fue la entrevista clínica. Esta es una forma natural de construir explicaciones sobre cómo aprenden matemática los estudiantes. Según la teoría de Novak y Gowin (1988), la entrevista clínica informa de lo que un alumno tiene en su estructura cognitiva, con respecto a un conocimiento (contenidos conceptuales y procedimentales), y permite que afloren, con claridad, las actitudes y disposiciones del entrevistado. Cada entrevista fue individual. En ella se presentaron a los estudiantes, por escrito, una serie de problemas contextualizados para ser resueltos y verbalizados por ellos. Con esta técnica fue posible explorar los principales errores cometidos por los participantes al realizar problemas algebraicos donde intervienen ecuaciones lineales (en anexo 1 se presentan los problemas).

### ***Captura y análisis de datos***

Para el análisis de los datos se usó la comparación constante y la triangulación. Con la comparación constante se identificaron las características que distinguen una categoría de otra, bien sea por afinidad o por diferencia. La triangulación se utilizó para fortalecer la validez del análisis, tal como lo describe Denzin (1989). Esta se llevó a cabo entre técnicas, participantes, y teoría – técnica, con el fin de detectar tendencias y contrarrestar opiniones,

para así llegar a conclusiones bien fundamentadas y que representaran las perspectivas de los participantes.

## **Análisis de los resultados**

### ***Factores afectivos que interfieren en el aprendizaje de la resolución de problemas algebraicos***

Para efectos de esta investigación, se consideran, como factores afectivos, aquellos indicadores de índole motivacional que pueden interferir positivamente o de manera negativa en el aprendizaje de la matemática y, particularmente, en la resolución de problemas algebraicos.

Hubo estudiantes que se indisponían antes de enfrentarse a los ejercicios que propone la docente el primer día. Con una expresión de Paula se ilustra esto: “A mí siempre me ha costado la mate”.

Un ejemplo claro de cómo influye la motivación en el desempeño académico se evidenció con Fabián. El primer día de observaciones, entró muy tarde a clase y no se ubicó en su pupitre. La docente le llama la atención fuertemente delante del grupo, recordándole varias acciones incorrectas que él había cometido en clases anteriores. El joven se sienta y coloca su cabeza sobre el pupitre y simula dormir. Durante toda la clase, no puso atención. La misma conducta la repite en dos oportunidades más. En una quinta clase, está más dispuesto, pone atención a la clase, realiza las fichas de trabajo que puso la docente; aún más, se acerca a ella para mostrarle que ha trabajado en la casa y que adelantó los problemas algebraicos.

A pesar de que Fabián ya se siente más motivado para aprender, no domina la materia que vieron en las clases anteriores; razón por la cual, aún cuando sus compañeros ya manejan términos esenciales para resolver problemas, este estudiante todavía no logra diferenciar entre la tercera parte de un número y el triple del mismo, por ejemplo. Sin embargo, en el momento en el cual se aplicó la entrevista clínica (unas dos semanas después de las observaciones), el joven logró plantear la mayoría de los problemas sin

dificultad. Él expresó que en el aula se siente desaminado, pues constantemente lo regañan, ya que cuando no entiende se distrae y conversa con los compañeros.

Llama la atención que antes de empezar el tema de resolución de problemas se escucharon expresiones tales como “me han dicho que esto es muy difícil” o “dicen que esto sí es rudo”. En efecto, estas frases coinciden con lo que se pudo apreciar en el cuestionario aplicado. Al preguntar sobre qué es lo primero que piensan al escuchar la palabra álgebra, las respuestas fueron homogéneas en su idea fundamental: “aburrimiento”, “miedo”, “susto”. Las respuestas de temor fueron más marcadas en las mujeres, mientras que los varones optaron por señalar pereza y aburrimiento. Solamente Fabián dijo que, al pensar en álgebra, simplemente procesa rápidamente la información que se le proporciona en el cerebro. Este estudiante fue muy positivo en sus respuestas; sin embargo, esto no coincidió con su actuar en la clase.

El temor también está presente cuando los estudiantes se enfrentan a un problema algebraico. Por ejemplo, Paula comenta que cuando va a resolver un problema se pone nerviosa y se “bloquea” (es decir, no puede continuar). Ella se indispone con la clase y, según indica, es porque desde la escuela se le dificulta la matemática. Nicole, Luis y Esteban indican, antes de hacer los problemas, que tendrán todo malo, pues siempre tienen errores en el aula, al resolver ejercicios similares.

