



Universidad Nacional

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Escuela de Matemática

Historia de la Matemática: Una Herramienta Metodológica en procesos de enseñanza y aprendizaje de la Geometría en el currículo de séptimo año

Trabajo Final de Graduación para optar por el título de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática

Elaborado por:

Luis Diego Jiménez Calvo

Miguel Evelio Picado Alfaro

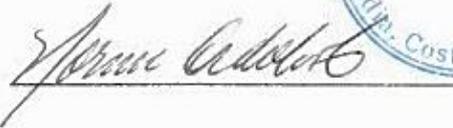
Campus Omar Dengo

Heredia, Costa Rica

Año 2003

Este Trabajo Final de Graduación fue APROBADO por el Tribunal Examinador de la Escuela de Matemática, como requisito parcial para optar por el grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática.

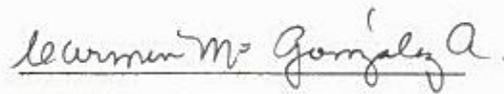
Licda. Norma Adolio Cascante  
Presidenta del Tribunal



\_\_\_\_\_



Licda. Carmen González Argüello  
Tutora y Miembro del Tribunal



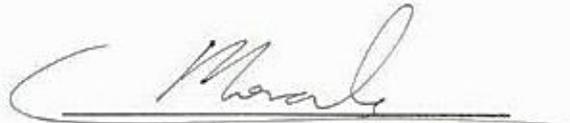
\_\_\_\_\_

Lic. Fabio González Argüello,  
en sustitución de  
Dra. Evangelina Díaz Obando  
Asesora y Miembro del Tribunal



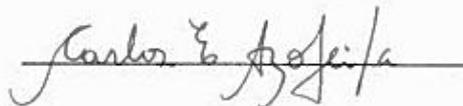
\_\_\_\_\_

Lic. Carlos Morales Rodríguez  
Asesor y Miembro del Tribunal



\_\_\_\_\_

M. Sc. Carlos Azofeifa Zamora  
Miembro del Tribunal



\_\_\_\_\_

Campus "Omar Dengo"  
Heredia, Costa Rica  
2003

## **Dedicatoria**

A Dios y a mis padres que me dieron la  
oportunidad de hacer realidad este sueño.

*Miguel*

A Dios y a la Virgen María. A mi madre,  
mis hermanas, mis sobrinos y a mi novia  
por su apoyo.

*Diego*

## **Agradecimientos**

A nuestras familias, compañeros y compañeras, amigos y amigas por el apoyo, la motivación y la ayuda brindada durante todo el proceso de investigación. De corazón, a Carmen María González Argüello y Evangelina Díaz Obando por ser esa luz que iluminó nuestra investigación. A Carlos Morales Rodríguez por su apoyo y colaboración. A Norma Adolio Cascante por la ayuda brindada. A todos nuestros profesores universitarios por su excelencia académica y la formación profesional que nos brindaron. A los funcionarios y estudiantes del Liceo Dr. José María Castro Madriz y Liceo Julio Fonseca por su apoyo colaboración. A la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional por el apoyo y la oportunidad de elaborar este trabajo. A los asesores de Matemática del Ministerio de Educación Pública; académicos de distintas universidades y docentes de secundaria por su aporte a esta investigación. A quienes nos ayudaron y no mencionamos en esta página.

A todos y todas, ¡Gracias!

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

|  | <b>Página</b> |
|--|---------------|
| <b>CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN.....</b>                                     | <b>1</b>      |
| 1.1. Antecedentes.....   | 2             |
| 1.2. Justificación.....  | 3             |
| 1.3. Tema de la Investigación.....                                       | 7             |
| 1.4. Objetivos de la investigación.....                                  | 7             |
| 1.4.1. Objetivo General.....   | 7             |
| 1.4.2. Objetivos Específicos.....  | 7             |
| 1.5. Delimitación del Tema.....  | 8             |
| <br><b>CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL.....</b>                    | <br><b>10</b> |
| 2.1. El Papel de la Historia.....  | 10            |
| 2.2. El Papel de la Geometría.....                                       | 16            |
| 2.3. El Papel de la Metodología de la Enseñanza de la<br>Matemática..... | 21            |
| 2.3.1. Características de un Método.....                                 | 25            |
| 2.3.2. Clasificación de los Métodos.....                                 | 27            |
| 2.4. La Enseñanza de la Historia de la Matemática.....                   | 36            |
| 2.4.1. ¿Para qué Enseñar Historia de la Matemática?.....                 | 36            |
| 2.4.2. ¿Qué Historia de la Matemática Enseñar?.....                      | 37            |
| 2.4.3. ¿Cómo Enseñar Historia de la Matemática?.....                     | 39            |

|   |   |           |
|---|---|-----------|
| 2.5.  | La Enseñanza de la Geometría.....   | 39        |
| <b>CAPÍTULO III. METODOLOGÍA.....</b>               |   | <b>41</b> |
| 3.1.  | Tipo de Investigación.....  | 41        |
| 3.2.  | Acceso al Campo.....  | 42        |
| 3.3.  | Fuentes de Información.....   | 43        |
| 3.4.  | Recolección de la Información.....  | 44        |
| 3.4.1.  | Etapa Diagnóstica.....  | 44        |
| 3.4.2.  | Etapa Experimental.....   | 45        |
| 3.4.3.  | Etapa de Análisis de Textos Matemáticos.....                              | 46        |
| 3.5.  | Técnicas e Instrumentos de Recolección de<br>Información.....             | 47        |
| 3.5.1.  | Instrumentos a Usar en la Etapa Diagnóstica.....                          | 47        |
| 3.5.2.  | Instrumentos a Usar en la Etapa Experimental...                           | 48        |
| 3.5.3.  | Instrumentos a Usar en la Etapa de Análisis de<br>Textos Matemáticos..... | 49        |
| 3.6.  | Análisis de la Información.....   | 49        |
| 3.7.  | Resultados, Implicaciones y Recomendaciones de la<br>Investigación.....   | 50        |
| 3.8.  | Informe de la Investigación.....  | 51        |
| <b>CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.....</b> |   | <b>53</b> |
| 4.1.  | Etapa Diagnóstica.....  | 54        |

|  |           |
|--|-----------|
| 4.1.1. Análisis de la Información Proporcionada por Estudiantes de Dos Grupos de Séptimo Año.....  | 54        |
| 4.1.2. Análisis de la Información Brindada por Docentes de Matemática de Secundaria.....   | 62        |
| 4.1.3. Análisis de la Información Proporcionada por Asesores Regionales y Nacionales de Matemática del Ministerio de Educación Pública, Profesores de Matemática de Educación Superior y Docentes de Matemática de Secundaria..... | 68        |
| 4.2. Etapa Experimental.....   | 74        |
| 4.2.1. Análisis de la Información Procedente de la Aplicación del Experimento de Enseñanza.....  | 78        |
| 4.3. Etapa de Análisis de Textos Matemáticos.....  | 83        |
| 4.3.1. Análisis de la Información Procedente de los Libros de Texto de Matemática de Secundaria.....   | 83        |
| <br>   |           |
| <b>CAPÍTULO V. RESULTADOS, IMPLICACIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>  | <b>89</b> |
| 5.1. Resultados.....   | 89        |
| 5.1.1. La Historia de la Matemática y los Estudiantes: su Interacción en Procesos de Aprendizaje.....  | 89        |
| 5.1.2. El Rol de la Historia de la Matemática en el Currículo de Secundaria.....   | 91        |

|   |            |
|---|------------|
| 5.1.3. La Historia de la Matemática como Recurso<br>Metodológico.....                           | 92         |
| 5.2. Implicaciones.....   | 95         |
| 5.2.1. Conocimiento sobre Historia de la Matemática<br>de los Estudiantes de Secundaria.....    | 96         |
| 5.2.2. Aspectos Curriculares de la Educación<br>Matemática en la Historia de la Matemática..... | 96         |
| 5.2.3. Perspectiva del Docente sobre la Historia de la<br>Matemática.....                       | 97         |
| 5.2.4. La Historia de la Matemática y el Uso de<br>Recursos Metodológicos.....                  | 98         |
| 5.2.5. La Historia de la Matemática en la Formación<br>de Docentes.....                         | 99         |
| 5.3. Recomendaciones.....   | 100        |
| <b>Anexos.....</b>  | <b>106</b> |
| Anexo 1. Cuestionario aplicado a estudiantes de séptimo<br>año.....                             | 106        |
| Anexo 2. Cuestionario aplicado a docentes de<br>matemática de secundaria.....                   | 112        |
| Anexo 3. Entrevista realizada a docentes de matemática<br>de secundaria.....                    | 117        |



|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| Anexo 4.  | Entrevista realizada a profesores de matemática de educación superior.....  | 119        |
| Anexo 5.  | Entrevista realizada a asesores regionales y nacionales de matemática del Ministerio de Educación Pública.....      | 120        |
| Anexo 6.  | Planeamiento didáctico para la aplicación y ejecución del experimento de enseñanza.....                             | 121        |
| Anexo 7.  | Experimento de enseñanza aplicado a un grupo de sétimo año.....   | 125        |
| Anexo 8.  | Guía de observación para la recolección de Información en el desarrollo del experimento de enseñanza.....           | 145        |
| Anexo 9.  | Lista de cotejo para el análisis de libros de texto matemáticos de secundaria.....                                  | 149        |
| Anexo 10. | Fotografías tomadas durante la ejecución del experimento de enseñanza.....  | 151        |
| Anexo 11. | Comentarios realizados por los estudiantes después de la aplicación del experimento de enseñanza.....               | 156        |
| Anexo 12. | Autorización del padre, madre o encargado legal para que su hijo(a) participara en el experimento de enseñanza..... | 161        |
|           | <b>Referencias Bibliográficas.....</b>  | <b>163</b> |

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

|   | Página |
|---|--------|
| <b>Gráfico 4.1.</b> Porcentaje de estudiantes con los que se ha desarrollado una introducción histórica los temas de geometría abarcados en la escuela.....                               | 55     |
| <b>Gráfico 4.2.</b> Matemáticos de la antigüedad más conocidos por los estudiantes de sétimo año en primaria.....   | 57     |
| <b>Gráfico 4.3.</b> Temas de historia de la matemática que el estudiante está interesado en conocer.....  | 60     |
| <b>Gráfico 4.4.</b> Actividades que prefiere el estudiante para el desarrollo de temas de historia de la matemática.....  | 61     |
| <b>Gráfico 4.5.</b> Métodos de enseñanza más utilizados por los docentes en el desarrollo de temas de geometría en sétimo año.....  | 64     |
| <b>Gráfico 4.6.</b> Frecuencia con que se utiliza la historia de la matemática en el desarrollo de los temas de geometría en sétimo año por los docentes de matemática de secundaria..... | 66     |

|  |    |
|--|----|
| <b>Gráfico 4.7.</b> Elementos históricos utilizados por los docentes en la introducción y durante el desarrollo de los temas de geometría en sétimo año.....                   | 67 |
| <b>Gráfico 4.8.</b> Utilización de la historia de la matemática en la introducción de la unidad de geometría y en el desarrollo de cada tema de esta unidad.....               | 85 |
| <b>Gráfico 4.9.</b> Libros que incluyen biografías de matemáticos destacados o el origen de símbolos relacionados a la geometría de los temas desarrollados en sétimo año..... | 87 |

## Resumen

El presente trabajo de investigación buscó dar respuesta a la interrogante ¿cómo utilizar la Historia de la Matemática como una herramienta metodológica en procesos de enseñanza y aprendizaje de la Geometría en el currículo de séptimo año?. Esto, mediante el diseño y la puesta en práctica de una propuesta alternativa, denominada "Experimento de Enseñanza", sobre cómo implementar en el aula el estudio de los contenidos de geometría de séptimo año con ayuda de elementos históricos de la Matemática. Para el desarrollo exitoso de este trabajo, el proceso de investigación se dividió en tres etapas.

La etapa diagnóstica. En ella se determinó el papel de la Historia de la Matemática y se describieron los enfoques metodológicos utilizados por los docentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en la actualidad. Para ello, se aplicó un cuestionario a dos grupos de estudiantes de una zona educativa seleccionada (circuitos 03 y 04 de la Región Educativa de San José). Además, se aplicó un cuestionario, y se realizó una entrevista estructurada, a diez profesores de matemática de secundaria; se realizó una entrevista estructurada a ocho académicos (profesores de Matemática) de cuatro universidades del país y a cuatro asesores de Matemática del Ministerio de Educación Pública.

La etapa experimental, conformada por la ejecución del "Experimento de Enseñanza", se llevó a cabo en un grupo de estudiantes de un colegio público perteneciente al circuito 03 de la Región Educativa de San José. Éste consistió

en la implementación de una unidad didáctica que incluyera la Historia de la Matemática, como herramienta metodológica en la enseñanza de la Geometría.

La etapa de análisis de libros de texto matemático. En ésta se realizó un análisis del contenido de los libros de texto que se han utilizado con mayor frecuencia en las últimas dos décadas, con el cual se determinó el enfoque histórico que tienen estos libros para el desarrollo de la unidad de Geometría.

Finalmente, la utilización de la Historia de la Matemática, como una técnica metodológica, en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, debe explotar su función motivadora, comunicadora, contextualizadora y humanizadora en este proceso. Es decir, su identificación con el desarrollo humano y científico y la cultura de los diferentes pueblos y épocas, así como la contribución en la formación de valores para enfrentar los retos del milenio actual.

# CAPÍTULO I

## CAPÍTULO I

### INTRODUCCIÓN

Barrantes (1999), expresa que "toda investigación científica tiene su origen en un problema que puede ser de carácter vital o intelectual. La admisión de una dificultad u obstáculo, que desconcierta o motiva el interés para conocer sobre ella, es el problema de toda investigación".

En el caso particular de la presente investigación, esta inquietud o preocupación, se refiere a cómo utilizar la historia de la matemática como herramienta metodológica en procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría en el currículo de séptimo año. Dada su naturaleza, debe estar rodeada de aquellos factores y criterios que fundamentan y, justifican el origen de esta investigación.

Este capítulo presenta el tema, los antecedentes, la justificación, los objetivos y la delimitación del tema de manera que, cada uno de estos aspectos exponga claramente hacia donde va dirigida la investigación; cómo surge el cuestionamiento básico; el por qué de la pregunta a investigar; cuáles serán los parámetros bajo los cuales se guiará ésta y el contexto en el cual se conducirá esta investigación.

### 1.1. Antecedentes

La enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la educación secundaria en Costa Rica se subdivide en el estudio de seis de las grandes ramas de esta disciplina. A saber; la Aritmética o el estudio del Conjunto de los Números Reales y sus propiedades, el Álgebra, la Geometría, la Geometría Analítica, la Trigonometría y la Estadística. En el programa de estudios vigente del Ministerio de Educación Pública se plantean sugerencias metodológicas para el desarrollo de estos temas. Así, en el tercer ciclo de la educación costarricense, este enfoque está fundamentado en aspectos de tendencias constructivista, humanista y racionalista, que ayuden a la formación de ciudadanos capaces de enfrentar exitosamente los nuevos retos del siglo XXI. Además, se pretende dar continuidad a los programas de I y II ciclos de manera que se amplíe el conocimiento del educando con el fortalecimiento de destrezas para favorecer el desarrollo de un pensamiento lógico-matemático superior, en busca de la abstracción de conceptos. Con esta visión, las estrategias metodológicas deben también fortalecer la formación de ciudadanos con más y mejor información que les permita comprender tanto su entorno como el mundo actual cambiante y les capacite para poder discernir y tomar decisiones acertadas, así como enfrentar los retos de un mundo cada vez más competitivo.

Actualmente, donde la información abunda en cualquier campo de estudio, es de gran importancia proporcionar elementos al estudiante sobre cuál ha sido el proceso de creación y desarrollo del conocimiento, la ciencia y la tecnología. Al respecto, la realidad histórica y su proceso evolutivo muestran la

importancia y contribución de la matemática al desarrollo de la humanidad, y esto resulta altamente motivante y extraordinariamente formador para los estudiantes.

Específicamente, para el desarrollo de los temas de geometría, se debe dar una mezcla de intuición, experimentación y lógica. La utilización de construcciones y el material concreto son claves para que el estudiante logre construir conocimiento más abstracto. En particular, es un fin justificar ante el alumno el carácter utilitario que tiene la geometría.

En séptimo año, el currículo está conformado por el estudio y desarrollo de temas puramente geométricos y aritméticos. Como parte de los objetivos, que guían los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría en este nivel, se plantea que al final de la unidad de geometría, el estudiante sea capaz de valorar los principales hechos o acontecimientos históricos que justifican el nacimiento de la geometría y los aportes dados por los matemáticos más destacados en el desarrollo de ésta; lo cual se convierte en uno de los elementos generadores del presente informe.

## **1.2. Justificación**

Por muchas razones, día a día la labor docente se enfoca en una "necesidad de transmitir" gran cantidad de conocimientos, que demandan los programas de estudio, los cuales en la mayoría de los niveles, se caracterizan por su gran extensión y densidad.

La dinámica de aula, en este sentido, no deja espacio a la discusión de temas que pueden complementar los elementos teóricos, prácticos y aplicativos en práctica educativa de la matemática. No es usual que el profesor lleve al aula comentarios sencillos, los cuales puedan generar discusión entre los estudiantes sobre el esfuerzo realizado por la humanidad para llegar a los resultados matemáticos que actualmente se utilizan sin mucha fundamentación histórica.

Como se evidencia en el programa de estudios vigente del Ministerio de Educación Pública, la enseñanza de la matemática plantea que se dote al estudiante de una formación sólida, moderna, amplia y de calidad, que responda a las exigencias que el nuevo siglo y el contexto histórico presente demandan.

Uno de los objetivos generales, para el III ciclo, expresa "promover la investigación sobre los aportes de la aritmética, álgebra, geometría, trigonometría y estadística, en los avances científicos y tecnológicos que se han logrado a través de la historia que a la vez han contribuido al progreso y bienestar del individuo y de la sociedad".

Como puede observarse, en función del objetivo descrito, de alguna manera se desea ampliar el interés por la investigación de hechos y personajes de la historia que pusieron su marca en el desarrollo de la matemática. Sin embargo, no se proporciona el ambiente necesario para tal fin en el contexto educativo. Aunado a esto, los objetivos y contenidos temáticos del programa de estudios que inician con el planteamiento de una reseña histórica y la necesidad de determinados contenidos, en los pocos casos donde sí se hace un planteamiento histórico introductorio, son significativamente escasos o no se les

da la importancia que tienen. Se invita a conocer los aportes de personajes matemáticos del pasado, pero esta invitación es limitada a una introducción y no se le da el tiempo y la importancia que realmente necesitan y de la cual son merecedores.

