# EL SEMINARIO "HISTORIA DE LA MATEMÁTICA" Y SU PA-PEL EN LA FORMACIÓN DE DOCENTES

Eduardo Chaves Barboza

eduardochavesbarboza@costarricense.cr Escuela de Matemática, Universidad Nacional

#### RESUMEN

Se describen la misión y los objetivos del SEMI-NARIO, la metodología utilizada para intentar alcanzarlos y los resultados obtenidos por los alumnos participantes. Posteriormente se ofrecen algunas recomendaciones tendientes a desarrollar una corriente de investigación en la aplicación de la Historia de la Matemática como recurso metodológico, así como a establecer la importancia de orientar didácticamente los cursos de Historia de la Matemática de las universidades estatales.

**Palabras claves:** Historia de la Matemática, seminario universitario, recurso metodológico.

#### **ABSTRACT**

This article describes mission, objectives and used methodology of the SEMINARY, and the results obtained by the participant students. After that, some recommendations are offered to develop investigation in the mathematical history application like a methodological resource, and it gives emphasis to didactic importance in the *Mathematic*'s *History* courses of the universities.

**Keywords:** Mathematical history, Seminary, Methodological Resource.

#### 1. INTRODUCCIÓN

La universidad debe formar a las nuevas generaciones de educadores en el estudio de la naturaleza del conocimiento matemático, el proceso de construcción de dicho conocimiento y las estrategias metodológicas para facilitar este proceso de construcción; temas controversiales que pueden ser tratados desde una gran diversidad de perspectivas.

En este sentido, el SEMINARIO "HISTO-RIA DE LA MATEMÁTICA", que forma parte del quinto nivel de la carrera "Enseñanza de la Matemática" en la Universidad Nacional, pretende realizar una contribución a la renovación y al mejoramiento de la educación, trazando como su misión fundamental:

"La construcción de conocimientos en la dimensión histórica de la Matemática, para la formación cultural de los futuros educadores. Al tiempo que desarrolla conocimientos, habilidades y destrezas orientados hacia el uso de la Historia de la Matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Sin menoscabo de otros ámbitos formativos, como el pensamiento crítico y la construcción de valores, desplegados mediante el ejercicio de la investigación, de la expresión, tanto oral como escrita, de la reflexión y de la discusión durante las lecciones y los trabajos extraclase".

Este artículo sintetiza la forma en que se gestionó el cumplimiento de esta misión, a lo largo de seis horas semanales durante las catorce semanas del segundo trimestre del año 2004. También describe

el nivel que se logró en el cumplimiento de dicha misión, con los diez estudiantes que matricularon el SEMINARIO.

## 2. JUSTIFICACIÓN

El debate sobre el uso didáctico de la Historia de la Matemática es muy antiguo. Furinghetti y Somaglia (1997) mencionan dos artículos sobre este tema, uno de G. Heppel en el informe de la AIGT de Gran Bretaña en 1893 y otro de J. P. Treutlein publicado por el *Periodico di Matematica* en 1890.

Para Fauvel (1991), durante décadas se ha insistido en el valor y la importancia de usar la Historia de la Matemática en la enseñanza; no obstante, califica como incompletas las ideas que sustentan este mensaje. Considera que la razón puede ser la brecha que existe entre las distintas maneras de visualizar la Matemática. Es decir, una Matemática que consiste en verdades absolutas preexistentes, que la humanidad debe descubrir, es fundamentalmente incoherente con una Matemática que es creada por seres humanos en el contexto de las sociedades y que, por lo tanto, sus "verdades" son sociohistóricamente relativas.

También este autor, a principios de la década pasada, sostenía que la Historia de la Matemática tiene un papel importante en la formación y capacitación de profesores, pues el componente histórico le permite a los futuros docentes apreciar la Matemática desde una perspectiva diferente con respecto a los cursos convencionales. Además, señalaba que el estudio de la Historia de la Matemática incentiva el desarrollo de habilidades tradicionalmente descuidadas en la formación de los educadores, como lo son el análisis de lectura, el uso de la biblioteca y la redacción explicativa.