A pesar de que se puede inferir la desmotivación, como un factor que incrementa las dificultades para aprender a resolver problemas algebraicos, no es propiamente el tema como tal el foco causante de desinterés. Los mismos estudiantes aclaran que cuando entienden un problema se sienten felices y muy “realizados”, ya que logran hacer solos un ejercicio. De tal forma que, cuando el estudiante no entiende un problema algebraico se desmotiva y, a su vez, esa desmotivación interfiere negativamente para seguir su aprendizaje. Esto muestra un círculo entre motivación y aprendizaje.

En contraste con las percepciones anteriores, al pedir a los estudiantes que completaran la frase “aprender álgebra es para mí...”, dieron respuestas muy positivas, tales como “divertido aunque a la vez complicado”, “muy importante para el futuro”, “una forma de ponernos a analizar cosas”.

### ***Abordaje descontextualizado de la resolución de problemas algebraicos***

La resolución de problemas modelados mediante ecuaciones lineales es uno de los contenidos de octavo nivel que permiten aplicar el álgebra a situaciones cercanas a la realidad del estudiante y posibilita presentar esta área de la matemática de manera un poco menos abstracta (MEP, 2002); no obstante, el libro de texto que usa la docente y las fichas de trabajo que proporciona a los estudiantes presentan problemas ajenos al contexto en que los jóvenes se desenvuelven.

Los estudiantes percibían esa lejanía del álgebra con la realidad y expresaban, en el aula, una apatía por el tema de resolución de problemas algebraicos. Esto se evidenció en los comentarios de varios de ellos, donde indicaban que nada de lo que estaban aprendiendo les serviría para el futuro.

Contextualizar los problemas algebraicos demostró no solo ser una manera de motivar al estudiante, sino también de verificar si los análisis y respuestas efectuados eran correctos. Para ejemplificar esta afirmación, se presenta el caso de Paula, a quien se le propuso una serie de problemas en una entrevista clínica. En el problema 1 se le pedía determinar el número de pin para encender un celular. Los jóvenes están inmersos en toda esta cultura tecnológica, por lo cual el ejercicio le fue cercano a su realidad. A pesar de que el texto en el problema era extenso, fácilmente logró determinar los datos que eran necesarios para plantear la ecuación que le llevaría a resolverlo. La joven logra determinar la ecuación y procede a resolverla; sin embargo, como dato interesante, en el momento de efectuar  $\frac{2132}{2}$  escribe como resultado 166. Al principio esto parecía solo un indicador de que hay deficiencias en el manejo de conocimientos previos (en este caso, con la división); no obstante, la entrevista arrojó un resultado menos esperado: cuando vio que la respuesta daba 166, la estudiante dudó de que estuviera correcto y expresó: “algo anda mal, no tiene sentido, porque el pin de un celular es de cuatro cifras”. Revisó la división y, sin ninguna guía del entrevistador, logró dar con la respuesta correcta.

Situación similar sucedió con Luis, quien cometió un error con un signo en la resolución de la ecuación de ese mismo problema y se percató del error, porque la respuesta

daba un número con tres cifras, lo cual era incoherente con la cantidad de cifras que él sabe tiene un pin.

La figura 1 muestra la resolución efectuada por Paula:

Datos:  
X=número buscado

Planteo/Resolución:  
 $4x - 1200 = 2x + 932$   
 $4x - 2x = 932 + 1200$   
 $2x = 2132$   
 $x = 2132 / 2$   
 $x = 1066$

1200  
+ 932  
-----  
2132

2132 / 2  
2      1066  
--  
0 132  
  12  
  --  
  0

Figura 1. Uso del contexto en la resolución de un problema. Tomado del propio estudio.

Fabián, por su parte, fue quien se mostró más motivado por los problemas contextualizados, a tal punto que cuando se le presentó el problema 1, expresó: “*esto sí está bueno*”. Aclaró que él desearía que los problemas que se desarrollaban en la clase fueran como los de la entrevista clínica, pues presentaban un reto y eran más interesantes. Además, afirmó que es más fácil verificar si las respuestas son correctas, ya que deben dar valores que concuerden con la realidad.

Esteban compartió la motivación de Fabián, aún cuando las expectativas de la docente eran que él no se iba a tomar en serio la entrevista clínica. A pesar de que al inicio, al darse cuenta de que debía resolver problemas, él frunció el rostro e indicó que ese “no era su fuerte”, luego se mostró muy animado, especialmente porque se enteró de que el investigador fue quien inventó las situaciones de dichos problemas y que, por ejemplo, en el ejercicio de la edad del profesor, el resultado sí correspondía a la edad real. Incluso, consulta al investigador si el problema da realmente la edad, al respondersele afirmativamente, el estudiante expresa en un lenguaje muy propio de los jóvenes: “*qué*

*rajado, ahora es que lo pienso más para no quedarme con el clavo”*; y lo intentó nuevamente.