En esta misma dirección, como uno de los fines que se espera lograr con el programa de estudios, se plantea "Que los estudiantes tengan experiencias variadas en relación con la evolución cultural, histórica y científica de las matemáticas, de forma que puedan apreciar el papel de las matemáticas en el desarrollo de la sociedad y el impacto que tiene en la cultura costarricense y en las vidas de los costarricenses."

Si realmente se pretende implementar la matemática al servicio del conocimiento cultural, social, científico e histórico del hombre, es sin duda indispensable el uso de la historia de la matemática como una herramienta que permita enfocar el origen; la evolución; el desarrollo; la consolidación y la aplicabilidad de conceptos, ideas y resultados propios de esta disciplina. De esta manera, el estudiante será consciente y logrará establecer la relación que liga la matemática con una gran cantidad de disciplinas afines, que han sido fundamentales para el progreso de la humanidad.

Tradicionalmente, la enseñanza de la matemática ha estado dirigida a la resolución de operaciones, con una complejidad en los cálculos cada vez mayor, los que muy pocas veces son encontrados fuera de las aulas. Cabe resaltar entonces la importancia formativa de la geometría y su utilidad para ilustrar

aspectos de tipo metodológico y como eje de integración del contenido matemático.

De acuerdo con Valdez (1997), "Lo conceptual puede construirse en posibilitador de lo operacional, pero la transferencia de saberes en acciones docentes no es automática, requiere de un trabajo explícito y consistente que busque nuevas formas de expresión del contenido, a partir de la delimitación y solución de situaciones problemáticas". Desde este punto de vista, la historia de la matemática, aplicada al desarrollo de temas de geometría, puede ser una de esas nuevas formas de expresión del contenido que ayude a convertir lo conceptual en un elemento clave para el desarrollo práctico y operacional de la geometría; partiendo de descubrimientos, hechos o aportes históricos, que fueron la matriz generadora de cuestionamientos y situaciones problemáticas, que dieron origen a la matemática del presente.

Con base en lo anterior, resulta necesario dar a conocer el gran aporte que ha dado la geometría al hombre; y que mejor manera para hacer llegar esto a los estudiantes que con la historia misma; tal y como se dieron los hechos; con sus principales representantes y con los problemas que, posteriormente, dieron pie a su propia resolución y a la formulación de teoremas y postulados, los cuales hoy se enseñan con una tendencia muy antipedagógica y se ofrecen al estudiante de la forma menos adecuada para su aprendizaje.

### **1.3. Tema de la Investigación**

Con base en la justificación, es fundamental indagar más a profundidad sobre ¿cómo utilizar la historia de la matemática como una herramienta metodológica en procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría en el currículo de sétimo año?

### **1.4. Objetivos de la investigación**

#### **1.4.1. Objetivo General**

Diseñar y desarrollar una propuesta alternativa sobre cómo implementar en el aula el estudio de los contenidos de geometría de sétimo año con ayuda de elementos históricos de la matemática.

#### **1.4.2. Objetivos Específicos**

- 1.4.2.1.** Determinar los conocimientos que tienen los alumnos de sétimo año sobre historia de la matemática, particularmente los que se refieren a geometría.
- 1.4.2.2.** Describir enfoques metodológicos que tradicionalmente emplean los profesores de matemática de secundaria para desarrollar el tema de geometría a nivel de sétimo año.
- 1.4.2.3.** Diagnosticar el nivel de satisfacción de estos profesores en cuanto al uso de los recursos metodológicos tradicionales y su disposición para

implementar la historia de la matemática en procesos de enseñanza y aprendizaje.

- 1.4.2.4. Determinar criterios que tienen algunos docentes de matemática sobre cuál debe ser el papel de la historia de la matemática en la enseñanza de la geometría, particularmente, en sétimo año.
- 1.4.2.5. Diagnosticar qué enfoque histórico tienen los libros de texto de matemática en su desarrollo del tema de geometría, en sétimo año.
- 1.4.2.6. Realizar un "experimento de enseñanza" para implementar el enfoque histórico de la matemática sobre la geometría en sétimo año.

## 1.5. Delimitación del Tema

La investigación planteada en esta propuesta se inició durante el primer trimestre del año escolar 2001, en uno de los grupos de sétimo año de dos liceos académicos diurnos de la provincia de San José. Dicha investigación tuvo una duración de dos años. Las instituciones educativas donde se condujo la misma se ubican en los circuitos 03 y 04, correspondientes al cantón Central y a los distritos Zapote y La Uruca respectivamente, y albergan una población estudiantil urbano-marginal, cuya condición socioeconómica es de bajo a escasos recursos, con edades entre los doce y catorce años. De aquí se tomaron los participantes (sesenta estudiantes aproximadamente) para desarrollar la investigación, en la etapa experimental.

Para la etapa diagnóstica participaron, además, diez profesores de matemática de secundaria, ocho profesores responsables de la formación de

futuros profesores de matemática y se contó con el criterio de cuatro asesores, regionales y nacionales, de matemática del Ministerio de Educación Pública.

De acuerdo con los programas oficiales del Ministerio de Educación Pública (1995), los contenidos geométricos que corresponden a séptimo año y que fueron considerados en la investigación son:

1. Definición de cuadriláteros.
2. Reconocimiento de figuras que correspondan a cuadriláteros.
3. Clasificación de los cuadriláteros.
4. Paralelogramos: clasificación y características.
5. No paralelogramos: clasificación y características.

Por tanto, se hará hincapié en los siguientes temas de historia de la matemática que se relacionan con los contenidos anteriormente mencionados:

1. Origen de los conceptos.
2. Necesidad de aplicación de los cuadriláteros en las civilizaciones antiguas.
3. Matemáticos de la antigüedad: biografías y aportes al tema.
4. Evolución del concepto.
5. Utilización actual de los cuadriláteros en la solución de problemas matemáticos y de la vida diaria.

En cuanto a la metodología que se empleó, se pretendió que ésta fortaleciera en el estudiante el interés hacia la matemática, que fuera llamativa y motivadora, y que despertara en el joven la iniciativa por aprender y participar en forma activa en el proceso de aprendizaje del cual forma parte.

## CAPÍTULO II

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

Tal y como lo afirma Barrantes (1999), el marco teórico de una investigación “describe detalladamente cada uno de los elementos de la teoría que serán directamente utilizados en el desarrollo de ésta y, establece las relaciones más significativas que se dan entre esos elementos teóricos”.

Este capítulo aborda elementos alusivos al rol de la historia y la geometría, algunos justificantes de su enseñanza, la metodología y la descripción detallada de varios métodos utilizados en la enseñanza de la Matemática que permitan, posteriormente, sugerir cuál o cuáles resultan más apropiados y eficaces para implementar la historia de la Matemática en la enseñanza de la geometría.

#### **2.1. El Papel de la Historia**

La Historia abarca un campo tan amplio que resulta imposible reconstruirla en su totalidad y profundidad; son innumerables las definiciones que se han dado de ella.

Tradicionalmente, y como lo afirma Fallas (1980), se entiende la Historia como “una ciencia, o sea, un plantear y responder cuestiones, pero una ciencia que se ocupa de las acciones de los hombres en el pasado, investigadas por

medio de la interpretación de los testimonios que de esos hechos nos han quedado, y cuyo fin es el autoconocimiento humano.”

Al igual que Fallas, puede justificarse que la Historia es ciencia porque es analítica, especializada, metódica y abierta a nuevos conocimientos. Es a través de ella que se interpreta la evolución de las sociedades humanas en un tiempo preciso. Ésta no es estática y su importancia radica en hacer posible la interpretación del presente para así establecer los propósitos del futuro. Además, es racional, pues sus respuestas se basan en testimonios o documentos. Se puede decir que la Historia es una ciencia de carácter especial porque estudia hechos a través de las fuentes históricas.

Varios autores consideran la Historia como una ciencia. Entre ellos, Bunge (1989), quien además de referirse a ella como una ciencia, la clasifica como una ciencia fáctica<sup>1</sup> cultural. Por su parte, Kedrov y Spirkin, Tillic y Messer, citados por Murcia, J & Tamayo, M (1982), clasifican la Historia como una ciencia social.

En sentido absoluto la historia se entiende como la relación de los sucesos, hechos o manifestaciones de la actividad humana en el campo político, social, cultural y económico, entre otros.

La Historia nace con la aparición de la primera colectividad humana, de la narración oral y de los mitos. La narración histórica atendía tanto a la memoria o la exaltación del pasado como a las preocupaciones literarias que la convirtieron en uno de los grandes géneros de la literatura.

---

<sup>1</sup> Ciencia Fáctica se refiere a hechos que se supone ocurren en el mundo y tienen que apelar a la experiencia para constatar sus hipótesis.

Es notorio que desde la antigüedad, la exploración del pasado ha tomado un papel fundamental en la vida y se ha convertido en una necesidad del ser humano.

Como lo señala Collette (1973), "la comprensión de un fenómeno no puede ser completa sin una vuelta a los orígenes, a las ideas iniciales." El estudio y la comprensión de determinado asunto no estarían completos si no se da una visión amplia de la realidad histórica presente al momento del origen y del desarrollo de los acontecimientos que encerraron el surgimiento de tal argumento.

Quizás, la finalidad más importante de la Historia es la de formar una cultura histórica, que permita la emisión de juicios más exactos y más científicos; de esta forma "responde" a la curiosidad humana frente al pasado del hombre.

Algunos autores consideran que la finalidad de la Historia es influir, entretener e instruir. Entretener, pues se busca que la Historia estimule la imaginación y traslade el individuo a otros tiempos. Instruir, pues se pretende que la Historia lleve a la reflexión sobre la vida y el pasado de la humanidad, ayudando a comprender al hombre y a la sociedad actual.

En el plano propiamente de la historia de la Matemática, resulta importante y necesario proporcionar los rasgos propios que la caracterizan.

Como lo señala De Lorenzo (1977),

Se hace preciso tener presente la existencia de dos planos íntimamente unidos en la auténtica práctica Matemática:

Un hacer intrínseco o práctica teórica matemática –que se plantea básicamente como resolución de problemas y se realiza sobre unos objetos para alcanzar unas soluciones y, con ellos, unos resultados, unos productos--. Es lo que de un modo tradicional, apoyado en representaciones no críticas, se estima como “Matemática”.

Un cuadro ideológico que condiciona ese hacer, bien por un contexto de conocimientos ya adquirido, bien por unas condiciones de trabajo que, en última instancia, pueden explicarse por razones económicas.

Compartiendo las ideas de este autor, la historia de la Matemática no debe limitarse a la historia interna del trabajo matemático; es decir, no centrarse en la descripción de descubrimientos y resultados sino tomar en cuenta también las condiciones de la ideología propia del matemático y la predominante en el momento y contexto histórico.

Es importante destacar el hecho que debe historiarse no sólo el conocimiento y las ideas de los pensadores matemáticos, también lo que pensaron acerca de lo que estaban haciendo, desde el punto de vista de su hacer y el de otras disciplinas (la realidad).

Lo anterior, por el hecho de que la historicidad matemática, según De Lorenzo, está sustentada en un tiempo no lineal, no-continuo, sino en un tiempo a intervalos discretos a base de saltos y rupturas; y además de la coexistencia de varios haceres en un mismo período de tiempo. Con base en esto y

siguiendo las ideas de este mismo autor, se puede justificar la necesidad de la historia del quehacer matemático con las siguientes razones:

- a. Para identificar los orígenes y evolución de cada teoría y dar así la visión de una unidad global de la práctica matemática, respaldado en parte por el hecho de que el producto matemático es colectivo y no individual.
- b. Mediante la búsqueda de problemas viejos para enfocarlos como nuevos objetos de estudio que orienten el nuevo hacer que origine nuevo conocimiento.
- c. En el plano externo, para apoyar una ideología centrada en un nuevo humanismo.

Desde el punto de vista de la enseñanza de la Matemática, Tsijli (1999), con relación al quehacer matemático afirma,

El profesor de Matemática debe tener conocimiento de la evolución de su disciplina por varias razones:

- a. Para comprobar una vez más que el cúmulo de conocimientos que el hombre adquirió para resolver problemas relacionados con necesidades de su vida cotidiana, ha sufrido un proceso de errores y aciertos, de correcciones, de modificaciones y de ampliaciones hasta llegar a lo que tenemos hoy.
- b. Para palpar que el desarrollo matemático va aparejado al desarrollo social de un pueblo, de una nación, y es un factor importante de este desarrollo.

- c. Para reconocer el largo y tortuoso camino que significa la búsqueda de la verdad objetiva y tomar de este proceso los elementos que nos ayudarán a comprender el desarrollo humano y utilizarlos en el proceso educativo.

Resulta entonces indispensable educar a las nuevas generaciones en una cultura que valore los esfuerzos realizados en el pasado; esfuerzos orientados a la solución de problemas que proporcionen a la humanidad herramientas, para desarrollar el pensamiento (crear nuevo conocimiento), necesarias para solventar cualquier dificultad que se le presente.

Otro aspecto que resulta interesante, y en el que la historia de la Matemática puede contribuir en gran medida, es que el joven estudiante debe aprender de los errores, sin que se sienta menospreciado. Esto puede lograrse mostrándole que ni los antiguos pensadores estaban exentos de cometer equivocaciones y que, tal y como lo expresa este mismo autor, citando a Thomas Cooper<sup>2</sup>:

La Historia de un arte o de una ciencia es una introducción inherente a su estudio, ya que proporciona una óptica clara y concisa de la manera en que han tenido lugar las innovaciones, constituye una garantía contra los errores futuros gracias al testimonio de los errores de los grandes sabios del pasado, y rinde homenaje de estima y reconocimiento a los que hicieron a la humanidad beneficiaria de sus descubrimientos.

---

<sup>2</sup> Autor citado por Collette (1973) sin referencia bibliográfica.

## 2.2. El Papel de la Geometría

Es importante señalar que a pesar de que las discusiones acerca de si es o no la Matemática una ciencia no han acabado, para efectos de esta investigación se tomará como perfil la posición de Bunge (1989); autor que considera a la Matemática como una ciencia (Ciencia Formal), pues, además de "ocuparse de inventar entes formales y de establecer relaciones entre ellos, también, sus objetos no son cosas ni procesos sino formas en las que se puede ver un surtido ilimitado de contenidos, tanto fácticos como empíricos". Esta posición hace que se considere a la geometría como una parte de una ciencia, la Matemática.

En sus orígenes, la geometría era el estudio de ciertos objetos concretos, por ejemplo de determinada superficie, el volumen de cierto sólido o el perímetro de tal o cual figura. Aún más, Warusfel (1992) afirma que:

La Geometría no ha llegado nunca a superar lo que podemos considerar, tras un siglo de extremo rigor, como una tara (defecto): su origen experimental. Por el contrario, este estudio ordenado de los puntos y de las figuras que éstos forman (recta y plano, entre otros) es uno de los más antiguos y estables que existen: una vez comprobada (o admitida) la base lógica de la geometría, muchos razonamientos siguen siendo válidos. Junto con la aritmética, esta ciencia ha sido durante mucho tiempo (hasta el Renacimiento) lo esencial de la Matemática. Su utilidad era ya evidente hace dos mil



años; desde entonces no ha dejado de ofrecer inapreciables servicios, por ejemplo, en mecánica y, por tanto, en física.

Para Hemmerling (1971), "la Geometría es un estudio de las propiedades y medidas de las figuras compuestas de puntos y líneas. Es una ciencia muy antigua y se originó de las necesidades de la gente. La palabra geometría se deriva de las palabras griegas *geo*, que significa "tierra", y *metron*, que significa "medir".

Entiéndase a la geometría como, "la parte de la Matemática que trata de las propiedades, medidas y relaciones entre elementos lineales, planos y espaciales" (Editores ESPASA, 1999). De esta definición es evidente que la geometría estudia las propiedades de las figuras, independientemente de su posición en el plano y en el espacio.

Como lo afirma Editores NORMA (1992), inicialmente, la geometría consideraba las figuras como un todo, lo que se conoce como geometría sintética; más tarde se pasó a expresar los puntos del plano y del espacio mediante coordenadas en un sistema de referencia (geometría analítica).

Eves (1969), por su parte, se refiere al tema así,

Una de las formas en que los matemáticos de la Era Moderna<sup>3</sup> han extendido la Geometría más allá de la heredada por los griegos ha sido por el descubrimiento de una multitud de nuevas proposiciones, relacionadas con las circunferencias y figuras rectilíneas, deducidas de las enumeraciones en los Elementos de

---

<sup>3</sup> Era Moderna: periodo comprendido de 1453 (caída del Imperio Romano de Occidente) hasta 1789 (Rev. Francesa).

Euclides. Este tema se conoce como Geometría Elemental Moderna y constituye una continuación o extensión de los Elementos de Euclides.

Actualmente, la geometría estudia también los espacios abstractos, lo que está en íntima relación con otras ramas de la Matemática, tal como: álgebra, análisis matemático y topología, entre otros.

Como lo dice Campos (1981), esta concepción privilegia a la geometría al concebirla como la disciplina matemática cuya temática puede ser representada de manera más concreta, visible y tangible en el nivel de secundaria en el cual se llevará a cabo este estudio. Esto a su vez, es de gran ayuda para que luego de realizado el estudio o el análisis de algún concepto, se logre con mayor facilidad alcanzar el nivel de abstracción, con relación a ese concepto. Esto es, que se le facilite al individuo su transición de un nivel concreto a uno de mayor abstracción, mediante la manipulación de objetos y la experimentación con actividades ilustrativas del concepto, que propicien este avance.

Al momento de analizar la evolución que tuvo la geometría desde tiempos antiguos, en las civilizaciones de los babilonios, de los griegos, de los egipcios y otras más, tal y como lo afirma Campos, se puede rescatar el matiz y la perspectiva que se tenía de ésta conforme fue creciendo como cuerpo de conocimiento, aprovechando lo que los matemáticos estudiaban de ella.

Fue así, que en algún momento se implementó la geometría como una herramienta útil para resolver problemas prácticos cotidianos. Sin embargo, influenciada por un carácter racionalista de parte de los matemáticos de la época

pasó de ser una herramienta para convertirse en una disciplina restringida a unos pocos y muy intelectuales, quienes formaban parte de la clase privilegiada.

Otro aspecto importante es el hecho de que el cultivo y el desarrollo conceptual de la geometría data de muchos miles de años, pero no se dio en forma aislada, surgió y evolucionó paralela y complementariamente con su enseñanza.

Campos (1981), expresa que a lo largo del desarrollo y evolución que tuvo la Matemática, esencialmente en el ámbito geométrico, ha ocurrido un fenómeno que debe ser tomado en cuenta por los educadores en esta área: el crecimiento que tuvo la enseñanza de la geometría no fue tan elevado como lo fue el crecimiento que tuvieron las otras áreas matemáticas.