Por otra parte, Toumasis (1995) considera que si bien se ha tratado mucho sobre la necesidad de integrar la Historia de la Matemática en la educación y, por otro lado, existen muchos libros sobre esta materia, es escaso el material existente sobre la manera de utilizarla en los procesos de aula.

Quizás las observaciones de Fauvel y Toumasis expliquen por qué los docentes pueden llegar a considerar la Historia de la Matemática, dentro de un programa de estudios, como una carga adicional de escaso valor didáctico. Al respecto Galadí-Enríquez (1997) señala:

> "La utilización de la Historia de la Matemática como recurso didáctico es un campo de acción no demasiado cultivado por el profesor de esta materia. Este suele aducir toda una serie de escollos para justificar su desinterés por la cuestión. Así que argumenta, que los temas antiguos y sobre todo el enfoque que se hizo de los mismos en el pasado están demasiado alejados de la sensibilidad actual; o bien, que la terminología en los mismos distancia los textos de la comprensión de los alumnos. Todos estos argumentos son esencialmente ciertos, sobre todo, si no hemos sabido seleccionar adecuadamente los textos o su presentación, y con ello no hemos conseguido más que añadir obstáculos al aprendizaje de nuestros alumnos".

Se deduce que la Historia de la Matemática es un recurso y, por lo tanto, su aporte a los procesos de enseñaza-aprendizaje depende de la forma cómo se utilice. Dichosamente, ante esta verdad elemental, ha crecido el interés hacia el papel de la Historia de la Matemática en los procesos áulicos (entre los estudios más recientes, ver Ruiz, 2003; Protti, 2003; Chaves y Salazar, 2003). El presente artículo representa un esfuerzo en esta dirección.

### 3. METODOLOGÍA DEL SEMINARIO

Para cumplir con la misión del SEMINARIO "HISTORIA DE LA MATEMÁTICA", durante el período académico en cuestión se plantearon los siguientes objetivos generales:

- Analizar el desarrollo histórico de la Matemática desde una perspectiva de la enseñanza de la Matemática.
- Examinar críticamente las condiciones socioeconómicas y políticas que incidieron en el desarrollo del conocimiento matemático.
- iii. Valorar la importancia de incorporar ele-

mentos de la Historia de la Matemática en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

 Elaborar materiales didácticos y guías de trabajo que incorporen la Historia de la Matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

El cumplimiento de estos objetivos implicó que cada uno de los estudiantes del SEMINARIO debía tener disponibilidad para dedicarse a la investigación extraclase y a la expresión de los resultados de sus trabajos investigativos. De esta manera desde la primera sesión lectiva, mediante consenso grupal, los contenidos del curso quedaron debidamente asignados entre los alumnos y distribuidos en un cronograma.

Luego de asignarse los contenidos, cada uno de los alumnos realizó una pequeña investigación bibliográfica de su temática, y después, desarrolló objetivos, contenidos, actividades, conclusiones y recomendaciones. En cada caso, el resultado de este trabajo se expuso ante el grupo, según la distribución propuesta en el cronograma, y se presentó en un informe escrito al profesor con copias para los compañeros.

Los contenidos temáticos que fueron investigados y expuestos por los alumnos fueron los siguientes:

- Los sistemas de numeración, la Aritmética y el Álgebra en las antiguas civilizaciones egipcia y babilónica.
- ii. La Geometría, la Trigonometría y la Aritmética en las civilizaciones griegas y en las helénicas. Grandes matemáticos helénicos: Thales, Pitágoras, Euclides, Arquímedes, Eratóstenes, Tolomeo, Herón y Diofanto.
- iii. La Matemática en las civilizaciones india, china e islámica. Grandes sabios de Oriente: I Qing, Brahmagupta y Al-Khwarizmi.
- iv. La Matemática en la civilización bizantina y en la civilización occidental después del