Los estudiantes lograron analizar la respuesta obtenida, según el contexto del problema, como una forma de verificar si el planteamiento de la ecuación y su resolución son correctos. Por ejemplo, en el problema 5 se pide hallar la cantidad de gallinas, patos y cabras, por lo que los jóvenes sabían que la respuesta debía ser entera. Fabián, por su parte, muestra dominio en las leyes de divisibilidad, pues al averiguar el valor de la variable, en su ecuación obtiene  $x = \frac{336}{7}$ , por lo que aclara: “espero que 336 sea múltiplo de 7, si no está malo”. Un comentario similar hizo Paula en ese mismo problema.

Para responder ante tales dificultades, Hernández y Moreno (2001), González y Nuñez (1998) y Socas (1997) sugieren relacionar, en lo posible, los contenidos matemáticos con situaciones significativas para los estudiantes; incrementar progresivamente el nivel de abstracción del contenido matemático, según el ritmo de aprendizaje del educando; guiar y supervisar a los estudiantes en la traducción entre lenguaje verbal y códigos matemáticos, hasta que estos puedan realizarlos con propiedad, y motivar a aquellos que no están interesados en la matemática.

### ***Escasa interrelación entre conceptos matemáticos y contenidos previos***

Mediante algunos problemas presentados a los participantes y observaciones realizadas en las clases de matemática, se logró apreciar que varios de los estudiantes no interrelacionan los contenidos matemáticos aprendidos y tienen vacíos conceptuales sobre contenidos que tuvieron que ser aprendidos en la escuela y séptimo nivel. Se puede concluir que aprendieron de memoria determinados procesos, pero sin analizar realmente el razonamiento que cada problema conllevaba para su resolución. Esta situación es señalada claramente por Skemp (1978), quien expresa que la mayoría de estudiantes tiene una comprensión instrumental de la matemática, pero presentan dificultades al comprender la matemática relacional.

Este argumento se comprobó en las observaciones, donde quedó en evidencia que hay estudiantes que no dominan terminología matemática, que debió ser aprendida en la

escuela. Por ejemplo, Luis no lograba resolver un problema, porque no conocía el significado de aumentado; Camila, por su parte, no sabía si disminuir equivalía a restar o dividir dos cantidades. Evidentemente, a un estudiante con estos vacíos conceptuales se le dificultará aún más el resolver problemas algebraicos.

En la misma línea, la docente pone dos frases para ser traducidas: “un número disminuido en dos” y “un número disminuido de tres”. A pesar de la diferencia entre ambas expresiones, solo un estudiante se percató de que los significados eran diferentes; sin embargo, indica no saber en qué radica tal diferencia. El resto del grupo opta por contestar  $x - 2$  y  $x - 3$  respectivamente.

Otras muestras de la dificultad que tienen los estudiantes para aplicar los conocimientos de números racionales al nuevo tema se presentaron con términos como “veces”, pues muchos estudiantes lo asociaron con potencias. Por ejemplo, Luis se excusa, diciendo que la confusión se dio porque él recordó que una potencia es multiplicar “*n veces*” un número.

Al respecto, la docente expresa en la entrevista que precisamente el contenido de resolución de problemas es el tema de álgebra en el que los estudiantes presentan más dificultades, especialmente porque tienen un lenguaje muy pobre que no les permite trasladar una oración cotidiana a una forma algebraica. La profesora agrega que el tema de resolución de problemas está bien ubicado en octavo nivel, pues ya los estudiantes deben tener todas las bases para poder aprender este nuevo tópico.

Lo expresado por la docente se confirma en las observaciones, ya que una de las mayores dificultades para casi todo el grupo fue expresar, mediante lenguaje algebraico, dos números consecutivos. Tal como lo señala Socas (1997), la matemática tiene su propio lenguaje y, en ocasiones, tiene diferencias con nuestro lenguaje cotidiano. Esto se evidenció cuando la docente explicaba en la pizarra sobre dos números consecutivos (ya que ningún estudiante lograba expresar simbólicamente dicha frase). Ella designa como primer número el “a” y consulta cuál debe ser su consecutivo, los estudiantes en coro dicen “b”. La docente recurre, entonces, a dar ejemplos concretos de números consecutivos, hasta que los estudiantes deducen que el consecutivo de “a” es “a + 1”.



Con respecto a los contenidos previos, los estudiantes en primaria y séptimo nivel deben aprender a resolver operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), y las tablas de multiplicar son evaluadas desde tercer grado. Sin embargo, mediante las observaciones y la entrevista clínica, se logró verificar que, en algunas ocasiones, los estudiantes cometen errores al realizar dichas operaciones, ya sea por descuido o porque definitivamente no saben operar, como en el caso de dividir.