Esto se evidencia aún en la actualidad, como lo es el hecho de que existen personas, la mayoría de ellos artistas que tienen una gran habilidad para crear diferentes obras de arte, sin tener el suficiente conocimiento teórico geométrico que cualquier otra persona necesitaría para realizar dichas obras. Por ejemplo, pintores, carpinteros y escultores.

Por lo anterior, y por muchos otros factores que también se dieron en la antigüedad, según el autor en mención, es evidente que la enseñanza de la geometría no tuvo un gran auge por muchos años. Fue hasta en la época de la revolución francesa cuando la enseñanza de la geometría sufrió un giro de trescientos sesenta grados y pasó a convertirse en un conocimiento al cual todos los ciudadanos tenían derecho y acceso. Antes se trataba de una

disciplina privilegiada y de acceso restringido para unos pocos, como se mencionó.

En consecuencia, compartiendo las ideas de este autor, surge entonces una doble tarea que debe cumplir la geometría y que se debe enfatizar a la hora de su enseñanza en las aulas: enseñar a pensar y enseñar a aplicar lo que se aprende. No sólo es papel fundamental de la geometría fomentar en los estudiantes el aplicar dicha área a la resolución de problemas prácticos de la vida cotidiana, también es imprescindible que la geometría se utilice como recurso didáctico para promover en los estudiantes un pensamiento crítico, racional, que pase de lo concreto a lo abstracto, de manera que éste pueda generalizar en las ocasiones que lo requiera, que sepa interpretar los datos con los que cuenta y así poder relacionarlos adecuadamente en la resolución de cualquier situación problemática a la que se enfrente.

Es responsabilidad del educador entonces crear, alrededor de la geometría, los elementos necesarios y suficientes para guiar al estudiante a no sólo aplicarla, como ya se mencionó, sino a pensar y a desarrollar un plan de acción que le permita salir avante en cada experiencia planteada.

Corresponde entonces al educador de Matemática, hacer un examen de conciencia sobre la forma en que se debe concebir la enseñanza de la geometría en secundaria. Será conveniente, como lo afirma Campos (1981), introducir el conocimiento geométrico a los ojos del estudiante como una disciplina teórica, cargada de conceptos, definiciones y teoremas, donde solo un grupo privilegiado y afortunado tendría el placer de gozar con ella y de

interiorizarla, o por el contrario, como una disciplina que puede utilizarse como herramienta para resolver problemas y situaciones reales dándole así un matiz instrumental.

### **2.3. El Papel de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática.**

La importancia formativa de la Matemática radica en el hecho de que permite desarrollar la capacidad de pensar, influyendo, de manera esencial, en la formación de la inteligencia; lo cual posee una importancia excepcional en la comprensión y la aplicación posterior a otros campos del saber de conceptos matemáticos.

Compartiendo el criterio que tienen varios de los autores de la bibliografía consultada, en cuanto a la importancia de su utilidad, la Matemática proporciona esquemas mentales, que permiten resolver problemas de otras disciplinas. Por ejemplo, en la actualidad la Biología, la Economía e incluso, las Ciencias Humanas se aprovechan de las técnicas matemáticas, las cuales con anterioridad sólo utilizaban otras disciplinas, como la Física y la Química, como herramienta para comprender y desarrollar conceptos propios de su disciplina.

De esta forma, la importancia formativa debe tener prioridad frente a la utilitaria, pues en la mayoría de los casos los estudiantes elegirán profesiones desconectadas de la Matemática; pero todos, sin excepción, necesitarán utilizar muchas veces su inteligencia.

Interesa, por tanto, enseñar a razonar mejor que a lograr gran maestría y rapidez en el desarrollo de un proceso, que puede mecanizarse. Se debe, pues,

evitar el aprendizaje a base de "recetas" para resolver problemas o aprender de memoria resultados tradicionalmente importantes. Lo anterior implica la necesidad del uso de una didáctica matemática derivada en los procesos de enseñanza de la Matemática, para facilitar en el estudiante una mejor comprensión de los conceptos estudiados.

Al hablar de enseñanza de la Matemática debe tenerse en cuenta que su ejecución supone, como lo afirma A. Markusievitch citado por Piaget (1978), ciertos problemas que si no son tomados en cuenta y atendidos convenientemente, podrían acarrear más complicaciones, que las que padecen la mayoría de los estudiantes, en el rendimiento académico. Entre los más importantes están:

a. El relacionado con saber qué Matemática se debe enseñar y cómo se debe enseñar. Es decir, los contenidos que se deben estudiar en el nivel de secundaria, de tal forma que se constituyan en un elemento de cultura general del hombre y de la mujer actual, independientemente de su posición social y de su ocupación o profesión dentro de la comunidad.

Esta tarea lleva implícita una condición fundamental, crear las condiciones favorables, con el propósito de desarrollar vocaciones hacia la Matemática, entre los jóvenes de los centros educativos, de todas las esferas sociales, y proporcionar la orientación profesional para las aplicaciones matemáticas, en la vida cotidiana de los alumnos.

b. El relacionado con el desarrollo secuencial de los contenidos matemáticos, dentro del currículum a desarrollarse por nivel durante el año escolar; cuál

debería ser el grado de profundidad o de generalidad, o mejor dicho, determinar con claridad el nivel de profundidad con que serán estudiados y cuál es el punto de vista con el que debe presentarse esta asignatura a los estudiantes, para que su aprendizaje resulte placentero.

c. El caer en el error de pensar que los alumnos se preparan para ser matemáticos o profesores de Matemática, en lugar de considerar que la Matemática se convierta en meras aplicaciones de situaciones de la vida cotidiana. Probablemente esta noción redundará en crear las condiciones favorables, como se mencionó, para la enseñanza efectiva de esta disciplina.

Tradicionalmente se le ha dado al docente el rol de “transmisor de conocimientos”, lo que ha fortalecido la intensa aplicación del método expositivo en el área de secundaria. En este caso, el estudiante es un actor social pasivo de la clase, pues se limita a captar la información emanada por el docente. Cabe preguntarse, hasta qué punto se aumenta la capacidad de pensar del estudiante con este procedimiento, cuando en muchos casos el docente no se preocupa por conocer o por escuchar las construcciones matemáticas de sus estudiantes. En contraste, en la actualidad, el centro de la clase no debe ser el docente, más bien el alumno, siendo el profesor el guía de la acción investigadora de éste. La adquisición de conocimientos debe ir acompañada de la acción del estudiante, mejor aún debe emerger de estas acciones.

Aunado a esto, es notorio el incremento en los esfuerzos de especialistas (docentes, pedagogos, psicólogos, entre otros) por encontrar mejores

metodologías que incentiven lo anterior para una mejor enseñanza de la Matemática, en el nivel de secundaria y en general.

Al respecto, Piaget (1978), señala que "Los matemáticos... cuentan ahora con un clima más favorable para el desarrollo y la introducción de mejoras en la enseñanza de la Matemática. Varios grupos han advertido la oportunidad y están trabajando duramente y con las mejores intenciones para aprovecharla". Lo fundamental es que el profesor de aula asuma el reto descrito en los párrafos anteriores. De acuerdo con esta posición, quienes están a cargo del proceso de enseñanza y del aprendizaje de esta asignatura, tienen mejor ambiente para incorporar aquellas innovaciones que permitan no solamente acelerar, sino mejorar y hacer más placentero el estudio de esta materia con el propósito de aumentar el nivel motivacional, de tal forma que se incremente también el interés por estudiar Matemática, por parte de los estudiantes, para obtener el mayor aprovechamiento de ella.

Propiamente, en cuanto a la metodología de la enseñanza se refiere, debe tenerse claro que los métodos de enseñanza no se deben considerar como recetas fijas e infalibles y de aplicación automática, capaces de solucionar en forma definitiva el problema de la enseñanza. Por el contrario, la diversidad de personalidades de los alumnos, la diversidad de cuestiones que se estudian, y hasta la diversidad de personalidades y modalidades de enseñar de los profesores, hacen que quede excluida la idea de un método único; más aún, no puede afirmarse que entre todos los métodos haya uno mejor, ni siquiera uno de aplicación general. Resulta necesario, dar a la metodología un alcance más

restringido, pero más realista, siempre en la búsqueda de un mayor entendimiento por parte de los estudiantes.

Es innegable la afirmación "la didáctica presenta un carácter científico", ya que ésta se apoya en la psicología, la filosofía y demás disciplinas afines. Sin embargo, debe tenerse claro que ésta es un arte y como tal no admite normas absolutas, de ahí que no se deban dejar de lado los aportes de la experiencia.

De esta forma, como lo afirma Toranzos (1959), debe considerarse la metodología como " un conjunto de procedimientos de enseñanza concordantes en las teorías ya consagradas por la experiencia, cada uno de ellos con sus defectos y ventajas; estos recursos están a disposición del profesor, y él sabrá hacer el uso que su habilidad y experiencia le aconsejen, introduciendo, si lo cree necesario, modificaciones o combinaciones, y hasta métodos o modalidades propias."

Así, el profesor debe utilizar según su criterio los métodos didácticos, que son instrumentos a su disposición. Aquí entrará en juego la formación profesional del docente, así como sus creencias y actitudes hacia el aprender y enseñar Matemática, pero también de la disciplina misma, que dará forma a los procedimientos, actualizándolos y adaptándolos a esa realidad viva que es el aula.

### **2.3.1. Características de un Método**

Todo método de enseñanza lleva consigo una serie de particularidades que lo caracterizan.

Considerando el fin primordial de esta investigación, es conveniente conocer dichas características para luego proporcionar recomendaciones que sugieran qué método, o métodos, resultaría más efectivo a la hora de implementar la historia de la Matemática en la enseñanza de la geometría.

En general, Toranzos (1959) distingue cuatro modalidades que permiten caracterizar los diferentes métodos de enseñanza. Estos son:

a. Clásicos y Psicológicos (Con respecto a la manera de elegir, ordenar y presentar al alumno el material con que se trabajará). Estos métodos aparecen como orientaciones diametralmente opuestas. El método clásico toma en cuenta exclusivamente la estructura de la Matemática, su metodología y ordenación y trata de ajustar a ella la enseñanza; mientras que el método psicológico trata de adaptar la enseñanza a la mentalidad del estudiante, siguiendo, tanto en el aspecto metodológico como en el contenido, su evolución psicológica.

b. Expositivo y Activo (Con respecto al grado de intervención del alumno en el desarrollo de las lecciones). En el método expositivo el rol principal lo ocupa el profesor, frente a la pasividad del alumno. Por el contrario, en el método activo el estudiante deja de ser pasivo receptor de conocimientos para convertirse en auto-constructor de sus propios conocimientos, donde el papel del profesor es orientar, y proporcionar los elementos necesarios para que se manifieste la capacidad creadora de los alumnos.

c. Dogmático y Heurístico (Con respecto a la manera de adquirir los conocimientos). En el método dogmático se le presenta al estudiante, en este

caso, una Matemática "ya hecha", con sus métodos propios de estructura y con el ordenamiento clásico de su material, mientras en el método heurístico, se le presentan al estudiante cuestiones y problemas que debe resolver con su propio esfuerzo y bajo la dirección del profesor.

d. Inductivo y Deductivo, Analítico y Sintético (Con respecto al método de estructura). En el método inductivo se parte de ejemplos concretos para establecer resultados o conceptos generales. Por su parte, en el método deductivo, a partir de definiciones, teoremas y resultados generales se analizan casos o ejemplos particulares. Un razonamiento analítico, por su parte, es aquel que parte de una hipótesis y llega a una tesis que está contenida en la hipótesis, y un razonamiento sintético es cuando se llega a una tesis que contenga a la hipótesis como caso particular, el razonamiento es por lo tanto creador.

### **2.3.2. Clasificación de los Métodos**

En la realidad educativa actual el docente tiene a su disposición una variedad de métodos para el desarrollo de los temas a tratar en una clase. Ésto evidencia la diversidad de métodos para enseñar. Sin embargo, es posible citar algunos métodos, cuyo estudio interesa para sustentar las normas generalmente aceptadas acorde con las actuales concepciones didácticas y, asimismo, establecer un marco de referencia que permita sugerir o proponer algunos métodos de enseñanza, cuya aplicación permita lograr en el estudiante un mayor nivel de aprendizaje de la geometría, implementando la historia de la Matemática en su enseñanza.

Según Toranzos (1959), como métodos fundamentales se tiene:

a. **Exposición del Profesor.**

El método expositivo es uno de los métodos clásicos de enseñanza donde el docente cumple el papel de un expositor transmisor de los conocimientos, de manera oral; mientras que sus estudiantes reciben y captan todo ese material o ideas por medio de lo que escuchan, lo que escriben en sus notas. En este método se observa una actividad casi nula por parte del estudiante en contraste con la participación casi total del docente.

b. **Estudio en Textos.**

Este método consiste en asignar al estudiante, periódicamente, ciertas páginas de un libro con el fin de que en la próxima lección el estudiante repita lo aprendido al profesor, quien tiene el poder para determinar y justificar la calificación obtenida por el estudiante en dicha exposición.

Como se evidencia, este método es perjudicial en tanto los textos analizados no sean lo más adecuados para el desarrollo de los temas a tratar en clase.

c. **Método Socrático.**

A diferencia de los métodos comentados, el papel principal en el proceso de enseñanza – aprendizaje, tomando como guía este método, lo cumple el estudiante, quien construye el razonamiento que lo llevará al conocimiento

propuesto. Este fin se logrará con la guía del profesor; a través de preguntas claras, precisas y sugestivas diseñadas por él, con las que se inducirá al estudiante a polemizar e intercambiar criterios con sus otros compañeros, para irlos conduciendo al concepto que se desea enseñar.

Por la naturaleza de este método, es de suma importancia que las preguntas estén lógicamente encadenadas y que se tome como puntos de partida los conocimientos ya adquiridos por los estudiantes. Cabe destacar la gran relación que se puede establecer entre este método y el método heurístico que se analizará más adelante.

#### **d. Método Individual.**

En este método, como su nombre lo indica, se da una participación muy activa del estudiante, tanto en el hogar como en el aula, pues en ambos sitios el docente puede utilizar este método para reforzar o ampliar los conocimientos adquiridos mediante textos, apuntes o resolución de problemas planteados por él.

Es importante resaltar que este método puede ser utilizado por el docente como complemento de otros métodos. Por ejemplo, en el método heurístico.

#### **e. Método Heurístico.**

El método heurístico, al que se ha hecho referencia, consiste en presentar al estudiante cuestiones, situaciones o problemas que lo induzcan, por su propio

esfuerzo y bajo la dirección del profesor, a construir inicialmente sus propios esquemas de razonamiento y posteriormente el conocimiento deseado por el profesor.

Por la versatilidad de este método, su combinación resultaría provechosa con el método socrático o el método individual.

#### **f. Método de Laboratorio y Correlación.**

El método de correlación tiene por objeto estudiar Matemática mediante su aplicación a otras disciplinas por medio del planteamiento (por parte del profesor) de situaciones o problemas relacionados a éstas; de manera que el estudiante aplique los conocimientos teóricos matemáticos y así logre dar el contenido concreto a dichos conocimientos.

Por su parte, en el método de laboratorio el trabajo va más allá; pues los estudiantes, siguiendo el mismo lineamiento del método de correlación, realizarán, además, experiencias de laboratorio, mediciones y cálculos empíricos que les permitan obtener los datos necesarios para resolver el problema planteado y dar un sentido concreto a los conceptos matemáticos aplicados en el proceso.

#### **g. Método de los Proyectos.**

La idea central de este método es orientar al estudiante para que pueda confrontar y resolver cuestiones o problemas tal como se presentan en la realidad. Para ello, el estudiante realizará proyectos tomados de la realidad y

tendrá la responsabilidad de realizar las mediciones y demás cálculos empíricos, así como el planteamiento teórico del problema y su solución, contando con la guía y orientación del profesor. Por lo general, el profesor ofrece una guía escrita al estudiante ya que el proyecto se desarrolla fuera del aula y el profesor no necesariamente estará disponible para aclarar dudas o incertidumbres.

Otro método de utilización frecuente es:

#### **h. Método de los Cuatro Pasos.**

Se caracteriza, entre otras cosas, porque favorece el “aprender haciendo”.

Al adaptar este método a la enseñanza de la Matemática las actividades educativas desarrolladas se efectúan con una secuencia de cuatro pasos, los cuales, según Castro (1989), citado por Hernández (1998), son:

**Paso No.1:** El profesor dice – El profesor hace.

Mediante la utilización del método expositivo, el profesor desarrolla paso a paso el procedimiento necesario, siguiendo un orden lógico. Por ejemplo, para aplicar un algoritmo particular.

**Paso No.2:** Los estudiantes dicen – El profesor hace.

En este paso, los estudiantes son los encargados de indicarle al profesor el procedimiento y la secuencia correcta a seguir para el desarrollo de una situación matemática (esto es, una operación o la aplicación de un algoritmo).

**Paso No.3:** Los estudiantes dicen – Algunos estudiantes hacen.

A diferencia del paso anterior, algunos estudiantes son los encargados de ejecutar cada paso de un procedimiento según las indicaciones de los demás estudiantes del grupo.

Paso No.4: Todos los estudiantes hacen.

En este paso, todos los estudiantes desarrollan la situación matemática o actividad propuesta por el profesor. Éste solamente supervisa el trabajo de los estudiantes y aclara las dudas que se presenten durante el desarrollo.

Es importante que el profesor haga una síntesis del tema desarrollado, luego de haber aplicado este método.

#### **i. Método Interrogativo.**

Este método guarda gran relación con el método socrático.

Consiste en el uso adecuado de preguntas pertinentes al tema en discusión, realizadas por el docente o por los estudiantes, con el fin de lograr objetivos educativos concretos.

Actualmente, se considera que las preguntas oportunamente realizadas, constituyen una técnica importante de enseñanza que estimula la actividad reflexiva y la participación activa de los estudiantes, hecho esencial para producir un auténtico aprendizaje y el desarrollo del pensamiento crítico.

Resulta importante hacer referencia a dos métodos que, en la actualidad, han resultado muy aceptados entre especialistas pedagogos y están teniendo gran auge en la enseñanza de la Matemática. Estos métodos son:

#### j. **Método Constructivista.**

Según Piaget, citado por Gómez y Coll (1993), la concepción constructivista de la adquisición del conocimiento se caracteriza por el hecho de que el sujeto (en este caso el estudiante) es activo frente a lo real y capaz de interpretar la información proveniente del entorno como consecuencia de la relación dinámica y no estática existente entre ambos. La construcción del conocimiento no se produce solamente con lo descrito. Además, interviene un proceso de reestructuración y reconstrucción en el cual todo conocimiento nuevo se genera a partir de otros previos. Se debe dejar claro que en este método es el estudiante quien construye su propio conocimiento, producto de sus necesidades internas vinculadas al desarrollo evolutivo, con la guía adecuada del mediador (el docente).