- Imperio Romano. El aporte de Boecio, Beda el Venerable, Fibonacci, Oresme y las universidades medievales.
- v. El Renacimiento y las matemáticas. La introducción de los números indoarábigos en Europa y la invención de la imprenta. El álgebra simbólica rudimentaria, el desarrollo de la Trigonometría. El nacimiento de nuevas geometrías: la Geometría Proyectiva y la Geometría Descriptiva. Grandes sabios renacentistas: Pacioli, Recorde, Cardan y Copérnico.
- vi. Siglos XVI y XVII. Desarrollo de la Trigonometría, la Teoría de Ecuaciones y la Geometría. La invención de los logaritmos por Napier y Bürgi. Los precursores del Cálculo: Kepler, Cavalieri y Galileo, y sus logros astronómicos. Insignes matemáticos: Descartes (geometría analítica), Fermat (teoría de números) y Pascal (probabilidades y análisis infinitesimal).
- vii. La construcción del cálculo: Leibniz y Newton. Grandes matemáticos del siglo XVIII: la familia Bernoulli, Euler, Legendre, Lagrange, Laplace y Carnot.
- viii. Siglos XIX y XX. Centros principales de actividad Matemática. Los grandes matemáticos Cauchy, Gauss y Galois. Las geometrías no euclídeas (Lobachevski y Riemann).
- ix. Los fundamentos de la Matemática en las escuelas logicistas, intuicionistas y formalistas. Las paradojas matemáticas. El teorema de Gödel.
- x. La Historia de la Matemática en Costa Rica. La matemática precolombina. La casa de enseñanza de Santo Tomás y la cátedra de Matemática. Los licenciados geómetras. La Reforma de Mauro Fernández y la enseñanza de la Matemática. Las Matemáticas Universitarias: creación del Departamento de Física y Matemática en la UCR. Historia de las Escuelas de Matemática en la UNA, el TEC y la UCR.

Luego de las exposiciones temáticas, cada estudiante del SEMINARIO seleccionó un objetivo

de matemática de educación secundaria o universitaria, y elaboró un planeamiento didáctico que incorporaba elementos de la Historia de la Matemática como recurso metodológico. Dicho planeamiento contemplaba los objetivos, el contenido, las actividades de mediación, las actividades de evaluación, los valores y las actitudes a desarrollar.

Los objetivos desarrollados por los alumnos, en orden de presentación, fueron los siguientes:

- i. Utilizar los Diagramas de Venn en la solución de problemas. Valorar la importancia de los aportes realizados por el matemático John Venn a la teoría de conjuntos.
- ii. Resolver problemas que involucran el uso de racionales expresados en notación fraccionaria.
- iii. Utilizar el concepto intuitivo de derivada para la solución de ejercicios. Valorar la importancia de los aportes realizados por Newton y Leibniz como precursores del cálculo diferencial.
- iv. Efectuar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de monomios. Valorar la importancia histórica del álgebra.
- Resolver ecuaciones de primer grado con v. una incógnita para aplicarlas en la solución de ejercicios y problemas provenientes de la cultura cotidiana y sistematizada. Conocer el aporte de Diofanto de Alejandría en el campo de las ecuaciones.
- vi. Valorar los principales hechos que justifican a través de la historia el uso de los números enteros. Caracterizar el conjunto de los números enteros. Interpretar y representar los números enteros relacionándolos con situaciones numéricas de la cultura sistematizada y cotidiana.
- vii. Resolver ecuaciones polinomiales con coeficientes complejos.
- viii. Efectuar las operaciones de la multiplicación y de la división de dos enteros conociendo, de antemano, un poco sobre los antecedentes históricos.

- ix. Homogeneizar números racionales escritos en notación fraccionaria.
- Resolver problemas y ejercicios que para х. su solución requieren de la aplicación del teorema de Thales.