Todos los estudiantes que participaron en las entrevistas clínicas tuvieron al menos un error al efectuar una operación básica: Nicole suma incorrectamente  $1200 + 932$  (pone como respuesta 268, es decir, resta en lugar de sumar); Fabián resuelve  $336 \div 7 = 48$ , Esteban y Paula efectúan incorrectamente la división  $2\ 132 \div 2$  y dan como respuesta 166, para citar unos ejemplos. Por su parte, en el problema 1, Luis expresa una cantidad incorrectamente, al escribir, mediante números, mil doscientos, coloca 2200. Muchos de estos errores pueden ser causa de vacíos conceptuales, pero también, por falta de concentración, pues en casi todos los casos los estudiantes logran identificar sus errores y los corrigen.

Las tablas de multiplicar son también uno de los obstáculos mayores de los estudiantes al resolver las ecuaciones. Cada vez que debían hacer alguna multiplicación se mostraban inseguros, contaban disimuladamente con los dedos y consultaban si la respuesta era correcta.

La estudiante que más errores cometió, al no dominar contenidos previos, fue Camila. En la figura que se adjunta, se muestran tres de estos: confundir doble con cuadrado, sumar términos no semejantes y no hacer un adecuado cambio de signo al resolver una ecuación.

$$4x - 1200 = (x + 932)^2$$
$$4x - 1200 = x^2 + 1864$$
$$4x - x^2 = 1864 + 1200$$
$$3x = 3064$$
$$x = \frac{3064}{3}$$

el  $\pi$  es  $\frac{3064}{3}$

$$\begin{array}{r} 932 \\ 932 \\ \hline 1864 \\ +1200 \\ \hline 3064 \end{array}$$

Figura 2. Errores por no dominar contenidos previos. Tomado del propio estudio.

### ***Inseguridad de los estudiantes al resolver ejercicios atípicos***

En varias ocasiones, los estudiantes participantes resolvieron correctamente los ejercicios propuestos en el aula de matemática. Sin embargo, mostraban mucha inseguridad en los procesos realizados, constantemente usaban frases como “no creo que esté bien”, “creo que está mal”, “no voy a poder resolverlo”.

Los estudiantes manifestaban agrado cuando resolvían un ejercicio más típico o repetitivo, pero se sentían intimidados con aquellos en los que hay que razonar un poco más. Esto se mostró durante el desarrollo de la entrevista clínica: los momentos en que los estudiantes mostraban mayor inseguridad era cuando se les presentaban problemas diferentes a los vistos en clase, estos son los que se refieren a la edad de un profesor (problema 3) y el de la cantidad de billetes (problema 4). En estos casos, ellos daban muestras corporales de inseguridad, tales como tocarse la cabeza y mover mucho las piernas. Fabián, por ejemplo, se estresaba y solicitaba tiempo para razonar. Luis se disculpaba por no poder realizarlos.

En general, cuando se guiaba a los estudiantes y se les cuestionaba, ellos mostraban más seguridad en el proceso y lograban resolver el ejercicio planteado, o por lo menos, se motivaban a intentarlo.

Ningún estudiante logró contestar correctamente el problema 4, en el cual se necesitaba plantear en una misma ecuación, los datos sobre la cantidad de billetes y el valor de estos. En este ejercicio, fueron evidentes las muestras de ansiedad de los jóvenes. Solo Fabián intentó hacer un razonamiento escrito, pero no usando ecuaciones, sino haciendo pruebas numéricas para verificar cuál resultado concordaba con el problema. El estudiante indicó que se le dificultaba explicar la manera en que estaba abordando el problema.

El problema 3, con el cual los estudiantes podían averiguar la edad del investigador, capturó el interés de los participantes. Los estudiantes intentaron resolverlo, pero en general, tuvieron dificultad en plasmar en la ecuación el dato que correspondía a 8 años atrás. Tal es el caso de Fabián, que indicó que no era necesaria la información relacionada con la frase “hace ocho años”; sin embargo, se dio cuenta de su error, al dar una edad muy baja. Este joven tardó alrededor de 20 minutos en este ejercicio, pues deseaba conocer la edad del entrevistador; así, el ejercicio resultó muy motivador para él, a pesar de que no logró resolverlo correctamente.

Curiosamente, el estudiante Luis consultó antes de llegar al problema 4 sobre la edad del entrevistador, cuando se dio cuenta de que con el problema podía dar con la edad, se esforzó por resolverlo. Al iniciar dijo: “*me imagino lo difícil del problema, pues así no sabré su edad*”. A pesar de que en la clase Luis presenta dificultades para resolver los ejercicios que se le asignan, fue quien más cerca estuvo de resolver el problema 4, muy probablemente motivado obtener la respuesta. Su error radicó en que no restó los ocho años a la edad del hermano que aparece en el problema. La figura 3 muestra la evidencia.