En el trabajo de aula propiamente dicho, esta concepción metodológica se aplica y se desarrolla mediante la utilización de experiencias de aprendizaje guiadas por el docente y realizadas por el estudiante. Este proceso le permite al estudiante adquirir un nuevo conocimiento, utilizando para tal fin los conocimientos previamente adquiridos.

#### k. **Método de Resolución de Problemas.**

La actividad de resolver problemas ha sido reconocida como un componente importante en el estudio del conocimiento matemático.

Como lo afirma Santos (1996), un aspecto fundamental es el considerar a la resolución de problemas como una forma de pensar, en la cual el estudiante

continuamente tiene que desarrollar diversas habilidades y utilizar diferentes estrategias para el aprendizaje de la Matemática. En este contexto, el término problema se vincula no solamente a situaciones específicas rutinarias o no rutinarias donde el estudiante intenta encontrar solución o soluciones; sino que también incluye, el tener que aprender algún concepto matemático. Es decir, tanto al resolver un problema como al aprender un contenido, el estudiante tiene que discutir ideas alrededor del entendimiento de la situación o problema, usar representaciones, estrategias cognitivas y metacognitivas, y utilizar contraejemplos ya sea para avanzar, resolver, o entender esa situación o problema. Así, la resolución de problemas se relaciona no solamente con el uso y desarrollo de habilidades para que el estudiante tenga acceso y utilice diversos recursos; sino también con estrategias que le permitan trabajar eficientemente con tales recursos en diversas situaciones.

Es evidente que la resolución de problemas juega un papel importante en la formación racional de los estudiantes y debe ser considerada como un proceso sistemático. Al respecto, Polya (1945) citado por Santos (1996), identifica cuatro componentes relacionadas con el proceso de resolver problemas. Estos son:

1. El entendimiento del problema.
2. El diseño de un plan.
3. El proceso de llevar a cabo el plan.
4. El análisis retrospectivo del proceso empleado para resolver el problema y plausibilidad de la solución o soluciones.

De acuerdo con Schoenfeld (1985), citado por Santos (1996), algunas actividades de aprendizaje que se pueden implementar para la resolución de problemas en el aula son:

1. Resolver problemas nuevos en clase.
2. El papel de moderador, por parte del docente, mientras los estudiantes discuten problemas en clase.
3. Dividir la clase en pequeños grupos para resolver problemas matemáticos.
4. Analizar el proceso de resolución de problemas.

Al existir diversidad de métodos para enseñar Matemática, resulta crucial tener claro las características fundamentales de cada uno para así, dependiendo de la formación matemática de los estudiantes, del tema matemático a desarrollar y de la meta o propósito del profesor y las particularidades del grupo de estudiantes involucrados, se haga una selección pertinente y adecuada del método (o métodos) a utilizar con un grupo particular de estudiantes. En palabras de Toranzos (1959), esto significa que:

La solución del problema metodológico está en una conveniente aplicación combinada de todos los métodos, desde los tradicionales del profesor y de los textos y exposición de los alumnos, hasta los modernos de laboratorio y proyectos. Todos presentan aspectos que los hacen necesarios y todos presentan inconvenientes que los hacen no aconsejables como métodos únicos; la aplicación oportuna de todos ellos será la más acertada solución.

Sin duda alguna, el empleo de una metodología que responda a las necesidades que la enseñanza de la Matemática presenta en nuestro país; captar el interés de los estudiantes; abolir la imposición de conocimientos de carácter puramente matemático y mostrar otro lado “agradable” de la Matemática, podría ser la combinación que daría solución a la mentalidad estereotipada que se ha venido presentando en las últimas décadas, situación que se refleja en el sentir y en el rendimiento académico de los estudiantes en esta disciplina.

Finalmente podemos afirmar que la didáctica de la Matemática es una ciencia joven en espera de futuros perfeccionamientos.

En los apartados siguientes se hará referencia a la situación de la historia de la Matemática y la geometría, y sobre todo, de su enseñanza.

## **2.4. La Enseñanza de la Historia de la Matemática**

Para determinar el aporte que pueda generar la enseñanza de la historia de la Matemática, se deben abordar cuestionamientos como el por qué, el para qué, y el cómo enseñar historia de la Matemática.

### **2.4.1. ¿Para qué Enseñar Historia de la Matemática?**

Como se mencionó, “para lograr una mejor comprensión de un fenómeno es necesario hacer un retroceso a los orígenes, a las ideas que le dieron vida” Collette (1973). La enseñanza y el aprendizaje de la Matemática se deben enriquecer por medio de disertaciones de clase, cuyo objetivo primordial sea la

conscientización del estudiante ante los grandes esfuerzos que le demandó a la humanidad el llegar a los resultados matemáticos. Resultados que actualmente, forman parte indispensable del desarrollo de casi todas las disciplinas científicas, las cuales son las responsables directas del progreso con el que hoy se cuenta.

La necesidad por cambiar esa imagen axiomática y rigurosa, con la que hasta ahora se ha caracterizado a la Matemática, es uno de los puntos claves del para qué de la enseñanza de la historia de esta disciplina.

Como lo afirma Collette (1973), "un estudio sobre la evolución histórica de la pedagogía de la Matemática muestra que la historia de la Matemática puede ser una fuente, casi inagotable, de la que el profesor beberá a placer para garantizar una enseñanza mejor".

#### **2.4.2. ¿Qué Historia de la Matemática Enseñar?**

Los contenidos de historia de la Matemática para determinado tema deben abordarse desde varios puntos de vista.

Como lo afirma González (1998), retomando las ideas de De Lorenzo (1973), en el quehacer matemático se visualizan dos planos complementarios entre sí:

- a. Un hacer intrínseco o práctica matemática que se plantea como resolución de problemas, se realiza sobre unos objetos para alcanzar unas soluciones y con ellos unos productos (es lo que tradicionalmente se ha llamado Matemática). A este plano se le denominará plano interno.

- b. Un cuadro ideológico que condiciona un hacer ya sea por un contexto de conocimientos ya adquiridos o por condiciones de trabajo que en última instancia pueden ser de índole económica. A este plano se le llamará plano externo.

Estas dos concepciones de la práctica matemática dan origen a dos puntos de vista a la hora de analizar el desarrollo histórico de la Matemática.

Estos son:

- a. Aquel que se refiere a la evolución de los conceptos y sus relaciones sin tomar en cuenta la realidad circundante de los sujetos que trabajaron en ella, ni siquiera a éstos, y
- b. Tomando en cuenta los momentos históricos en los cuales se dieron resultados trascendentes y la realidad (sobretudo socio-económico, como se dijo antes) del sujeto que aporta su conocimiento.

La enseñanza de la historia de la Matemática debe, entonces, centrarse en mostrar las luchas, modelos, ideales, pensamientos y el replanteamiento de fenómenos del hacer humano y que terminaron siendo todo ese bagaje de conocimientos que es la Matemática. Así como mostrar la realidad circundante en la que se desenvolvían los pensadores matemáticos, mientras se preocupaban por el desarrollo matemático.

La historia de la Matemática en la que se desee educar a los individuos debe además, mostrar la labor humanista de la historia, lo cual se puede lograr con el plano externo antes mencionado.

### 2.4.3. ¿Cómo Enseñar Historia de la Matemática?

Compartiendo la opinión de González (1998), la utilización de literatura, afiches, láminas ilustrativas, Internet, biografías, recortes, objetos antiguos y actuales en los que se ilustre el aporte matemático, entre otros muchos más materiales, serían en la práctica el material didáctico de primera calidad. Estos son quizá uno de los requisitos esenciales para el desarrollo de la clase en historia de la Matemática.

Sin embargo, la implementación de una nueva metodología, en la que se desarrollen los contenidos matemáticos del programa de estudios y la historia de la Matemática en forma paralela y complementaria, sería lo ideal.

## 2.5. La Enseñanza de la Geometría

La enseñanza de la geometría, al igual que las demás ramas de la Matemática, tiene como finalidad ayudar, por medio de su aprendizaje a desarrollar las habilidades y destrezas del individuo que puedan posteriormente convertirse en normas de conducta para la vida práctica.

Al igual que Soto (1961), se considera que el estudio de la geometría proporciona hábitos de precisión y exactitud mental que se intensifican al ser empleadas en el trabajo manual. En geometría la exactitud en el desarrollo y solución de ejemplos y ejercicios problemáticos es imprescindible y no se puede admitir un más o menos. La necesidad de esta exactitud y precisión al dibujar y trabajar manualmente para ajustarse a las exigencias geométricas es tan

imperiosa como la de razonar con rigor matemático en la solución de problemas de álgebra y cálculo.

La geometría tiene objetivos específicos para su enseñanza. Como lo indica Soto (1961), dentro de estos se citan:

- a. Lograr la adaptación de los alumnos a la enseñanza de esta asignatura en los diferentes niveles.
- b. Apreciar la geometría como parte integral del programa de estudios.
- c. Familiarizar a los estudiantes con los métodos modernos en la enseñanza de la geometría.
- d. Capacitar a los estudiantes para que valoren los productos del aprendizaje.
- e. Afianzar la importancia de que los conceptos surjan de situaciones reales.
- f. Dar oportunidad a la iniciativa personal en la adquisición y aplicación de recursos.
- g. Cultivar la capacidad de razonamiento en los estudiantes.

De esta forma, se evidencia que la implementación de una nueva estrategia metodológica que integre la historia de la Matemática para la enseñanza de la geometría, debe incluir aspectos o elementos relacionados, primero, con el contenido teórico y la historia y, segundo, con las diferentes propuestas metodológicas que se sugieren para la enseñanza de esta disciplina.

## CAPÍTULO III

## CAPÍTULO III

### METODOLOGÍA

Bajo el concepto de metodología como "un procedimiento concreto que se emplea, de acuerdo con el objeto y con los fines de la investigación, para organizar los pasos y propiciar resultados coherentes" (Barrantes, 1999), se presentan en este capítulo los elementos o aspectos relacionados al proceso de recolección, registro y análisis de la información.

Componentes como el tipo de enfoque de investigación, las fuentes de información, las técnicas e instrumentos de recolección de información y el análisis de la información obtenida fueron puntos claves que se describirán en este capítulo.

#### **3.1. Tipo de Investigación**

Ciertamente se puede decir que esta investigación no reflejó las ideas y conceptos de un único enfoque investigativo. De acuerdo con la naturaleza del problema investigado, que se enmarca en un ambiente educativo, se pudo apreciar que el enfoque cualitativo predominó y guió las acciones de esta investigación. Sin embargo, dada también la influencia matemática que envuelve y atañe a la propuesta, que se espera aportar con la finalización de

esta investigación, se propuso una mezcla de elementos pertenecientes al enfoque cualitativo y al cuantitativo.

La justificación al por qué de esta elección de metodología en la manera de abordar la investigación propuesta se puede agregar al hecho de que ambos enfoques se pueden complementar si se aplican de forma adecuada, pues "como la investigación tiene múltiples propósitos, éstos deben ser atendidos bajo condiciones que exigen variedad de técnicas. Ambos enfoques pueden vigorizarse uno al otro para brindar la percepción que ninguno de los dos por separado podría conseguir". (Barrantes, 1999).

### **3.2. Acceso al Campo**

Para recolectar adecuadamente toda la información necesaria para esta investigación, fue imprescindible la elaboración de cartas y documentos de permiso para legalizar la negociación de acceso al campo como la participación de los estudiantes, profesores o asesores.

Para aplicar el experimento de enseñanza se elaboró una carta de permiso dirigida a la dirección del colegio en la que además se especificaba la metodología a utilizar en el desarrollo de la unidad de geometría, la que sustentaría la información obtenida para la investigación, aclarando que esto no derivaría en una mala aplicación de los contenidos establecidos en el programa de estudios del Ministerio de Educación Pública para séptimo año.

Además, como en el desarrollo de la investigación intervino y se hizo necesario el trabajo con un grupo de estudiantes de séptimo año, se elaboró y

envió una carta de permiso dirigida a los padres de familia o encargados de los estudiantes (anexo 11) solicitando el permiso respectivo para que ellos cumplieran el papel de fuentes de información para este trabajo y así desarrollar esta investigación en un ambiente de tranquilidad y respeto hacia los estudiantes y sus familias, garantizando el carácter anónimo y confidencial de la información suministrada por cada uno de los sujetos investigados.

### **3.3. Fuentes de Información**

Con la motivación que representó el objetivo principal de esta investigación, cual es establecer una propuesta metodológica que involucre la enseñanza de la geometría conjuntamente con la historia de la Matemática, se utilizaron diversas fuentes de información, para lo cual se seleccionó a los participantes que se describen a continuación: un grupo de estudiantes de séptimo año de dos colegios urbano-marginales, un grupo de profesores de Matemática de secundaria y de educación superior, algunos asesores regionales y nacionales de Matemática del Ministerio de Educación Pública. Además, se utilizaron otros documentos, tales como, libros de texto que con mayor frecuencia y regularidad se utilizan en el desarrollo de los contenidos de la unidad de geometría en séptimo año, los programas de estudio vigentes para este nivel (establecidos por el Ministerio de Educación Pública), así como la información que surgió durante la aplicación del experimento de enseñanza, el cual se basó principalmente en la implementación de la historia como herramienta metodológica en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

### **3.4. Recolección de la Información**

Para el desarrollo exitoso de esta investigación se dividió el proceso en tres etapas diferentes; aunque para efectos de explicación son descritas por separado, en su ejecución no necesariamente debió finalizar una para que comenzara la otra. Más bien, cada una se integró a la anterior de manera que la información recogida se complementara y se aprovechara en su totalidad.

#### **3.4.1. Etapa Diagnóstica**

Esta primera etapa consistió en la fase diagnóstica, donde se aplicó un cuestionario (diseñado por los investigadores) a los estudiantes de séptimo año, de los grupos escogidos. Además, se aplicó un cuestionario y se realizó una entrevista estructurada, a profesores de Matemática que laboran en secundaria, así como entrevistas estructuradas a profesores de Matemática que laboran en instituciones de educación superior donde se forman futuros profesores de Matemática y a algunos asesores regionales y nacionales de Matemática del Ministerio de Educación Pública.

Aunque esta primera etapa se presenta en forma separada se consideró como un elemento fundamental para la segunda etapa, ya que ofreció una contextualización general de la cuestión (diagnóstico), lo cual fue de relevancia en el análisis y las decisiones sobre la segunda etapa de la investigación, que será detallada a continuación.



### 3.4.2. Etapa Experimental

La segunda etapa, para recolectar información en esta investigación, estuvo conformada mayoritariamente por la ejecución de un experimento de enseñanza que consistió (como se mencionó líneas atrás) en la implementación de una unidad didáctica sobre la historia de la Matemática, como herramienta metodológica en la enseñanza de la geometría en el currículo de séptimo año. Cabe destacar que esta fase no comenzó con la aplicación de dicho experimento de enseñanza, más bien inició con la fase de diagnóstico explicada en el apartado anterior.

Propiamente el experimento de enseñanza consistió en desarrollar los contenidos tradicionales del tema de cuadriláteros de la unidad de geometría establecidos por el Ministerio de Educación Pública en el programa de estudios vigentes para séptimo año, especificados en el capítulo introductorio. La innovación fue que se implementó la historia de la Matemática en la introducción y desarrollo posterior de los contenidos de este tema en forma de anécdotas, historias, biografías de personajes matemáticos destacados en la antigüedad, referencias históricas sobre algún símbolo o concepto en particular. De esta forma, se propuso al estudiante una forma diferente para aprender y conocer la geometría al mismo tiempo que adquiría conocimientos en historia de la Matemática, la cual tradicionalmente no se ha fomentado; así como el análisis y desarrollo de los dos planos de la historia de la Matemática. Es importante clarificar que el aporte histórico se incluyó respetando la secuencia de los contenidos (en el programa de estudios de matemática).

La duración de esta etapa fue de un mes, tomando en cuenta la aplicación del experimento de enseñanza, la recolección y el posterior análisis de la información obtenida. Es importante aclarar que el desarrollo de esta etapa se incluyó en el primer trimestre del curso lectivo. Dicho período es el establecido por el Ministerio de Educación Pública para el desarrollo de la unidad de geometría en sétimo año.

En lo que se refiere a la recolección de la información, ésta se hizo a través de observaciones participantes sistemáticas, así como observaciones no participantes, para lo cual se elaboró una guía de observación.

### **3.4.3. Etapa de Análisis de Textos Matemáticos**

Paralelamente al desarrollo de la segunda etapa de recolección de información, entró en ejecución una tercera fase. Esta consistió fundamentalmente en realizar un análisis del contenido de los libros de texto que se han venido utilizando con mayor frecuencia en los últimos años, para desarrollar los tópicos de geometría en sétimo año. De igual manera se realizó con libros de texto que tuvieron vigencia en las últimas dos décadas y que actualmente su uso no es tan común.

El objetivo específico de esta etapa fue recoger información sobre el nivel de importancia que se le concede a la historia de la Matemática en el desarrollo de esta unidad.

Para realizar el análisis de textos se elaboró una guía en forma de lista de cotejo, de manera que los datos obtenidos resultaran fácilmente registrables,

tabulados y posteriormente analizados. Además, con esta lista de cotejo se aseguró un análisis más homogéneo para cada texto. A su vez, esta cualidad facilitó el análisis posterior de estos datos.

### **3.5. Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información**

Tal y como se mencionó al inicio de este capítulo, en el desarrollo de esta investigación se utilizaron técnicas de recolección de información, tanto de naturaleza cualitativa como cuantitativa.

Para una mejor comprensión de los instrumentos que fueron utilizados en la recolección de información, éstos se dividen según las etapas en las que se administraron. A continuación se ofrece una breve descripción de ellos.

#### **3.5.1. Instrumentos a Usar en la Etapa Diagnóstica**

En esta etapa, dedicada fundamentalmente a elaborar un diagnóstico, fue de vital importancia la aplicación de instrumentos de recolección de orden cuantitativo, que facilitaran un futuro análisis estadístico de la información recogida.

Primeramente se aplicó un cuestionario a estudiantes de séptimo año participantes (anexo 1) con el fin primordial de conocer y registrar sus expectativas, experiencias y conocimientos previos sobre temas como geometría e historia de la Matemática, ya sea en forma aislada o conjunta.