En este caso, también se presentó un informe escrito al docente con copias para los compañeros y se expuso el trabajo ante el grupo, según la distribución propuesta en el cronograma.

El tiempo asignado a cada alumno para presentar sus trabajos, del contenido temático y del plan didáctico, fue exactamente de noventa minutos por exposición. Se solicitó que esta contemplara cinco momentos: introducción motivadora, exposición magistral, actividad participativa, cierre y actividad evaluativa.

Cabe agregar que en las exposiciones del SEMINARIO se observó la utilización de una gran cantidad de recursos audiovisuales, como fotografías, carteles, mapas, globos, candelas, juegos (dominó, laberintos, rompecabezas), diapositivas, piezas musicales, archivos de Microsoft Word, de Microsoft Power Point, de Geometer's Sketchpad y de Mathematica, entre otros.

Incluso, en dos sesiones distintas, se invitaron conferencistas para que disertaran sobre temas de su competencia: a la Licda. Carmen González Argüello sobre la Historia de la Matemática en Costa Rica; y al Dr. Ángel Ruiz Zúñiga sobre las escuelas logicista, intuicionista y formalista, y sobre el impacto del teorema de Gödel.

Paralelamente a la elaboración de informes escritos y de exposiciones, cada estudiante elaboró un Portafolio que ordenaba por capítulos el material entregado por sus compañeros, el entregado por el profesor y cualquier otro que consideró pertinente. Además, contenía una portada alusiva al curso, índice, introducción y conclusión para cada capítulo, y anexos.

Los componentes de dicho documento se calificaron mediante la observación detallada y explícita de atributos como orden, claridad, completitud, coherencia, creatividad y atractivo estético.

Asimismo, para lograr una evaluación continua y permanente de los procesos en el SE-MINARIO, se destinaron veinte minutos, por cada seis horas lectivas, para que los discentes expresaran por escrito conocimientos, inquietudes, intereses, expectativas, dudas, sugerencias y comentarios.

Por su parte, el profesor propuso actividades que facilitaron el desarrollo de conocimientos, habilidades y destrezas, que permitieran utilizar la Historia de la Matemática como un recurso metodológico en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Algunas de estas actividades fueron:

- Ejemplificación del uso de la Historia de la Matemática como recurso metodológico en la enseñanza de las funciones exponenciales.
- ii. Determinación histórica del origen de los logaritmos y de la función e<sup>x</sup>, para la deducción de su aplicabilidad en las ciencias.
- iii. Lectura y discusión de un discurso de Hilbert, para relacionarlo con los intentos por resolver la conjetura de Goldbach y los problemas sobre números perfectos.
- iv. Lectura de frases de Russell, Galois, Pacioli y Descartes, como recurso en la desagregación de valores.
- v. Comentario y resolución de algunos acertijos clásicos de la Matemática: el problema número siete del papiro de Rhind (siglo VII a. C.), preguntas del *Liber Abaci* de Fibonacci (1170-1240), ejercicios del libro *Para desarrollar la mente de los jóvenes* de Alcuino de York (735-804), problemas del libro *Aryabhatiya* (499), entre otros.
- vi. Descripción biográfica de insignes promotores del desarrollo matemático: Arquímedes, Newton y Euler, como recurso en la desagregación de valores.
- vii. Determinación de la presencia de transdisci-

- plinariedad, de construcción de valores y de desarrollo de actitudes en la utilización de la Historia de la Matemática como recurso metodológico.
- viii. Lectura de línea de tiempo sobre el número π, para luego analizar críticamente las afirmaciones de De Lorenzo sobre el desarrollo histórico de la Matemática.
- ix. Análisis del paradigma matemático clásico: el axiomático deductivo euclidiano y su influencia en las escuelas logicista, formalista e intuicionista.
- x. Análisis del impacto epistemológico surgido por la creación de las geometrías no euclídeas, por el desarrollo de lógicas no aristotélicas y por el teorema de Gödel.
- Síntesis de un concepto de Matemática y de Verdad Matemática.