D:  $x$  edad de profe  
Edad del hermano es  $2x + 10$   
~~hace~~  $x - 8$  era el triple de la de él menos uno

~~Problema 3~~  
P:  $x - 2x + 10 = (x - 8)3x - 1$   
Q:  $x - 2x + 10 = 3(x - 8) - 1$   
 $x^2 - 2x + 10 = 3x - 24 - 1$   
 $x - 2x - 3x = -24 - 1 - 10$   
 $x - 5x = -25 - 10$   
 $-4x = -35$   
 $x = \frac{-35}{-4}$   
 $x = \frac{35}{4}$

Figura 3. Problema resuelto por Luis sobre la edad el entrevistador. Tomado del propio estudio.

En este caso, Luis se desalienta porque la respuesta le da en fracción, razón por la cual considera que está errónea la respuesta.

Otro dato importante, obtenido en las entrevistas clínicas, es con respecto al problema 6. Es un ejercicio donde se necesita un planteo sencillo para su resolución; pero que contiene un dato que no se necesita. Se solicitan las edades de dos personas (Roberta y Juana) y se les brinda como dato adicional la edad de Ana. Todos los participantes relevaron el ejercicio, con el fin de ubicar la edad de Ana en alguna parte del planteo. Incluso, Fabián indicó que el problema estaba malo. Por su parte, Nicole expresó que había una trampa en el problema, y Paula consultó para qué necesitaba el dato de Ana. Esteban, en un primer intento, sumó los 25 años de Ana en el planteo, pero al darle una respuesta negativa, eliminó ese dato. La figura 4 muestra la resolución del problema 6 por parte de Esteban.

Ana = 25 años

Juana  
Roberta } cercanas

Juana = triple de Roberta

La resta  
de las  
edad Juana y Roberta  
= 48

$$3x - x = 48$$

$$25 + 3x - x = 48$$

Ana = 25  
Juana = 3x  
Roberta = x

$$2x = \frac{48}{2} = 24$$

$$x = \frac{48}{2} = 24$$

Figura 4. Resolución del problema 6 por parte de Esteban. Tomado del propio estudio.

Al indagar en las entrevistas, los estudiantes aseguraron que en todo problema que han resuelto, los datos se usan en su totalidad, y que si sobra información, es un indicio de que están haciendo algo incorrecto. Esto muestra lo poco contextualizada que se presenta la matemática en el aula, en contraposición a la vida real, donde los jóvenes estarán frente a situaciones donde mucha información es innecesaria.

### ***El error y mediación pedagógica como parte del aprendizaje***

Tanto en las observaciones de clase, como en las entrevistas clínicas, se lograron identificar formas mediante las cuales se utilizó el error como medio de aprendizaje y no como castigo o frustración.

La docente usa los errores que cometen los estudiantes para explicar o ampliar el tema que se está desarrollando; por ejemplo, cuando en una ocasión, un estudiante contestó que el doble de un número aumentado en diez se expresaba  $2(x + 10)$ , la educadora aprovechó esa confusión para que, de manera participativa, los estudiantes lograran analizar la diferencia entre  $2(x + 10)$  y  $2x + 10$ . De forma similar, en un ejercicio se pide al estudiante que escriba la tercera parte de un número aumentado en cuatro, a lo que Luis contesta  $\frac{x+4}{3}$ . La docente cuestiona al grupo de tal modo que ellos puedan construir una frase para expresar lo que dijo Luis y así descubrir el error. Solo cuatro estudiantes se atreven a sugerir posibles respuestas; no obstante, la mayoría sí intenta analizar la situación. La profesora corrige sin ridiculizar: cuando un estudiante contesta erróneamente, ella usa frases como “será correcto, ustedes que opinan, analicemos de nuevo”.

Esta mediación pedagógica ha ayudado al estudiante a fortalecer competencias metacognitivas, es decir, autoevaluar su aprendizaje en el tema de resolución de problemas. Esto se constató en las entrevistas clínicas, por ejemplo, Fabián, al revisar la respuesta del problema 2, se dio cuenta de que había cometido algún error y procedió a buscarlo, hasta dar con él. Similar sucedió con Nicole, quien al hacer un problema de edades le da un resultado negativo, y busca el error en su resolución, pues al estar contextualizado el ejercicio, analiza que la edad no puede quedar así. La misma joven en el problema 3

expresa: “*me quedé sin variable, algo malo tengo*” y vuelve a leer el ejercicio para buscar el error cometido.