Junto a la aplicación de estos cuestionarios, se elaboró una serie de entrevistas estructuradas y se aplicó un cuestionario a un grupo de profesores

de Matemática de secundaria (anexo 2); además, se realizaron entrevistas a algunos profesores de Matemática de secundaria (anexo 3) y de educación superior (anexo 4), así como a algunos asesores regionales y nacionales de Matemática (anexo 5) con el objetivo de recoger información referente a las experiencias, expectativas, ventajas, desventajas y posibles limitaciones que generaría la implementación de la historia como herramienta metodológica en la enseñanza de la geometría en séptimo año. Es decir, recolectar la información proveniente de especialistas, esto es, profesores de aula o profesores universitarios formadores de profesores de Matemática y asesores regionales y nacionales.

### **3.5.2. Instrumentos a usar en la Etapa Experimental**

Como parte de esta etapa experimental figuró la aplicación de la técnica basada en la observación, tanto participante como no participante. Dichas observaciones se realizaron en diferentes periodos a lo largo de la etapa experimental. Para recolectar la información se preparó una guía de observación similar a una hoja de cotejo (anexo 8) para cada una de las observaciones realizadas. Fundamentalmente la información obtenida tuvo relación con el grado de aceptación de los estudiantes hacia el experimento de enseñanza aplicado (anexos 6 y 7) y que se pudo evidenciar en la conducta dentro del aula, el interés hacia la materia, la motivación hacia la misma y otros factores inherentes al proceso de enseñanza-aprendizaje en este caso de la

geometría, como por ejemplo, el resultado final de la evaluación correspondiente al finalizar el período destinado para este tema.

### **3.5.3. Instrumentos a usar en la Etapa de Análisis de Textos Matemáticos**

En la etapa de análisis de contenido, que se realizó a libros de texto de Matemática más frecuentemente utilizados en las dos últimas décadas y en la actualidad en la enseñanza de la geometría en sétimo año, se confeccionó una guía, a manera de lista de cotejo (anexo 9), en la que se registraron algunos criterios que se consideran importantes para efectos de esta investigación, tales como la utilización de la historia en la introducción de algún tema o dentro del desarrollo mismo de la unidad de geometría en sétimo año, representada en la mención de algunos personajes antiguos, la narración de hechos o anécdotas históricas, todo esto alusivo al tema en estudio y el enfoque histórico dado.

### **3.6. Análisis de la Información**

En lo que se refiere al registro, organización y análisis de la información suministrada por todas las fuentes informativas se hizo patente la influencia de los enfoques ya indicados al inicio de este capítulo.

**3.6.1.** La información obtenida en la etapa de diagnóstico se trató de dos maneras diferentes: primeramente los datos recogidos se registraron y tabularon para después realizar un análisis estadístico basado en cuadros, tablas y gráficos que reflejaron los principales hallazgos y variables destacables, relevantes a la investigación. Por otro lado, con

la misma información se aplicó una técnica cualitativa denominada triangulación mediante la cual se establecieron conclusiones que permitieron el logro de algunos de los objetivos planteados.

**3.6.2.** Con la información recabada en la segunda etapa, donde se aplicó el experimento de enseñanza, y con base en las observaciones realizadas en esta etapa se dio un tratamiento similar a la obtenida en la primera etapa en lo que concierne a la perspectiva cualitativa. O sea, a partir de la triangulación de datos se intentó formular algunas conclusiones que validan la aplicación del experimento de enseñanza y se comunicaron a través de un informe los resultados obtenidos en la aplicación de este experimento.

**3.6.3.** Finalmente, con los datos recogidos en la etapa de análisis de contenido de los libros de texto y a partir de las listas de cotejo utilizadas se tabuló y registró dicha información, de forma que se realizara un adecuado análisis estadístico representado en cuadros, gráficos y tablas de acuerdo con los datos que resultaron del análisis bibliográfico. El uso de la lista de cotejo protegió el análisis de las mismas variables en los diferentes textos y esto aumentó la credibilidad del análisis.

### **3.7. Resultados, Implicaciones y Recomendaciones de la Investigación**

Una vez realizado el tratamiento de la información con su correspondiente registro, organización y análisis se procedió a presentar los resultados que

04 MAYO 2004 ENS558

51

4935

respondan a los objetivos planteados para esta investigación. También, se establecieron las relaciones más importantes que se presentaron entre los aspectos y elementos considerados en el desarrollo de la investigación.

Con base en los resultados obtenidos a lo largo de las actividades destinadas a la recolección de información se estableció una serie de implicaciones y recomendaciones que permitirán a los futuros lectores del presente hacer de esta investigación una herramienta útil para implementar la historia de la Matemática en la enseñanza de la geometría en séptimo año.



### 3.8. Informe de la Investigación

Como una etapa final de esta investigación y a manera de dar a conocer a los lectores los resultados de la misma, se elaboró este informe final de la investigación que contiene en una descripción detallada y minuciosa de cada una de las etapas que comprendió el proceso investigativo desde sus fases de diseño, justificación y respaldo teórico hasta la descripción de la metodología empleada junto a las técnicas de recolección de la información. No se puede dejar de lado también la etapa final de análisis de la información, presentación de resultados, implicaciones y recomendaciones que están directamente relacionados con la aplicación del experimento de enseñanza que conformó el eje principal de esta propuesta.

El informe final consta de los siguientes capítulos:

- CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN.
- CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL.
- CAPÍTULO III. METODOLOGÍA.
- CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.
- CAPÍTULO V. RESULTADOS, IMPLICACIONES Y RECOMENDACIONES DE LA INVESTIGACIÓN.
- CAPÍTULO VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y ANEXOS.

## CAPÍTULO IV

## CAPÍTULO IV

### ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Compartiendo las ideas de Venegas (1998), la información, producto de una investigación, debe estar fundamentada en los objetivos formulados y estar directamente relacionada y de manera coherente con todos los aspectos de carácter teórico y metodológico que componen una investigación.

En este capítulo se presenta el análisis de la información recabada y de los resultados obtenidos en las diferentes fuentes de información.

Dicho análisis se divide en tres partes que corresponden a las etapas diagnóstica, experimental y análisis de textos matemáticos. Estas han sido descritas en el capítulo anterior y constituyen el fundamento metodológico de la presente investigación. En cada etapa se tomaron en cuenta los objetivos específicos, formulados para dirigir esta investigación; es decir, los resultados obtenidos se organizaron según etapa y se analizaron por objetivo.

Es importante señalar que dentro del análisis de la información y resultados se incluyó una descripción de las fuentes de información consultadas y de los instrumentos de recolección de datos utilizados.

#### **4.1 Etapa Diagnóstica:**

La recolección de información correspondiente a esta etapa estuvo fundamentada y dirigida por los primeros cuatro objetivos específicos detallados en el capítulo introductorio de este informe (ver páginas 8, 9). Estos se indican conforme se desarrolla el análisis de los datos recolectados.

##### **4.1.1 Análisis de la Información Proporcionada por Estudiantes de Dos Grupos de Séptimo Año.**

La siguiente información se obtuvo mediante un cuestionario (anexo 1) dirigido a sesenta y nueve estudiantes de séptimo año, provenientes de dos colegios académicos diurnos de la provincia de San José.

La selección de la muestra se realizó con el propósito de determinar los conocimientos que traían de primaria los alumnos de séptimo año sobre la historia de la matemática, especialmente aquellos que se refieren a geometría, tema al que se le dedica aproximadamente el veintiséis por ciento de los doscientos días efectivos de lecciones propuestos por el Ministerio de Educación Pública. Este corresponde al primer trimestre del curso lectivo en la actualidad.

A continuación se presentarán los datos obtenidos y el respectivo análisis.

En primera instancia, se consideró conveniente analizar los conocimientos previos de los estudiantes consultados. Esto es, los temas de geometría estudiados por ellos en la escuela.

De los sesenta y nueve estudiantes más del 80% de los estudiantes estudiaron los temas de ángulos, triángulos, cuadriláteros, círculo y

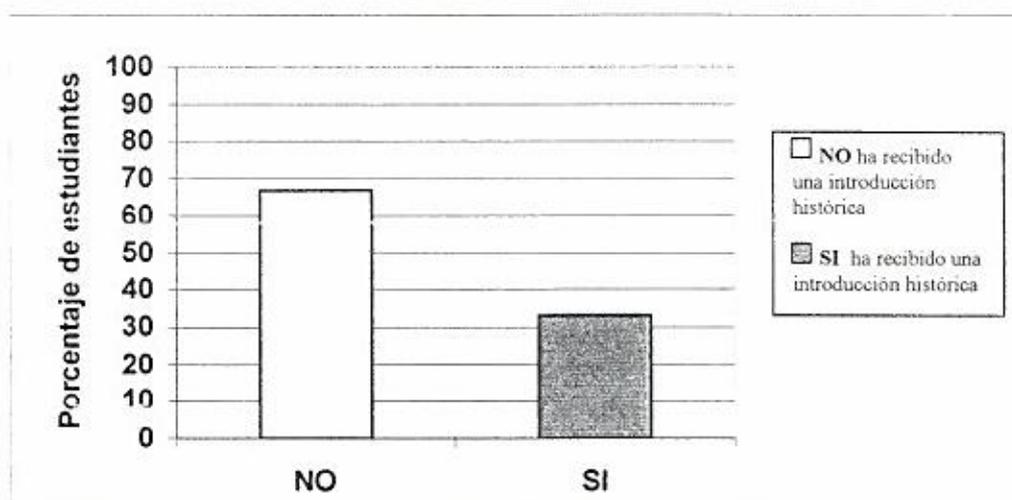
circunferencia y polígonos como parte de su formación matemática a nivel escolar.

Tómese en cuenta que los temas de ángulos, cuadriláteros y polígonos se retoman nuevamente en sétimo año, con un mayor nivel de profundidad, según lo estipula el programa de estudios vigente del Ministerio de Educación Pública.

Además, la tercera parte de los estudiantes de sétimo año consultados, manifestaron que sus maestros realizaron una introducción histórica en los temas de geometría descritos anteriormente. Esto se aprecia en el siguiente gráfico.

Gráfico 4.1

**PORCENTAJE DE ESTUDIANTES CON LOS QUE SE HA DESARROLLADO UNA INTRODUCCIÓN HISTÓRICA DE LOS TEMAS DE GEOMETRÍA ABARCADOS EN LA ESCUELA**



Se puede observar la gran diferencia que existe entre el porcentaje de estudiantes que sí han recibido una introducción histórica en dichos temas y el porcentaje de estudiantes que no la han recibido. Esto deja ver que la mayoría

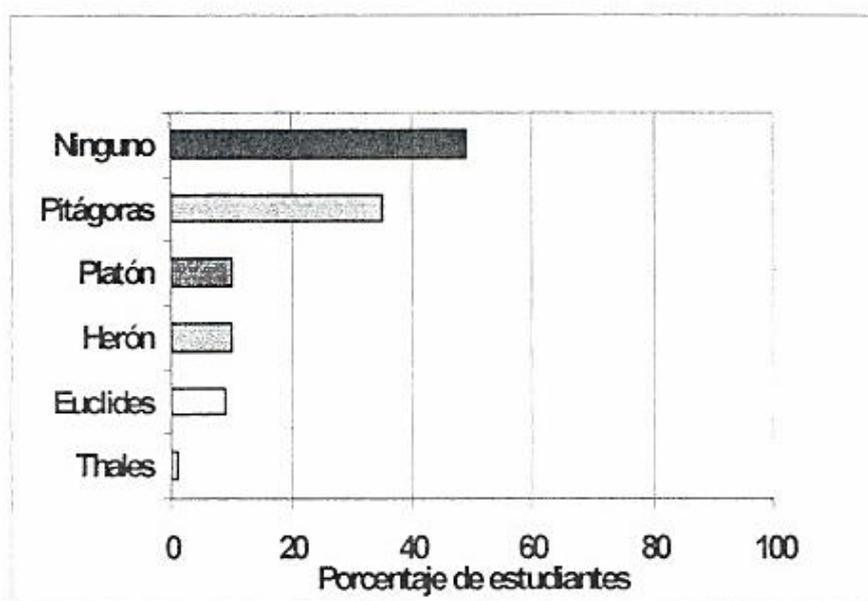
de los estudiantes consultados proviene de centros educativos de educación primaria, sin haber interactuado con elementos históricos de la matemática.

Es importante señalar, de acuerdo con la información suministrada por estos estudiantes, que las actividades que con mayor frecuencia implementan los maestros al introducir históricamente los temas de geometría son: la realización de lecturas sobre el origen de algún símbolo o concepto matemático particular y la exposición de biografías de algún matemático de la antigüedad.

Además, la presentación de láminas ilustrativas a la historia de un tema y la narración de alguna anécdota referida al tema son actividades que también se utilizan pero con menor regularidad. Una posible explicación a este fenómeno la constituyen factores como la formación matemática del docente, la carencia de recursos didácticos y centros de documentación y el recargo de contenidos en el programa de estudios vigente, lo cual imposibilita tanto la investigación del docente como la evaluación de estos aspectos. Prueba de esto es que casi la mitad de los estudiantes (49%), afirma no tener conocimiento acerca de los matemáticos más destacados de la antigüedad, en geometría, como lo muestra el gráfico N° 4.2 que a continuación se presenta. O bien, si tuvieron alguna experiencia relacionada, esta no fue muy significativa.

Gráfico 4.2

**MATEMÁTICOS DE LA ANTIGÜEDAD MÁS CONOCIDOS  
POR LOS ESTUDIANTES DE SÉTIMO AÑO  
EN PRIMARIA**



Los estudiantes que conocen al menos un matemático, destacan a Pitágoras de Samos, al cual es recordado por el treinta y cinco por ciento de los estudiantes. Otros matemáticos mencionados, por menos del 20% de los estudiantes, fueron Platón, Herón, Euclides y Thales.

Este hecho resulta interesante, ya que Pitágoras de Samos junto a Thales de Mileto, son de los matemáticos antiguos con mayor mención en la educación secundaria, por sus aportes a la geometría, en especial, del currículo matemático a partir de noveno año.

De los estudiantes que conocen algún matemático de la antigüedad el 22% afirma que sus aportes fueron realizados en el área de ángulos.

Además, el 17% de estos estudiantes no sabe en qué área de la geometría hicieron sus aportes los matemáticos que afirmaron conocer. Esta situación podría explicarse por la no profundización de temas relativos a la historia de la matemática, particularmente del quehacer matemático de esos personajes.

Otro hecho interesante es que aproximadamente el 77% de los estudiantes afirmó estar interesado en conocer diferentes elementos de la historia de la matemática, ya que ésta les resulta interesante, además de permitirles conocer sobre el origen de la materia (temas o conceptos) que se está desarrollando y de ser un medio que les posibilita contextualizar su aprendizaje y esto es fundamental tanto para motivarlos en su aprendizaje de la geometría como para sensibilizarlos respecto de la construcción geométrica a través del tiempo.

Llama la atención observar que el porcentaje de estudiantes que muestran interés por la historia de la matemática sea tan alto, ya que éste es un tema que no se ha desarrollado ampliamente a nivel escolar, situación que lo convierte en un tema innovador para algunos estudiantes.

Contrariamente, quienes afirman no sentir gusto por la historia de la matemática consideran que ésta es aburrida, poco interesante, extensa, desconocida y enredada, además de que no sienten gusto por la matemática como asignatura.

Al consultarle a los estudiantes si consideraban o no importante incluir aspectos o hechos históricos en el desarrollo de los temas de geometría en

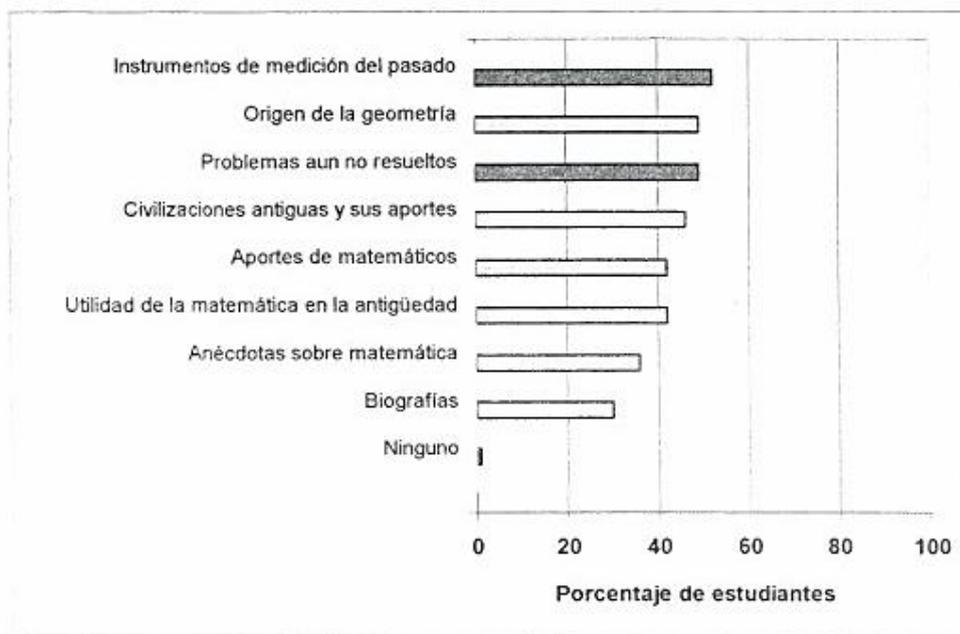
sétimo año, el 73% opinó que sí es importante pues esto enriquecería su conocimiento, les ayudaría a entender con mayor facilidad la matemática, les permitiría conocer sobre el origen de la matemática y su utilización o aplicación en el pasado. Opinaron que es una forma de reconocer el esfuerzo de otros hombres y mujeres en este campo.

Un 22% de los estudiantes considera que no tiene importancia alguna la inclusión de aspectos históricos en el desarrollo de temas de geometría en sétimo año argumentando que esto no es interesante, no le agrada ni tiene utilidad alguna en la vida cotidiana, además que lo interesante es aprender geometría no su historia.

Los estudiantes interesados en conocer sobre historia de la matemática, como lo muestra el gráfico N° 4.3, manifestaron su predilección por temas como: instrumentos de medición utilizados en el pasado, origen de la geometría, problemas matemáticos de la antigüedad que aún no se han logrado resolver y, conocer acerca de las civilizaciones antiguas y sus aportes a la matemática. Estos temas fueron sugeridos previamente a los estudiantes consultados.