#### 4. RESULTADOS

Durante las exposiciones realizadas en el SEMINARIO "HISTORIA DE LA MATEMÁTI-CA", el docente recabó una importante cantidad de información mediante la técnica de observación participante. Ésta complementó la contenida en los informes, el Portafolio y las reacciones escritas.

Dicha información fue sometida a un análisis cualitativo tipológico con un "marco mundano" de referencia, que según Goetz y Le Compte (1988) consiste en procesos cognitivos que son utilizados cotidianamente, como son la percepción, la comparación, la contrastación, la agregación, la ordenación, la determinación de vínculos y relaciones, y la especulación. Con la salvedad de que en una investigación, estos procesos se efectúan de manera formal y sistematizada.

Por su parte, la comparación, la contrastación, la agregación y la ordenación, permitieron el establecimiento de esquemas de clasificación para la organización de los datos y la generación de categorías basadas en normas de descomposición cotidianas y del sentido común.

De este análisis se concluye que los estudiantes, al finalizar el SEMINARIO "HISTORIA DE LA MATEMÁTICA":

- i. Concibieron la Historia de la Matemática como un recurso metodológico y no como una metodología, enfatizando la idea de que sea cual sea la metodología didáctica que utilice el docente, puede, mediante estrategias adecuadas, incorporar la Historia de la Matemática a sus lecciones y obtener beneficios. En este sentido, se le concede razón a Murugan (1995), al afirmar que la incorporación de la Historia de la Matemática a los procesos instruccionales no implica un cambio radical en el estilo de enseñanza del docente, pues simplemente es "una manera innovadora de usar lo que siempre estuvo allí".
- ii. Expresaron y vivenciaron valores que consideraron significativos. Entre ellos la responsabilidad, la tenacidad, la cooperación, la tolerancia cultural y la igualdad de género.
- iii. Realizaron actividades que permitieron desarrollar contenidos propios de la Historia, la Geografía, la Filosofía, la Sociología y la Literatura, así como el ejercicio de habilidades en investigación y en expresión tanto oral como escrita, lo cual ejemplifica el potencial de la Historia de la Matemática como eje integrador entre disciplinas.
- iv. Conceptualizaron la Matemática como una actividad humana, cuyos conceptos de

verdad, de evidencia y de demostración son históricamente relativos.

 Lograron contextualizar históricamente conceptos matemáticos, al mismo tiempo que reflexionaron de manera crítica sobre puntos de vista alternativos en torno al cómo, al quién, al dónde y al por qué de los mismos, abriendo la Matemática al cuestionamiento epistemológico.

#### 5. RECOMENDACIONES

La realización de este trabajo de investigación permite proponer dos recomendaciones.

# Recomendación 1: Desarrollo de una corriente de investigación

De los resultados obtenidos en este trabajo, se sostiene que el uso de la Historia de la Matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza-aprendizaje, tiene un potencial que da méritos para su investigación.

Por lo tanto, se recomienda la generación de una corriente de investigación sobre esta temática, la cual puede promoverse incentivando a especialistas en el área de la aplicación didáctica de la Historia de la Matemática, para que compartan los resultados obtenidos en sus experiencias investigativas. Esto con el propósito de brindar asesoría y estimular la investigación, referidas al uso de la Historia de la Matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza-aprendizaje, en dos sectores del sistema educativo nacional.

Sector 1: El ámbito académico universitario relacionado con la carrera de la Enseñanza de la Matemática, el cual, a su vez, impulsará proyectos de investigación y docencia tales como:

- Investigación realizada por personal académico.
- ii. Trabajos de graduación de licenciatura y de maestría (tesis, seminarios y otros).
- iii. Monografías elaboradas por estudiantes durante el curso Historia de la Matemática.
- iv. Aplicaciones llevadas a cabo en el transcurso de la Práctica Profesional Docente por estudiantes de la carrera de la Enseñanza de la Matemática.