Lamentablemente, cuando la docente utiliza los errores de los estudiantes para entablar una discusión y análisis, eran pocos los estudiantes que aprovechaban este espacio, los demás tendían a dispersarse.

### ***Aprendizaje y diversidad***

En el estudio de caso, con tan solo seis participantes, se logró apreciar diferencias muy marcadas entre ellos, con respecto a la manera en que aprenden a resolver problemas. La diversidad fue la norma.

Fabián es quien analiza más rápidamente los problemas planteados y el que más motivado se muestra en la entrevista clínica. No obstante, en la clase pasa distraído y no trabaja todos los ejercicios que propone la docente. Tiene dificultades con las tablas de multiplicar.

Paula y Nicole son las más inseguras; Paula entabla mayor comunicación con la docente y evacua sus dudas; mientras, Nicole no se atreve a hacer preguntas a la profesora, pues dice que más bien la explicación de la docente la enreda.

Luis es quien utiliza más tiempo para resolver un ejercicio. Así, un problema que un examen está propuesto para seis minutos, él lo efectúa en quince. En la entrevista se le plantea la idea de solicitar una adecuación curricular no significativa, con la cual obtendría tiempo adicional para hacer las pruebas de matemática; pero responde que le da vergüenza, pues: “*los compañeros pensarán que yo soy un tonto*”.

Camila se distrae mucho en clase y no resuelve los ejercicios; sin embargo, estudia mucho en la casa y logra buenas calificaciones. En la entrevista clínica, fue quien se mostró más seria y la única estudiante que no verificaba si los resultados obtenidos era coherentes con lo que se le solicitaba. Para citar un ejemplo, en el problema 5 de la granja, hay 84 animales y ella da como respuesta que existen 42 gallinas, 21 patos y 42 cabras, donde evidentemente la sumatoria es mayor que la totalidad que dice el ejercicio.

Esteban expresa constantemente que la matemática no es su fuerte, pocas veces pone atención o consulta a la docente. Se apoya en sus compañeros, quienes no le explican sino que le dan las respuestas. El joven ha tenido serios problemas de conducta y ha sido amonestado por la docente; sin embargo, estuvo muy motivado en la entrevista clínica, en la cual indicó que cuando no puede hacer un problema algebraico, opta por ver hacia la ventana o crear logos y dibujos para distraerse, mientras espera un poco para volver a intentarlo; pero que la docente cree que es que no quiere trabajar. Agrega que en el examen le sucede lo mismo y, por eso, a veces no le da el tiempo para terminarlo.

## **Conclusiones**

A partir del análisis e interpretación de datos, emergieron resultados relevantes que responden a los objetivos de este estudio y, por consiguiente, a la pregunta de investigación.

El abordaje poco contextualizado de los problemas que se resuelven con ecuaciones lineales resultó ser un factor influyente en las dificultades de aprendizaje que mostraron los estudiantes. Los problemas propuestos por la docente de matemática eran ajenos a la realidad de los estudiantes, por tanto no despertaron el interés de ellos; sin embargo, al implementar problemas cercanos al contexto de los jóvenes, en la entrevista clínica, se logró cautivar su atención.

Entre las causas de las dificultades del aprendizaje de problemas algebraicos se evidenció que los educandos participantes no dominan algunos temas previos, que debieron ser aprendidos en la escuela; por tanto, cometían errores al plantear y resolver los ejercicios propuestos. También la impulsividad fue un causante de tales errores.

Otra causa es la comprensión instrumental de la matemática referida por Skemp (1978). En las observaciones se evidenció que los estudiantes entrevistados están acostumbrados a memorizar un proceso mecánico para resolver un ejercicio determinado, lo cual les complica la resolución de problemas que requieran de análisis e iniciativa.

En relación con la naturaleza de las dificultades en el aprendizaje de la resolución de problemas, es importante señalar que en la investigación se apreció que estas pueden ser

temporales, tal como lo indica Socas (1997), y con una adecuada mediación pedagógica pueden ser superadas.

Por otra parte, se logró apreciar que los estudiantes se distraen cuando no entienden la materia, lo que trae como consecuencia que se pierdan la explicación de la docente, que no terminen los trabajos y que interfieran en el desempeño de los compañeros a quienes distraen.

Otra dificultad que se logró extraer del análisis de las entrevistas clínicas es la deficiencia que muestran los estudiantes al leer y capturar los datos relevantes de un problema. En concordancia con lo indicado por Socas (1997), los estudiantes participantes presentaron dificultades con ciertos términos algebraicos, con lo cual se les hacía más complicado plantear la ecuación del problema. Entre estos vocablos están: disminuido, aumentado, veces, números pares y números consecutivos. A pesar de que alguna de esta terminología fue desarrollada en clase, igualmente no fue recordada en las entrevistas clínicas, pues no son términos de uso cotidiano. Las deficiencias por trasladar el lenguaje cotidiano al algebraico son las causales más reiteradas por las cuales los estudiantes no logran plantear un problema, esto provoca en los educandos confusión y hasta miedo, tal como lo expresaron en el *Cuestionario afectivo cognitivo*.