Gráfico 4.3

**TEMAS DE HISTORIA DE LA MATEMÁTICA QUE EL ESTUDIANTE ESTÁ INTERESADO EN CONOCER**



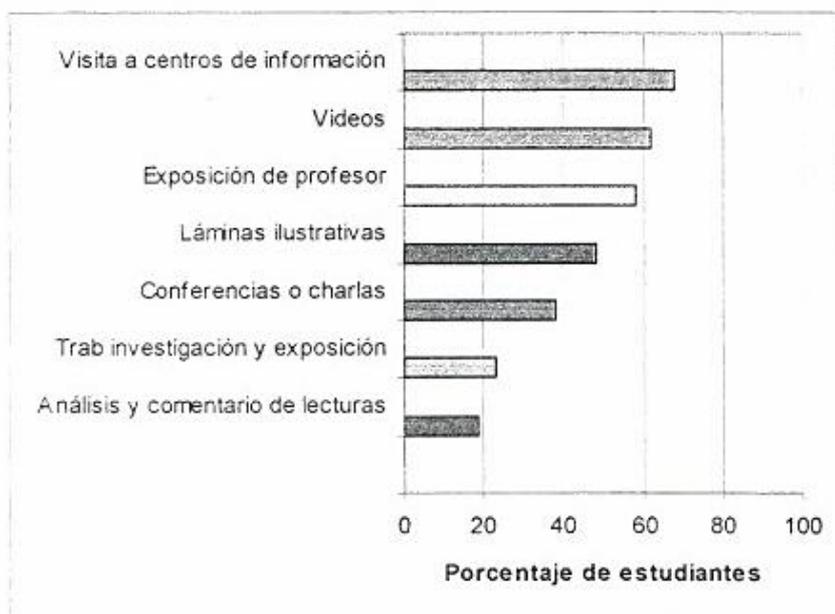
Es interesante observar que el interés de los estudiantes por conocer sobre la vida, aportes y anécdotas de los matemáticos, es más bajo en relación con los otros temas, quizás por la poca relación de estos últimos con conocimientos matemáticos específicos.

En relación con las actividades que prefiere el estudiante para el desarrollo de temas de historia de la matemática, más del 60% de los estudiantes preferiría visitar diferentes centros de información como bibliotecas, exposiciones y museos y observar videos para conocer sobre temas relativos a la historia de la matemática. Esto demuestra que el estudiante prefiere actividades que le

permitan contextualizar sus conocimientos con actividades cotidianas y fortalecer así la enseñanza y el aprendizaje de estos temas.

**Gráfico 4.4**

**ACTIVIDADES QUE PREFIERE EL ESTUDIANTE PARA EL DESARROLLO DE TEMAS DE HISTORIA DE LA MATEMÁTICA**



Es importante destacar que la ubicación geográfica de los centros educativos que albergan a los estudiantes participantes permitiría un fácil acceso a algunos centros de información, tales como el Museo Nacional, el Museo de Jade, el Museo de Oro, la Biblioteca Nacional, algunas Galerías de Arte e instituciones de educación superior pública. No obstante, la condición socio-económica de estos estudiantes (urbano-marginal), obstaculiza en gran medida la visita a este tipo de lugares.

El análisis anterior revela, de acuerdo con el criterio de los estudiantes participantes, que la historia de la matemática no se ha incluido en el desarrollo de temas de geometría como un medio facilitador de su aprendizaje; su utilización se ha enfocado a breves reseñas históricas al inicio de la unidad.

A pesar de esto, en el mejor de los casos, los estudiantes manifestaron sentir interés por conocer diversos elementos de la historia de la matemática mediante la aplicación de nuevas estrategias y actividades, tanto dentro como fuera del aula.

### **1.1.2 Análisis de la Información Brindada por Docentes de Matemática de Secundaria.**

En este apartado se presenta la información suministrada por diez docentes de matemática de secundaria. La mayoría de ellos titulados y provenientes de instituciones de educación superior pública, con una experiencia laboral no menor a seis años en instituciones públicas y privadas de educación media. Algunos de estos docentes también han laborado en instituciones de educación superior pública y privada.

Los datos fueron recolectados por medio de un cuestionario (ver anexo 2) de una entrevista estructurada (ver anexo 3) con el propósito de describir enfoques metodológicos que tradicionalmente emplean los profesores de matemática de secundaria para desarrollar el tema de geometría, así como agnoscicar el nivel de satisfacción de estos profesores en cuanto al uso de cursos metodológicos tradicionales.

Seguidamente se presentará la información obtenida y el correspondiente análisis.

Casi la mitad de los docentes consultados, un 46%, utiliza el método tradicional expositivo para introducir la unidad de geometría, mientras que un 23% aproximadamente asigna trabajos de investigación a los estudiantes para posteriormente discutirlos en clase y que hacen referencia a diferentes aspectos históricos de la geometría. Por su parte, el 31% de los docentes utiliza otro tipo de metodologías basadas en la lectura de artículos referentes a elementos históricos y en la asignación de trabajos extraclase.

Cabe destacar la poca utilización por parte de los docentes, de métodos pertenecientes al enfoque constructivista en la introducción de la unidad de geometría.

Un fenómeno similar ocurre en el desarrollo del primer objetivo de la unidad de geometría propuesto en el programa de estudios del Ministerio de Educación Pública para el nivel de séptimo año, donde el 70% de los docentes utiliza el método expositivo.

Es interesante hacer notar que solo el 30% de los docentes entrevistados hace uso de otros métodos para desarrollar este objetivo. Por ejemplo, el método investigativo. Este consiste, según los docentes entrevistados, en la asignación de temas de matemática que serían investigados por los estudiantes y discutidos posteriormente en clase.

Propiamente en el desarrollo de los temas de la unidad de geometría correspondientes a séptimo año, los docentes entrevistados utilizan el método

expositivo tradicional o clásico, como lo define Toranzos (1963). Además, más del 60% se inclinan por el uso de los métodos investigativo y deductivo para el desarrollo de esta unidad temática y menos del 20% de los informantes afirmó utilizar un método de enseñanza basado en la elaboración de álbumes y rompecabezas (ver otros en el gráfico).

Cabe destacar que aquellos métodos de enseñanza en los que se requiere un rol más analítico de parte del estudiante, como el método heurístico o el de resolución de problemas, no gozan de la predilección de un gran porcentaje de docentes. Esto se evidencia en el siguiente gráfico.

**Gráfico 4.5**

**MÉTODOS DE ENSEÑANZA MÁS UTILIZADOS POR LOS DOCENTES EN EL DESARROLLO DE TEMAS DE GEOMETRÍA EN SÉTIMO AÑO**



Al preguntar a los docentes acerca de los métodos de enseñanza con los que se sienten más a gusto, a la hora de introducir y desarrollar los temas de geometría en sétimo año, siguiendo un orden de preferencia, la mayoría se inclina por el método expositivo, seguido por los métodos: interrogativo, investigativo e inductivo. Como últimas opciones, los docentes prefieren el uso de los métodos de resolución de problemas y heurístico.

Como se puede apreciar, la información anterior tiene gran similitud a los resultados proporcionados por el gráfico N° 4.5, los cuales revelan la poca utilización de metodologías afines al enfoque constructivista en el desarrollo de estos temas.

Esto podría justificarse por factores como la formación docente, la falta de material didáctico y la limitación en el tiempo real de aula producto del recargo de contenidos en el programa de estudios vigente; obstaculizando la implementación de métodos que requieren un papel más activo por parte de los estudiantes, y por consiguiente de un mayor tiempo de aplicación en el aula y su previo planeamiento.

Esta situación provocaría un nivel de aprendizaje geométrico y matemático centrado en la transmisión y memorización de conocimientos, dejando de lado el análisis crítico y el razonamiento lógico de éstos y esto es lo que debe enfatizarse en el aula de matemática de secundaria.

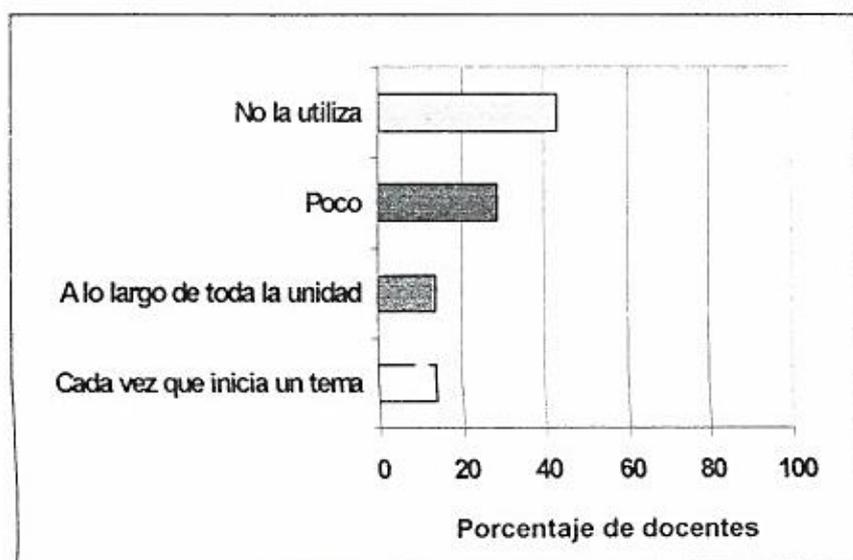
El 57% de los docentes consultados desarrolla los temas de geometría de sétimo año tomando en cuenta elementos históricos relacionados a esta rama de la matemática. De estos, sólo el 14% manifiesta hacerlo a lo largo de toda la

unidad o cada vez que inicia un tema correspondiente a esta unidad (ver gráfico N° 4.6).

En contraste con lo anterior, el 43% de los docentes afirma no utilizar la historia de la matemática para el desarrollo de la unidad de geometría y el 29% afirma hacer uso de ella en muy pocas ocasiones, argumentando en ambos casos que existe un recargo de contenidos en el programa de estudios del Ministerio de Educación Pública que no permite contar con el tiempo suficiente para implementar este tipo de técnicas y además, por el hecho de tener un escaso conocimiento sobre elementos históricos de cada uno de los temas que se cubren en esta unidad.

**Gráfico 4.6**

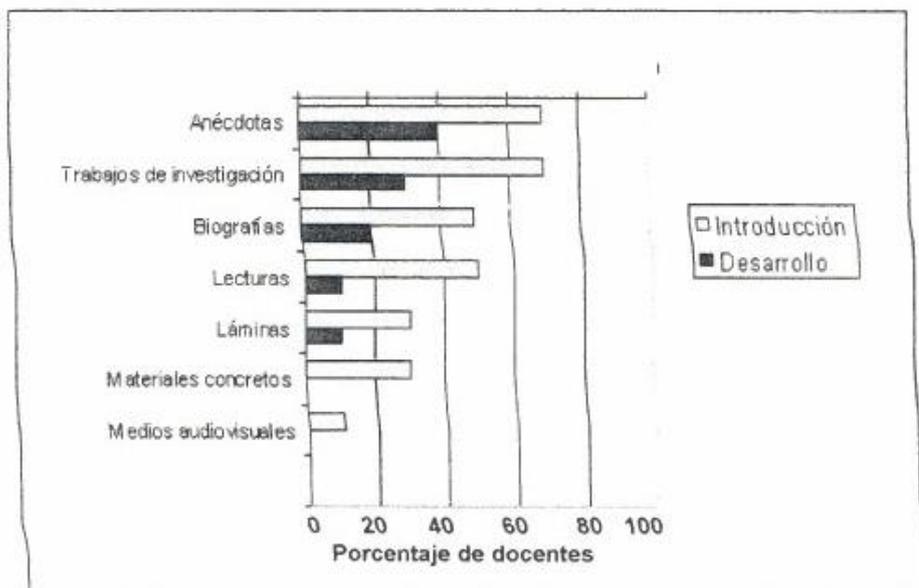
**FRECUENCIA CON QUE SE UTILIZA LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA EN EL DESARROLLO DE LOS TEMAS DE GEOMETRÍA EN SÉTIMO AÑO POR LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA DE SECUNDARIA**



Finalmente, al preguntar a los docentes si utilizan elementos históricos en la introducción de los temas de la unidad de geometría en séptimo año, el 100% manifestó que sí lo hacía. Sin embargo, cuando se les preguntó si implementan dichos aspectos históricos para el desarrollo de esos mismos temas solo el 60% respondió afirmativamente. Esto puede explicarse por el hecho de que en el programa de estudios vigente del Ministerio de Educación Pública solamente el primer objetivo de la unidad de geometría hace referencia a una introducción histórica a dicha unidad. Además, el tiempo que se debe invertir en la búsqueda e incorporación de elementos históricos en el desarrollo de esta unidad aumenta considerablemente, lo que obstaculizaría el desarrollo del resto de los temas propuestos por el Ministerio de Educación Pública.

**Gráfico 4.7**

**ELEMENTOS HISTÓRICOS UTILIZADOS POR LOS DOCENTES EN LA INTRODUCCIÓN Y DURANTE EL DESARROLLO DE LOS TEMAS DE GEOMETRÍA EN SÉPTIMO AÑO**



Como lo muestra el gráfico N° 4.7, las actividades que con mayor frecuencia son llevadas a cabo por los docentes, tanto al introducir un tema como al desarrollarlo, se centran en la asignación de trabajos de investigación al estudiante para su posterior discusión en clase y la narración de anécdotas relacionadas al tema. Estas actividades, en la mayoría de los casos, no permiten un conocimiento significativo en los estudiantes.

Es importante observar que la utilización de materiales concretos y de otros recursos didácticos (láminas, medios audiovisuales) es realizada por muy pocos docentes, lo cual acentúa el hecho de que no se contextualiza adecuadamente el conocimiento matemático mediante la utilización de elementos históricos relacionados a éste.

La información analizada en este apartado permite observar que la mayor parte de los docentes no utiliza la historia de la matemática durante el desarrollo de los temas de la unidad de geometría. Su poca utilización se centra en la introducción de esta unidad haciendo uso de técnicas y actividades propias del enfoque conductista. Por ejemplo, el método expositivo y la clase magistral.

#### **4.1.3 Análisis de la Información Proporcionada por Asesores Regionales y Nacionales de Matemática del Ministerio de Educación Pública, Profesores de Matemática de Educación Superior y Docentes de Matemática de Secundaria.**

La información que se presenta en este apartado ha sido facilitada por cuatro asesores regionales y nacionales de matemática del Ministerio de Educación Pública, seis docentes de matemática de educación superior y siete

docentes de matemática de secundaria que no son los mismos que suministraron la información en el apartado anterior.

En el caso de los asesores, dos pertenecían a la región de San José y dos a la región de Heredia. Los docentes de matemática de educación superior, por su parte, provienen de universidades tanto públicas como privadas y los docentes de matemática de secundaria provienen de dos colegios académicos diurnos de la provincia de San José y de un Colegio Técnico diurno de la provincia de Heredia.

La recolección de los datos se realizó por medio de una entrevista estructurada (anexos 3, 4, 5), con el propósito de determinar el criterio que tienen algunos docentes de matemática sobre cuál debe ser el papel de la historia de la matemática en la enseñanza de la geometría en sétimo año.

Los asesores regionales y nacionales de matemática del Ministerio de Educación Pública, los profesores de matemática de educación superior y los docentes de matemática de secundaria, a quienes se les hará referencia como informantes de este apartado, consideran que la historia de la matemática es una herramienta útil para desarrollar los temas de la unidad de geometría en sétimo año, que permite contextualizar temporal, geográfica y socialmente los conceptos básicos de esta rama de la matemática.

Los informantes coinciden en que la historia de la matemática constituye un elemento motivador y de interés para los estudiantes, que les permite valorar el surgimiento de la matemática como producto de las necesidades del hombre y

la aplicación que se le ha dado desde la antigüedad hasta el presente, inclusive lo que ha generado el desarrollo de su conocimiento particular.

Tanto profesores universitarios como docentes de secundaria afirman que la historia de la matemática debe implementarse en el desarrollo de los temas de geometría en sétimo año, ya que esta enriquece el desarrollo y la formación integral del estudiante. Igualmente opinan que constituye un vínculo entre elementos abstractos y situaciones concretas de algunos conceptos básicos de la geometría propios de este nivel. Sin embargo, es importante que no se implemente la historia de la matemática como un contenido más del programa de estudios, más bien; se propone la historia de la matemática como una herramienta a disposición del educador y del educando que permita una mejor comprensión de los conceptos básicos de geometría, convirtiéndose así, en un medio que facilite y fortalezca el proceso de enseñanza aprendizaje de esta rama de la matemática.

Ahora, surge la interrogante en torno a qué aspectos históricos se deberían tomar en cuenta al implementar la historia de matemática en el desarrollo de los temas de geometría en sétimo año. Los asesores, junto con los docentes de secundaria consultados, manifestaron que sería recomendable incluir aspectos propios de cada tema. Por ejemplo, información acerca del origen de un determinado símbolo o concepto, los aportes realizados por matemáticos destacados o la aplicación de determinado concepto en el desarrollo histórico de la humanidad. Así mismo, consideran importante incluir factores externos al concepto o resultado mismo (a la matemática). Dentro de

los que citaron están: el contexto histórico-social que envolvió en determinada época tanto a los matemáticos como al surgimiento mismo del concepto, las características propias de la personalidad de algunos matemáticos y las ideologías predominantes según la época, situaciones que de una u otra forma influyeron en la forma de pensar de estos estudiosos de la matemática.

Los profesores universitarios expresaron que la implementación de la historia de la matemática debe darse considerando ambos planos (aspectos internos y factores externos) descritos líneas atrás. Sin embargo, a diferencia del resto de los informantes, la mayoría recomienda dar prioridad a la inclusión de los factores externos mencionados anteriormente.

En relación con las técnicas metodológicas que podrían tomarse en cuenta al momento de implementar la historia de la matemática durante el desarrollo de temas de geometría de séptimo año, los asesores participantes sugieren la realización de actividades como el trabajo en grupos, los mini foros y las exposiciones, entre otras.

Desde el punto de vista de los docentes de secundaria, estos sugieren la capacitación del personal docente que les permite actualizar sus conocimientos referentes a nuevas técnicas metodológicas y de investigación, con el fin de llevar a cabo eficazmente el proceso de enseñanza aprendizaje. Que se dote a los centros educativos de material didáctico idóneo (láminas ilustrativas, videos) de manera que se facilite la motivación de los estudiantes, para que con iniciativa propia aunada a la guía del docente puedan cumplir con su papel en este proceso. Por último, se sugiere que se realice una modificación a los programas

de estudio vigentes y por consiguiente a los libros de texto, pues en la actualidad los primeros no enfocan adecuadamente esta metodología y los segundos carecen totalmente de actividades o situaciones de aprendizaje que implementen la historia en la enseñanza de la geometría. Esto se explica por el hecho de que el Ministerio de Educación Pública en el programa de estudios vigente no incluye la historia de la matemática en general como un contenido a evaluar, situación que constituye una de las principales causas de la poca relevancia que le otorgan los libros de texto a este tema.