Sector 2: El ámbito del Ministerio de Educación Pública, en instancias como la Dirección General de Educación Académica, Centro Nacional de Didáctica y Departamentos Regionales de Desarrollo Educativo, lo cual incentivará que los docentes en práctica, a su vez, realicen sus propias aplicaciones e investigaciones durante las lecciones cotidianas, por medio de trabajos extraclase o la organización de clubes y de talleres.

De acuerdo con lo expuesto en el presente trabajo, se propone orientar las anteriormente citadas vías de investigación, en las siguientes áreas temáticas.

Área 1: El papel de la Historia de la Matemática en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática como:

- Promotora de un cambio de actitud hacia la Matemática.
- Recurso en la desagregación y construcción de valores.
- iii. Ayuda para explicar y superar obstáculos epistemológicos.
- iv. Incentivo para la reflexión y una actitud crítica en el estudiante.
- v. Recurso integrador de la Matemática con otras disciplinas.
- vi. Elemento en la formación de educadores de la Matemática.
- vii. Fomento del interés y de la motivación de los alumnos hacia la Matemática.

Area 2: Las estrategias para utilizar la Historia de la Matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza-aprendizaje, tales como:

- i. Contextualización histórica de un concepto
- ii. Correlación entre el estudio de un concepto y su evolución histórica.
- Recreación de problemas matemáticos históricos.
- Utilización de material concreto y de recursos visuales.
- v. Despliegue de material anecdótico y biográfico de personajes matemáticos.
- vi. Asignación de trabajos extraclase (como realización de investigaciones, preparación

- de exposiciones y diseño de representaciones).
- vii. Introducción de expresiones literarias históricas referidas a la Matemática (como versos, diálogos, metáforas, proverbios y analogías).

Área 3: Las condiciones necesarias para la exitosa utilización de la Historia de la Matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, entre las cuales se pueden citar:

- Contextualizar socioculturalmente el elemento histórico utilizado.
- ii. Establecer claramente que la Matemática es una construcción de toda la humanidad, evitando segregaciones.
- iii. Utilizar la Historia como un recurso metodológico y no como contenido.
- iv. Elegir y adecuar los elementos históricos utilizados al nivel matemático de los alumnos.
- v. Tener una adecuada formación en Historia de la Matemática y en sus aplicaciones didácticas.
- vi. Reconocer que la Historia de la Matemática como recurso metodológico está aún en incipiente proceso de investigación.

# Recomendación 2: Considerar la importancia de un curso de Historia de la Matemática con orientación didáctica

Es recomendable incluir cursos específicos de Historia de la Matemática desde los primeros niveles en los programas de estudio de la carrera de la Enseñanza de la Matemática, en las universidades que impartan dicha carrera.

Se sugiere, a su vez, que el curso contemple no sólo elementos teóricos de la Historia de la Matemática, sino también las posibles aplicaciones de ésta como recurso metodológico, promoviéndose la elaboración de guías didácticas, construcción de material concreto y aplicaciones específicas a nivel áulico.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Chaves, E. y Salazar, J. (2003). "La Historia de la Matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza aprendizaje: una experiencia en secundaria". *Uniciencia*, 2(2): 259-266.
- Fauvel, J. (1991). "Using History in Mathematics Education". For the Learning of Mathematics, 11(2): 3-6, Jun.
- Furinghetti, F. y Somaglia, A. (1997). "Storia della matematica in classe". *L'Educazione Matematica*, 18(1): 26-46,

Feb.-May.

- Galadí-Enríquez, D. (1997). "La trigonometría del Almagesto. Una aplicación didáctica de la historia de la ciencia". Revista de Didáctica de las Matemáticas, 4(13): 115-120, Julio.
- Goetz, J.P. y Le Compte, M.D. (1988). Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa. Madrid, España: Ediciones Morata, S.A.