Los estudiantes que participaron en la investigación indicaron que en la clase de álgebra se sienten aburridos, con miedo y desmotivados. Antes de iniciar la resolución de problemas, expresaban frases negativas hacia el tema, debido a que habían escuchado comentarios poco positivos sobre este en sus hogares y con amigos.

Los problemas contextualizados propuestos en la entrevista clínica promovieron la metacognición, ya que los estudiantes lograron autorregular su construcción cognitiva, al analizar si su respuesta concordaba con los datos del problema.

A la luz de los datos recopilados y de su análisis, y en concordancia con el quinto propósito de esta investigación, se presentan algunas sugerencias didácticas, que resultaron efectivas para atender a estudiantes de octavo nivel con dificultades en el aprendizaje de problemas algebraicos:



- Proporcionar problemas extraídos de los intereses y contexto cercano de los estudiantes, pues el presentarles un problema como un reto ayuda a despertar en ellos el interés por resolverlo. Además, promueve la metacognición.
- Desarrollar clases de álgebra más dinámicas para capturar la atención de los estudiantes.
- Enseñar a los estudiantes a analizar los problemas propuestos y no solo prepararlos para que puedan resolverlos mediante procesos mecánicos. Esto puede lograrse evitando el abuso problemas tradicionales, donde los estudiantes siguen un patrón básico para llegar a la respuesta, sin que medie un verdadero análisis.
- Repasar aquellos contenidos previos necesarios para desarrollar el tema de resolución de problemas.
- Considerar los diversos ritmos de aprendizaje de los estudiantes, para adecuar sus clases ante tales diferencias.
- Utilizar el error que los estudiantes cometen al resolver problemas como una herramienta didáctica para que este fomente la metacognición.
- Fomentar conexiones entre la aritmética y el álgebra a través de actividades aritméticas que incluyan ideas como la generalización, la representación y la variabilidad desde la primaria, tal como lo indica Esquinas (2009).

## Referencias

- Bednarz, N., y Guzmán, J. (2000). *¿Cómo abordan los estudiantes de secundaria la resolución de problemas antes de ser introducidos al álgebra?* Comité Editorial de Matemática Educativa. CINVESTAV: México.
- Bogdan, R., y Biklen, S. (2003). *Qualitative Research for Education. An introduction to theories and methods [Investigación cualitativa para la Educación. Una introducción a las teorías y métodos]*. Cuarta edición. New York: Pearson Education Group.

- Cardona, N. (2007). *Desarrollando el pensamiento algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de resolución de problemas*. Tesis de maestría. Honduras
- Denzin, N. (1989). *Strategies of Multiple Triangulation. The Research Act: A theoretical Introduction to Sociological Methods* [*Estrategias de triangulación múltiple. La Ley de Investigación: una introducción teórica a los métodos sociológicos*]. New York: Editorial McGraw – Hill.
- Esquinas, A. (2009). *Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico, del símbolo a la formalización algebraica: Aplicación a la práctica docente*. Tesis doctoral. Madrid: España.
- Frade, L. (2009). *Desarrollo de competencias en educación: Desde preescolar hasta el bachillerato* (9ªEd.) México, D.F.: Inteligencia Educativa
- García, J. (1998). *Manual de dificultades de aprendizaje: Lenguaje, lecto– escritura y matemáticas*. Tercera Edición. España: NARCEA, S. A.
- González, J., Núñez, J. (1998). *Dificultades del aprendizaje escolar*. España: Ediciones Pirámide, S. A.
- Hernández, E., y Moreno, L. (2001). *El laboratorio taller de matemática: Una alternativa para superar los problemas de aprendizaje de la matemática en la educación básica general y la educación media*. Tesis de Maestría. Panamá: Universidad Especializada de las Américas.
- Legg, A., y Locker, L. (2009). Math performance and its relationship to math anxiety and metacognition [Rendimiento de matemáticas y su relación con la ansiedad ante las matemáticas y la metacognición]. *North American Journal of Psychology*. Recuperado de <http://digitalcommons.georgiasouthern.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1428&context=etd>
- Mc Millan, J., y Schumacher, S. (2008). *Investigación educativa*. Quinta edición. Madrid, España: Pearson.
- Ministerio de Educación Pública. (2002). *Programa de estudio, Matemática para Tercer Ciclo*. San José, Costa Rica.