Los profesores de centros de educación superior, al igual que el resto de los informantes, consideran que una de las mejores estrategias que se puede aplicar en el aula lo constituye el desarrollo de los conceptos correspondientes al tema por abarcar, siguiendo su devenir histórico. Es decir, que se le permita al estudiante "redescubrir" conceptos claves y resultados pertinentes al currículo escolar matemático. Esto por medio de una reconstrucción de la realidad pasada, la cual puede lograrse a través de la contextualización de una situación concreta.

Enfocados ahora en el estudiante, la mayoría de los informantes expresan que la historia de la matemática, en particular lo relacionado a las biografías, las anécdotas y los aportes de matemáticos, así como al origen de determinados símbolos o conceptos, entre algunos otros, puede convertirse en un factor de atracción para el estudiantado. Esto se lograría con una adecuada planificación y ejecución de actividades que incluyan, por ejemplo, la presentación de materiales concretos e ilustrativos de la historia de la matemática tanto dentro

como fuera del aula. Este hecho podría ocurrir pues además de considerar la historia de la matemática interesante y motivadora, puede surgir como una alternativa nueva, diferente y complementaria en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Es importante no dejar de lado que un pequeño porcentaje de los informantes considera que la historia de la matemática no sería de interés en el estudiante, ya que éste centra su atención en la aplicación de la matemática más que en su desarrollo histórico. También, se debe tener presente el gran auge que ha experimentado la tecnología en los últimos años, situación que ha llevado a que el estudiante sienta más atracción e interés por lo innovador que por los hechos ocurridos en el pasado. Esta situación plantea la necesidad de utilizar la tecnología y su potencial como un medio que involucre la historia de la matemática para propiciar la exploración y la investigación.

En una futura incorporación de la historia de la matemática en la enseñanza de la geometría en séptimo año, los asesores y profesores de educación superior señalan al respecto que esto no solo permitiría que el estudiante enriquezca su formación matemática, sino que también podría ampliar su criterio y así analizar de una forma más crítica hechos históricos que dieron origen a la geometría y a otras disciplinas.

La historia de la matemática, en particular su implementación en el currículo de séptimo año, debe motivar al estudiante a incursionar en procesos investigativos, lo cual es fundamental para una formación más integral y acorde

con lo que demanda el mundo en la actualidad; y tratar de reducir, o si es posible eliminar, la fobia que actualmente se experimenta hacia la matemática.

Con esto se dotaría a la matemática del ingrediente humano, para que pueda ser vista como un producto no carente de sentido, de tal forma que el estudiante valore el surgimiento de esta como una solución a múltiples problemas y necesidades del hombre a través del tiempo y sea consciente de su importancia para el desarrollo del pensamiento científico.

Finalmente, estos mismos informantes afirman que, con la historia de la matemática, el estudiante mejoraría su expresión oral, su concentración y el desarrollo de su percepción visual. Se le estaría capacitando para enfrentarse mejor a la competencia que demanda el siglo XXI. Además, esto le permitiría fortalecer sus destrezas y estructuras mentales. Por ejemplo, el pensamiento lógico y crítico, el sentido común y el razonamiento. De esta forma, se lograría que el estudiante reconozca a la matemática como una herramienta útil y aplicable en otras áreas o disciplinas y en situaciones problemáticas del entorno pero sobre todo que su desarrollo ha surgido de la necesidad humana de "resolver problemas".

#### **4.2 Etapa Experimental:**

La información que a continuación se presenta proviene de la aplicación del experimento de enseñanza (ver anexo 6) que constituye fundamentalmente el sexto de los objetivos específicos citados en el capítulo introductorio de este informe (ver página 8).



Como se menciona en el Capítulo III, donde se describe la metodología que guía esta investigación (ver página 50), el Plan Experimental incluye el desarrollo de los objetivos correspondientes al tema de Cuadriláteros según lo estipula el programa de estudios de matemática del Ministerio de Educación Pública. Este desarrollo se aborda desde una perspectiva donde se considera la historia de la matemática como una herramienta metodológica que facilite al estudiante el aprendizaje de este tema.

La dinámica de clase, al implementar este experimento, tuvo como características principales la presentación de láminas, transparencias y objetos concretos para relacionar la aplicación de la geometría tanto en la antigüedad como en los tiempos actuales, evidenciar el origen de algunos conceptos, por ejemplo, paralelogramo y cuadrilátero, destacar el trabajo de algunos matemáticos que influyeron en gran medida al desarrollo y evolución de este tema, ilustrar la utilización de los cuadriláteros en la antigüedad y facilitar al estudiante la deducción de las características y propiedades de éstos. Lo anterior, estuvo apoyado por la exposición oral del profesor y la participación de los estudiantes por medio de preguntas y comentarios. Por ejemplo, preguntas como ¿cuáles cuadriláteros se pueden identificar en el Partenón? Y ¿qué características presenta el cuadrado según esta figura?

Como cierre a la implementación de este experimento, se le presentaron a los estudiantes actividades de carácter evaluativo con el fin de percibir el nivel de aprehensión de los contenidos desarrollados.

Recuérdese que la aplicación del experimento de enseñanza se realizó en un grupo de séptimo año compuesto por treinta y siete estudiantes cuyas edades oscilan entre los trece y quince años.

La ejecución de este experimento tuvo una duración de siete lecciones (doscientos cuarenta minutos efectivos de aplicación) distribuidos en cuatro sesiones diferentes, en jornadas lectivas diferentes (mañana y tarde), de la siguiente manera:

En la primera sesión, cuya duración fue de dos lecciones, es decir ochenta minutos, se dio lectura a la introducción histórica general, la cual permitiría ubicar al estudiante en el contexto propio del origen y la utilización de la geometría desde tiempos antiguos. Al mismo tiempo que se daba lectura a la introducción, se realizaban pausas que permitían el comentario y explicación de acontecimientos relevantes, como el descubrimiento de objetos en antiguas moradas prehistóricas que demuestran la utilización de las figuras geométricas en la representación simbólica del conocimiento. Estos eran apoyados por una serie de objetos concretos y láminas a color proyectadas por el retroproyector en una pantalla blanca. Posterior a la introducción histórica general, se dio la definición y la clasificación de los cuadriláteros. Para ello se recurrió al origen en la lengua latina (latín) y griega del término cuadrilátero. Tanto el concepto como la clasificación estuvieron respaldadas por comentarios y láminas de índole histórica que evidenciaban la utilización de los cuadriláteros en la construcción de grandes templos y edificaciones. Al finalizar la sesión, se realizó una breve

recapitulación de lo expuesto y se permitió la participación de los estudiantes para que manifestaran sus inquietudes y comentarios en relación con el tema.

Para la segunda sesión, de dos lecciones de duración, se utilizaron láminas en el retroproyector que permitieron al estudiante deducir las características de los cuadriláteros paralelogramos. Antes de presentar cada figura un estudiante en forma voluntaria, se encargaba de leer una descripción de un objeto o de una edificación en la cual se podían apreciar figuras del paralelogramo en estudio. Esto permitió realizar una caracterización de cada uno de éstos. Por último, se presentaron dos ejemplos de paralelogramos en los cuales se debió encontrar el valor de algunos datos desconocidos partiendo de otros datos numéricos y de las características de cada figura.

La tercera sesión (dos lecciones) abarcó el tema de los cuadriláteros no paralelogramos y su caracterización y se desarrolló utilizando una metodología similar a la utilizada en la sesión anterior. En este caso, el ejemplo planteado requería realizar un pareo entre figuras (no paralelogramos) y su respectiva clasificación.

La cuarta sesión se centró en la realización de actividades de evaluación que permitieran determinar el alcance de la nueva metodología. Esta sesión tuvo una duración de una lección (cuarenta minutos). Fueron dos las actividades de evaluación llevadas a cabo. En la primera de ellas, una evaluación de proceso, los estudiantes reunidos en grupos de tres integrantes debían categorizar una serie de cuadriláteros de diferentes tamaños y colores fabricados en papel, según la clasificación dada en clase. La segunda de ellas se basó en la

aplicación de una práctica en la que el estudiante en forma individual debía identificar el cuadrilátero a partir de sus características para luego determinar la medida de algunos de sus ángulos y lados. Al final de ambas actividades se realizaron plenarias para discutir los resultados obtenidos.

El ambiente de aprendizaje que rodeó la aplicación del experimento de enseñanza contó con los recursos necesarios para el óptimo desarrollo de esta propuesta, como el retroproyector, las láminas ilustrativas y las figuras en papel de colores, la excelente iluminación, la ventilación adecuada y los pupitres en buen estado distribuidos en cinco filas que proporcionan al estudiante el espacio necesario para su desenvolvimiento en el aula.

#### **4.2.1 Análisis de la Información Procedente de la Aplicación del Experimento de Enseñanza.**

Para la recolección de datos, se elaboró una guía de observación (anexo 8) que permitió el registro de elementos relacionados al ambiente de aula (distribución de los estudiantes, características propias) y a la conducta mostrada por los estudiantes durante el desarrollo del experimento (disciplina, interés, participación, reacciones). Esta guía se utilizó tanto en la observación participante como no participante realizadas por los investigadores. Además, se tomaron algunas fotografías que complementan la información recolectada con la guía de observación.

A continuación, se presentará una descripción de la información obtenida y el respectivo análisis:

Uno de los aspectos observados y que se consideró de suma importancia para la realización de esta actividad fue la disciplina mostrada por los estudiantes durante el desarrollo de la clase. El grupo de estudiantes presentó una disciplina que puede calificarse como muy buena, ya que ésta presentó esporádicas distracciones e interrupciones por parte de los estudiantes en el transcurso de todas las sesiones en las que se implementó el experimento. Es importante destacar el hecho de que en algunos momentos se presentaron actitudes que tendían a alterar la conducta del grupo y por consiguiente, el buen desarrollo de la clase, lo cual, pudo haber sido el resultado de que en algunas sesiones se recibió al grupo en la jornada de la tarde momento en que los estudiantes presentaban un cansancio físico y mental producto de su permanencia en la institución desde las primeras lecciones de la mañana.

A lo largo de la aplicación del experimento, se percibió en los estudiantes un marcado interés por la materia y por la forma en que se desarrollaron los temas, lo cual se reflejó en un aumento en el nivel de atención de éstos. Esto obedeció a la metodología innovadora con la que se desarrolló el experimento de enseñanza. Como se indicó al inicio de este apartado, para la aplicación de este experimento se utilizaron láminas con color ilustrativas al tema, algunos objetos concretos, entre otros, que presentados de una forma secuencial y apoyados por breves citas históricas alusivas al tema, perseguían captar, mantener y aumentar el interés y la atención de los estudiantes.

En cuanto a la participación de los estudiantes, éstos mostraron una actitud reacia a participar por iniciativa propia. Sin embargo, cuando se lanzaban preguntas al grupo el nivel de participación aumentó levemente. Dicho comportamiento obedeció quizás a la presencia de recursos metodológicos poco tradicionales en el desarrollo de esta unidad. Por ejemplo, el uso del retroproyector para la proyección de láminas que ilustraban imágenes y figuras durante el desarrollo del tema, el uso de objetos concretos que ilustraban el origen de la geometría y su utilización a través de la historia, entre otros. Cabe destacar que conforme avanzaron las sesiones, el estudiante se identificó con esta nueva propuesta, lo que le dio más confianza en sus intervenciones en clase, contrario a lo que tradicionalmente ocurre pues el estudiante frecuentemente toma una actitud pasiva y de desinterés hacia el tema.

Durante la ejecución del experimento y conforme se presentaba a los estudiantes el material de apoyo correspondiente se percibió en ellos de gestos y reacciones que se consideran importantes y dignas de describir. Por ejemplo, en diferentes momentos de la clase, los estudiantes mostraron sentimientos de asombro, curiosidad y humor relacionados directamente a la información y a las láminas que se les estaba proporcionando. En contraste, un promedio de seis estudiantes se mostraron cansados y desinteresados ante dicha información.

Todo lo expuesto anteriormente refleja un cambio de actitud en los estudiantes, basado en un mayor grado de interés, atención, concentración y participación durante el desarrollo de la clase. Esto a su vez permitió que se diera, en los estudiantes, un mayor nivel de aprehensión de los conceptos

desarrollados y que se evidenció en los resultados obtenidos de las actividades evaluativas realizadas al cierre de la ejecución del experimento de enseñanza.

Como una forma de evaluar el nivel de alcance de la propuesta plasmada en el experimento de enseñanza se solicitó a los estudiantes expresar en forma escrita su sentir hacia esta nueva metodología. Algunos de los comentarios realizados por los estudiantes expresan,

"Pienso que ha sido una manera muy interesante de aprender este fabuloso tema de cuadriláteros"; "Antes; nos daban este tema y yo me preguntaba de donde provenía todo esto"; " Gracias a estas historias y enseñanzas evacué todas esas dudas"; y "Quisiera que este método de enseñanza se siguiera implementando en nuestra clase de mate, para así evacuar dudas que antes no nos podían contestar y así entender mejor el tema".

Otros estudiantes manifestaron, "estuvo muy bonito y aprendí más rápido, además conocí cosas que yo no había visto nunca y me gustaría que lo volvieran a hacer para conocer la historia de la matemática", "el tema estuvo muy bien planificado ya que este método de aprendizaje es mejor. Por medio de láminas se captó mejor el mensaje y yo personalmente me siento satisfecho con lo enseñado" y "bueno creo que la experiencia fue muy bonita para practicar las matemáticas creo que las clases funcionan así y son muy fáciles me gustaría seguir teniendo esa experiencia ya que de esta forma de practicar le ayuda mucho al estudiante y lo motiva a uno más a querer esta materia."

Con este tipo de comentarios, puede notarse que el estudiante se encuentra en disposición de formar parte en una metodología de enseñanza más activa y dinámica que utilice diferentes recursos y elementos históricos para el desarrollo de diversos temas.

Un aspecto que fortalece más la aplicación de este tipo de propuestas a un nivel más amplio en cuanto a temas y población se refiere, es el hecho de que el grupo participante constituye, según sus características, un grupo "promedio normal" de la enseñanza media en Costa Rica. Esto se justifica por algunos aspectos y conductas observados en la clase. Por ejemplo, buenas relaciones sociales entre los miembros del grupo, presencia de estudiantes con gran sentido del humor que en algunas ocasiones distrae al resto del grupo y una minoría de estudiantes aplicados en el aula; una relación alumno - profesor caracterizada por el respeto mutuo y el acatamiento de las indicaciones que propician un buen ambiente de trabajo; presencia de distractores comunes (ruidos externos, interrupción de la clase por demás miembros de la institución, realización de actividades cívicas y deportivas).

Finalmente, la implementación de diferentes elementos históricos en la aplicación del experimento de enseñanza produjo en términos generales resultados satisfactorios. Esto, debido a que con ello se logró aumentar en el estudiante su interés, motivación y participación activa durante la clase. No obstante, como sucede en todas las actividades educativas, la utilización de este tipo de metodologías está propensa a distracciones comunes que pueden entorpecer el buen desarrollo de los temas. Sin embargo, con una buena

planificación por parte del docente se puede aminorar el efecto de estas distracciones.

### **4.3 Etapa de Análisis de Textos Matemáticos**

#### **4.3.1 Análisis de la Información Procedente de los Libros de Texto de Matemática de Secundaria.**

La recolección de la información correspondiente a esta etapa tuvo como eje central el quinto de los objetivos específicos citados en el capítulo introductorio de este informe (ver página 9) y se centró en el análisis de los contenidos de ocho libros de texto de matemática, la mitad de ellos utilizados en las dos últimas décadas y el resto que se usa en la actualidad para estudiar los temas de la unidad de geometría en séptimo año, según lo indicado en el programa de estudios vigente del Ministerio de Educación Pública. Los libros de texto seleccionados y utilizados para este análisis son:

| Título                                    | Autor                              | Año de edición |
|---|------------------------------------|----------------|
| Matemática Activa                         | Mayela Ríos                        | 1973           |
| Matemática                                | Manuel Castellón y otros           | 1978           |
| Matemática Elemental: 8° año              | Manuel Barahona                    | 1987           |
| Matemática Elemental 2:<br>Geometría      | Editorial UNED                     | 1992           |
| Matemática Enseñanza –<br>Aprendizaje     | Roxana Meneses                     | 1996           |
| Matemática Enseñanza –<br>Aprendizaje     | Roxana Meneses                     | 1997           |
| Matemática 7. Serie hacia el<br>siglo XXI | Ministerio de Educación<br>Pública | 1997           |
| Matemática 7                              | Editorial Santillana               | 1999           |

Para llevar a cabo el análisis de una forma más homogénea, se confeccionó una guía o lista de cotejo (anexo 9) que permitió el registro de elementos relacionados con la utilización de la historia de la matemática en el desarrollo de la unidad de geometría en séptimo año, con el propósito de diagnosticar el enfoque histórico que presentaban dichos libros.

Para la tabulación y codificación de los datos obtenidos se utilizó la siguiente escala, de acuerdo con los aspectos o elementos históricos (anécdotas, biografías de matemáticos destacados, láminas ilustrativas, origen de un determinado símbolo, entre otros) que se estuviesen analizando:

| <b>Categoría</b> | <b>Descripción</b>                     |
|------------------|--|
| Nada             | No presenta elementos históricos       |
| Poco             | Presenta de 1 a 4 elementos históricos |
| Suficiente       | Presenta de 5 a 9 elementos históricos |

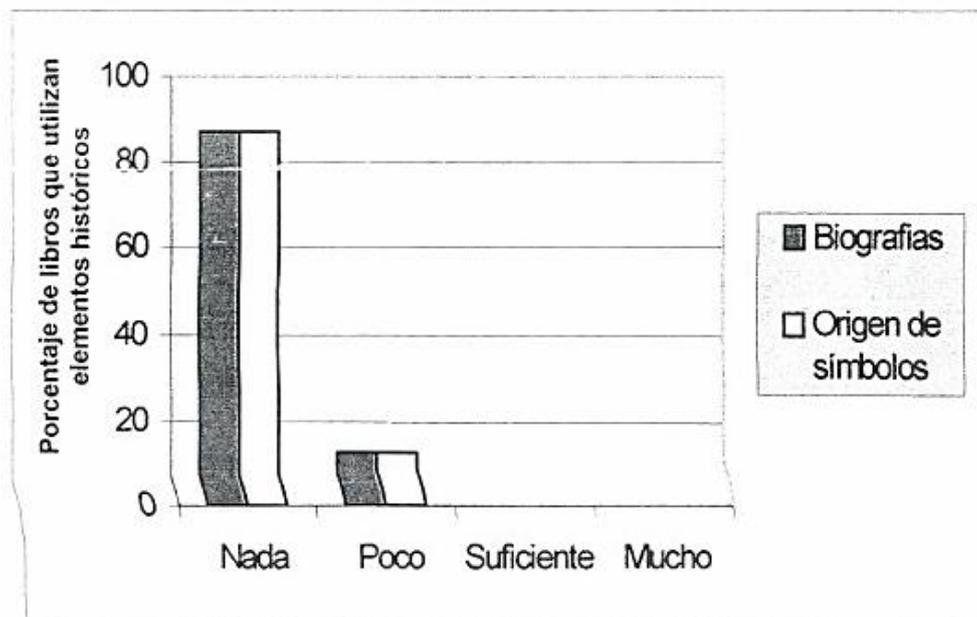
Mucho Presenta 10 o más elementos históricos

A continuación se presenta la información obtenida y su respectivo análisis.