- Muñoz, M., y Ríos, C. (Octubre, 2008). Nociones básicas sobre álgebra: Análisis de las dificultades presentadas por los estudiantes en los procesos de aprendizaje de los conceptos básicos sobre álgebra. En Blanco, H. *IX Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Simposio llevado a cabo en la conferencia de ASOCOLME, Colombia.
- Novak, J., y Gowin, B. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Ediciones Martínez-Roca.
- Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. España: Universidad de Granada.
- Sachin, J. (2006). *Mathematics and test anxiety as a function of mediated learning experience and metacognitive skills [Matemáticas y ansiedad ante los exámenes en función de la experiencia de aprendizaje mediado y las habilidades metacognitivas.]*. Recuperado de <http://proquest.umi.com/pqdlink?did=1232418141&Fmt=7&clientId=79356&RQT=309&VName=PQD>
- Sinitsky, I. (2003). Pre-algebra combinatorial problems and algorithms in Primary School Mathematics [Problemas de pre-álgebra combinatoria y algoritmos en la Escuela]. En Mariotti, M. *Third Conference of European Society for Research In Mathematics Education*. Simposio llevado a cabo en la conferencia de European Research in Mathematics Education , Italia.
- Skemp, R. (1978). *Relational understanding and instrumental understanding [Comprensión relacional y comprensión instrumental]*. Arithmetic Teacher: Estados Unidos.
- Socas, M. (1997). La educación matemática en la enseñanza secundaria. Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En Rico, L., *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, pp. 125- 152. España: Editorial Horsori.

Villalobos, X. (2008). Resolución de problemas matemáticos: un cambio epistemológico con resultados metodológicos. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficiencia y Cambio en la Educación*, 6 (3), 36-58. Recuperado de <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/551/55160303.pdf>



Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales: El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia. (Gilberto Chavarría Arroyo) por [Revista Uniciencia](#) se encuentra bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 3.0 Unported](#).

### **Anexo 1: Problemas aplicados en las entrevistas clínicas**

*Problema 1:* Suponga que su amigo dejó olvidado el salveque en tu casa; en este tenía guardado el celular. Te llama con un teléfono fijo pidiendo que, por favor, busque un contacto que tiene en el celular. Pero para esto debe insertar el pin y resulta que ni tu amigo se lo sabe de memoria. Aun así, como un modo de seguridad, tu amigo lleva en el mismo salveque una tarjeta con una información que puede ayudarte a descifrar el pin. La tomas y dice: El cuádruplo del pin, disminuido en mil doscientos; equivale al doble de dicho pin aumentado en novecientos treinta y dos. ¿Cuál es el pin del celular de tu amigo? ¿Podrás ayudarlo?

*Problema 2:* Suponga que para una feria científica confeccionan varios panfletos con material de desecho, unos sobre la importancia del consumo de frutas y otros sobre los daños que causa el fumado. Tres de tus compañeros cuentan los panfletos y te indican que hay 40. Uno de ellos te informa que la diferencia entre la cantidad de panfletos sobre el consumo de frutas respecto a los relacionados con los daños del fumado es de 8 y hay más panfletos de fumado. ¿Cuántos panfletos hay de cada tipo?

*Problema 3.* Un estudiante está inquieto por conocer la edad de su profesor de matemática. Este le indica que nunca dice la edad a nadie, pero que si le puede dar una pista para que la logre determinar: Mi hermano (le dice el profesor) tiene el doble de mi edad aumentado en diez. Hace ocho años su edad era el triple de la mía disminuida en uno. ¿Cuál es la edad del profesor?

*Problema 4:* Un joven interesado en ahorrar dinero guarda un poco de lo que recibe de sus padres. Hasta el momento tiene billetes de dos denominaciones, de ₡ 1000 y ₡ 2000. Entre todos tiene 35 billetes. Ya ha logrado ahorrar ₡ 60 000. ¿Cuántos billetes de ₡ 1000 y ₡ 2000 tiene el estudiante?

*Problema 5:* Como respuesta a la crisis económica, una familia ha decidido hacer su propia granja. Poco a poco ha crecido en número de animales que tienen y con ello los recursos económicos. Al momento hay gallinas, patos y cabras. El número de patos es la mitad del

número de gallinas y el doble del número de cabras. Si en total hay 84 animales, entonces, ¿cuántas cabras hay en la granja?

*Problema 6:* Ana tiene 25 años. Sus primas Juana y Roberta son muy cercanas a ella. La edad de Juana es el triple de la edad de Roberta. La resta de las edades de Juana y Roberta es de 48 años. ¿Cuál es la edad de Juana?