Es digno de resaltar que solo el 37% de los libros analizados implementa la historia de la matemática como base para la introducción de la unidad de geometría, contrastando con el gran porcentaje de libros que no utilizan o utilizan muy poco la historia de la matemática en la introducción y en el desarrollo de los temas de geometría en séptimo año. Esto se aprecia con mayor claridad en el gráfico siguiente.

Gráfico 4.8

**UTILIZACION DE LA HISTORIA DE LA MATEMATICA EN LA INTRODUCCION DE LA UNIDAD DE GEOMETRIA Y EN EL DESARROLLO DE CADA TEMA DE ESTA UNIDAD**



El gráfico N° 4.8 muestra que la utilización de la historia de la matemática en la introducción de la unidad de geometría es mayor que la que se presenta durante el desarrollo de los temas correspondientes a dicha unidad.

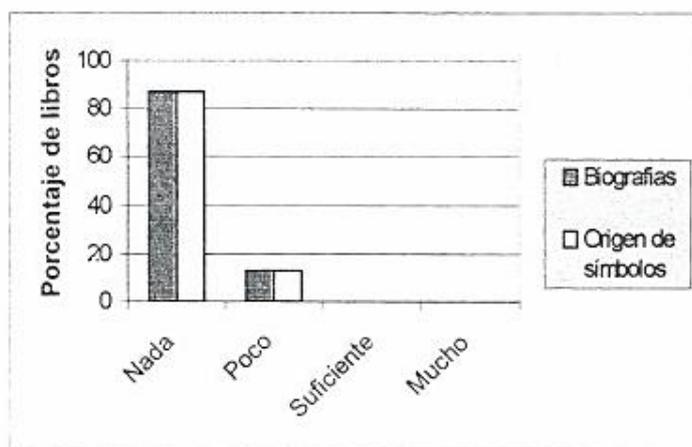
Como resultado del análisis realizado a los ocho libros de texto evaluados, es importante señalar tres situaciones que resultan significativas para los objetivos que perseguía esta investigación.

Primero, existe un elevado porcentaje de libros de texto que no hace o hace muy poca referencia al trabajo desarrollado por matemáticos destacados en la antigüedad o sobre los aportes específicos realizados por éstos en el campo de la geometría.

Segundo, la mayor parte de los libros de texto analizados no incluye anécdotas o cuentos relacionados a la historia de la matemática y al tema en desarrollo. En lo que a láminas o figuras se refiere, que ilustran acontecimientos históricos vinculados con la geometría, la situación es similar, debido a que es relativamente poco el uso de libros de texto matemático. Tercero, los libros de texto no hacen referencia a biografías de matemáticos que influyeron en el desarrollo de esta rama de la matemática y no incluyen aspectos referentes al origen de un determinado símbolo o concepto relacionado al tema en desarrollo, como se muestra en el siguiente gráfico.

Gráfico 4.9

**LIBROS QUE INCLUYEN BIOGRAFIAS DE MATEMÁTICOS DESTACADOS  
O EL ORIGEN DE SIMBOLOS RELACIONADOS A LA GEOMETRIA  
DE LOS TEMAS DESARROLLADOS EN SÉTIMO AÑO**



Es importante señalar que las situaciones descritas anteriormente se representan tanto en la introducción como en el desarrollo de los temas de la unidad de geometría a nivel de sétimo año.

Como complemento a la información anterior, se pudo observar que ninguno de los libros de texto analizados es recomendado por el Ministerio de Educación Pública en el programa de estudios en la sección de bibliografía para consultar.

Además, ninguno de estos libros sugiere, para su uso, estrategias o técnicas metodológicas que involucren elementos históricos de la matemática, particularmente en el campo de la geometría.

Finalmente, sólo el 13% de los libros en cuestión incluye en su bibliografía libros de historia de la matemática como material de apoyo y consulta para el

docente o el estudiante. Sin embargo, esta bibliografía resulta accesible para el docente pero no adecuada para el estudiante pues para su entendimiento se requiere de conocimientos previos en educación matemática.

El apartado anterior evidencia que la historia de la matemática no es considerada como un elemento de apoyo para la elaboración y la redacción de los contenidos de algunos libros de texto matemático y mucho menos como una parte fundamental del desarrollo matemático; es sencillamente un ente aislado de la matemática misma. Esta situación no es más que el reflejo de la poca importancia que se da a la historia de la matemática en los programas de estudio que determina el Ministerio de Educación Pública, de los intereses económicos que existen entre las empresas editoriales del país y de la sociedad de consumo en la que se vive actualmente. Resulta aún más contradictorio el hecho de que el Ministerio de Educación Pública en sus programas de estudio, basado en la Política Educativa hacia el Siglo XXI, considere a la matemática, y a su enseñanza, como una disciplina no ahistórica y adopte libros de texto que ignoran casi por completo la inclusión de la historia de la matemática en el desarrollo de los temas correspondientes.

En síntesis, este capítulo muestra como la historia de la matemática ha sido desplazada a un lugar de poca importancia en el proceso de enseñanza aprendizaje del currículo de séptimo año. Sin embargo, es palpable el interés de los estudiantes, de séptimo año consultados, por participar de una metodología diferente a la tradicional en la que se implementen diferentes elementos

## CAPÍTULO V

---

## CAPITULO V

### RESULTADOS, IMPLICACIONES Y RECOMENDACIONES

Tomando en cuenta el análisis de la información recolectada y de las diferentes fases de esta investigación, en este apartado se presentan los resultados que responden a los objetivos que dirigieron este estudio. Se incluyen además, algunas recomendaciones e implicaciones que pueden contribuir a mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje de la Matemática y a generar futuras agendas de investigación en este campo.

#### **5.1. Resultados.**

De los datos suministrados por las diferentes fuentes de información y del análisis realizado, se desprende una serie de resultados organizados por tendencia según su naturaleza. Entre ellas se incluyen las relacionadas con los procesos de aprendizaje de los estudiantes, las de carácter curricular y las referentes a técnicas metodológicas implementadas por los docentes.

##### **5.1.1. La Historia de la Matemática y los Estudiantes: su Interacción en Procesos de Aprendizaje.**

En relación con la participación de los estudiantes en los procesos de aprendizaje y su interacción con elementos históricos de la Matemática, se obtuvo lo siguiente:

La mayoría de los estudiantes encuestados proviene de centros educativos de primaria, con apenas una pincelada de elementos históricos relacionados con la Matemática. Sin embargo, estos mismos estudiantes manifestaron interés por conocer sobre temas relativos a la historia de la Matemática, específicamente en aspectos propios de esta disciplina tales como: origen, evolución y su aplicación, desde la antigüedad hasta el día de hoy.

Para mantener el interés del estudiante hacia la historia de la Matemática es conveniente utilizar actividades que incluyan elementos históricos, durante el desarrollo de un determinado tema en la unidad de geometría de séptimo año. *Esto, acompañado de una adecuada planificación por parte del docente, puede producir un cambio de actitud en el estudiante. Por ejemplo, aumentar el nivel de interés, atención, concentración y participación en la clase. Aún más, los estudiantes consultados mostraron una gran disposición para participar en el desarrollo de metodologías innovadoras que demanden un rol más activo y protagónico de su parte.*

Lo anterior, respalda el hecho de que la implementación de la historia de la Matemática en los procesos de aprendizaje enriquece el desarrollo y la formación integral del estudiante, fortalece su capacidad investigativa, el desarrollo de destrezas y estructuras mentales tales como: el pensamiento lógico y crítico, el sentido común y el razonamiento.

### **5.1.2. El Rol de la Historia de la Matemática en el Currículo de Secundaria.**

De acuerdo con la información referente a la implementación de la historia de la Matemática en el desarrollo del currículo de secundaria se encontró:

La historia de la Matemática debe ser considerada como una herramienta metodológica que favorece la contextualización temporal, geográfica y social de los conceptos básicos de la geometría. Asimismo, ésta constituye un elemento motivador y de interés para el estudiante, que le permite valorar el surgimiento de la Matemática como producto de las necesidades del hombre y la aplicación que se le ha dado desde la antigüedad.

Lamentablemente, la utilización de la historia de la Matemática en el desarrollo de los temas de geometría en la educación primaria es prácticamente nula en la muestra encuestada. Esta situación se evidencia nuevamente en los libros de texto matemático analizados, cuyo contenido gira en función de los objetivos propuestos en el programa de estudios del Ministerio de Educación Pública.

La poca importancia que se le da a la historia de la Matemática en el diseño y la elaboración de los libros de texto analizados, puede justificarse por el hecho de que ésta no se incluye como un objetivo a considerar durante el desarrollo de cada uno de los contenidos propuestos en el programa de estudios vigente del Ministerio de Educación Pública (1995). Aún más, no es evaluada. Por lo tanto, la inclusión de temáticas no propuestas por el Ministerio de Educación Pública podría reducir la demanda de ejemplares que a su vez afectaría directamente los intereses lucrativos de muchas editoriales.

No obstante, y volviendo la mirada hacia los fines primordiales de esta investigación, es importante tomar en cuenta que la implementación de elementos históricos en el currículo de Matemática en sétimo año, para la introducción y el desarrollo de determinados temas, debe incluir tanto aspectos propios de cada tema como factores externos al concepto o resultado mismo. Sin embargo, no se debe implementar como un contenido más del programa de estudios sino como un medio que facilite y fortalezca el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, puesto que constituye un vínculo entre elementos abstractos y situaciones concretas de algunos conceptos básicos propios de este nivel. Esto permite un aumento en el nivel de aprehensión y comprensión de los contenidos por parte de los estudiantes, hecho constatado en los resultados de las actividades de evaluación que se realizaron durante la ejecución del experimento de enseñanza.

### **5.1.3. La Historia de la Matemática como Recurso Metodológico.**

Tomando en cuenta la experiencia de los docentes de Matemática entrevistados, el análisis realizado a varios libros de texto matemático y la información proporcionada por la aplicación del experimento de enseñanza se llegó a los siguientes resultados.

Los docentes de Matemática de secundaria entrevistados utilizan el método expositivo tradicional o clásico para el desarrollo de los temas de la unidad de geometría en sétimo año, sin tomar en cuenta la utilización de la historia de la Matemática y dejando de lado aquellos métodos que requieren de

un rol más activo y analítico por parte de los estudiantes, tal como el método heurístico o el de resolución de problemas.

Ahora, en relación con la utilización de la historia de la Matemática en procesos de enseñanza y aprendizaje en primaria, cabe destacar que el único vínculo que se dió entre los estudiantes entrevistados y la historia de la Matemática, lo constituyó alguna introducción histórica en determinados temas matemáticos, por el docente, basándose en lecturas alusivas al origen de un símbolo o concepto matemático, o bien, la lectura de biografías de algún matemático de la antigüedad.

Un fenómeno similar ocurrió en secundaria, donde la mayor parte de los docentes de Matemática entrevistados no utiliza la historia de la Matemática durante el desarrollo de los temas de la unidad de geometría en séptimo año. Su poca utilización se reduce a la introducción de esta unidad por medio de técnicas y actividades propias de un enfoque conductista, como la asignación de trabajos de investigación (extraclase) y la narración de anécdotas. Dichas actividades, en la mayoría de los casos, impiden un crecimiento significativo en el nivel cognoscitivo de los estudiantes, provocando así un nivel de aprendizaje geométrico y matemático centrado en la transmisión y memorización de conocimientos, dejando de lado factores como el análisis crítico y el razonamiento lógico, propios de un enfoque constructivista, cuyo fin último es el logro de un aprendizaje significativo en los estudiantes.

Además, la poca utilización de materiales concretos y de otros recursos didácticos como láminas o medios audiovisuales acentúa la inadecuada

contextualización del conocimiento matemático mediante elementos históricos relacionados con el tema en estudio, a pesar de que los estudiantes consultados manifestaron su interés por participar en actividades que les permita conocer sobre temas relativos a historia de la Matemática. Por ejemplo, la visita a diferentes centros de información como: museos, bibliotecas y exposiciones o bien, observar videos ilustrativos y su respectiva discusión. Esto demuestra la predilección del estudiante por actividades que le permitan contextualizar sus conocimientos en actividades cotidianas y fortalecer el aprendizaje de estos temas.

Ahora, la implementación de este tipo de metodologías está propensa a situaciones imprevistas, que comúnmente se presentan en el proceso educativo nacional y que pueden alterar el buen desarrollo del planeamiento didáctico. Por ejemplo, interrupciones de personas ajenas al ambiente de aula como el director; estudiantes de otros grupos; docentes y padres de familia; actividades extracurriculares propias de la institución y las programadas en el calendario escolar como elecciones estudiantiles, actos cívicos y actividades deportivas o culturales.

Lo anterior demanda una adecuada planificación de actividades que se enmarquen en una metodología innovadora. Por ejemplo, la implementación del experimento de enseñanza propuesto en esta investigación. Esto, debido a que la inclusión de elementos históricos en el desarrollo de un determinado tema demanda una mayor cantidad de tiempo tanto en el aula como a la hora de preparar la lección correspondiente.

Por tanto, aprovechar la historia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática como una técnica metodológica, quiere decir explotar no sólo sus funciones de motivación y comunicación, también su función contextualizadora y humanizadora en este proceso. Es decir, su identificación con el desarrollo humano y científico y la cultura de los diferentes pueblos y épocas, así como la contribución en la formación de valores para enfrentar los retos del milenio actual.

Además, este tipo de metodologías junto con la riqueza histórica con que cuenta la geometría permitirá fortalecer la enseñanza de ésta última, a la vez que se constituirá en un medio para enseñar ramas de la Matemática de mayor abstracción como el álgebra.

## **5.2 Implicaciones**

Las implicaciones emergen mayormente de los resultados de una investigación. En este caso, se presentan con la intención de proveer un escenario apto para reflexionar y tomar decisiones sobre aspectos relativos a la incorporación de la historia de la Matemática en el currículo de secundaria. Más particularmente, de la historia de la geometría, concebida como una herramienta metodológica, contextualizadora y sobre todo humanizadora de la Matemática.

Entre las tendencias que surgieron de los resultados están las relacionadas con el aprendizaje de los estudiantes, las de naturaleza curricular, las que se refieren al papel del docente, las de carácter metodológico y las relativas a formación docente, las cuales se especifican a continuación.

### **5.2.1. Conocimiento sobre Historia de la Matemática de los Estudiantes de Secundaria.**

Una de las implicaciones más relevantes de este estudio la constituye el escaso conocimiento sobre la historia de la Matemática que tenían los estudiantes consultados. Situación que podría atribuirse a factores como: formación matemática y pedagógica de los docentes; carencia de uso de recursos didácticos, centros de documentación y recargo de contenidos en el programa de estudios vigente del Ministerio de Educación Pública, que imposibilita la investigación del docente y una adecuada evaluación de estos aspectos.

### **5.2.2. Aspectos Curriculares de la Educación Matemática en la Historia de la Matemática.**

Del análisis y de los resultados relacionados directamente con cuestiones curriculares se derivan implicaciones para el programa de Matemática de secundaria vigente (1995).

Es evidente la falta de protagonismo que tiene la historia de la Matemática en el desarrollo de los diferentes contenidos matemáticos y en todo nivel escolar.

Aún más, la evaluación de contenidos sobre historia de la Matemática está prácticamente ausente en los objetivos identificados para evaluar en los documentos de apoyo a la administración curricular del Ministerio de Educación Pública.

Otra implicación en esta área tiene que ver con los libros de texto que adopta el Ministerio de Educación Pública. En efecto, en esta investigación se

analizaron ocho libros de texto y repetidamente se encontró que el abordaje metodológico o de contenido incorporaban muy vagamente la historia de la Matemática. Es evidente que este foco tan reducido le quita importancia a la historia de la Matemática y por ende contradice lo que sugiere la política educativa costarricense Hacia el Siglo XXI.

### **5.2.3. Perspectiva del Docente sobre la Historia de la Matemática.**

Del análisis realizado surgen implicaciones dirigidas a los docentes de Matemática de secundaria.

Es notoria la inclinación de los docentes de Matemática de secundaria hacia los métodos de enseñanza tradicionales, lo cual se justifica por factores como la formación docente, la poca existencia de material didáctico y la limitación del tiempo real de aula (producto del recargo de contenidos en el programa de estudios de Matemática de secundaria vigente del Ministerio de Educación Pública, 1995). El docente de Matemática de secundaria no está capacitado en temas como la historia de la Matemática y las nuevas técnicas metodológicas para su enseñanza.

No existe en el docente de Matemática de secundaria (de los entrevistados) un deseo real de cambiar su actitud hacia una renovación en la forma de estructurar su planeamiento didáctico. Esto, por cuanto lleva implícito una mayor dedicación e inversión de tiempo en la búsqueda de recursos didácticos y bibliográficos que le permitan elaborar un plan didáctico acorde con las nuevas tendencias metodológicas expuestas en esta investigación. Esto

impide que, tanto el docente como la Matemática, se conviertan en elementos integrales, motivadores y humanizadores en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

#### **5.2.4. La Historia de la Matemática y el Uso de Recursos Metodológicos.**

En cuanto al uso de recursos metodológicos relacionados con la implementación de la historia de la Matemática se desprenden las siguientes implicaciones.

Existe un marcado desinterés por parte del Ministerio de Educación Pública y otras instituciones públicas y privadas por apoyar, mediante la búsqueda de especialistas y el financiamiento necesario, la creación de centros de documentación e información donde se le proporcione a los docentes, a los estudiantes y a las personas en general, una serie de elementos históricos relacionados con la Matemática, que permitan la contextualización de los diferentes conceptos que se desarrollan en el aula. Esto contradice lo planteado por el Ministerio de Educación Pública en el programa de estudios de 1995, donde se sugiere que en los procesos de enseñanza y aprendizaje “es conveniente que se parta de lo concreto, en los temas que es posible estimular al estudiante, para que empiece a crear sus propias estrategias...”

Otra implicación en este sentido, tiene que ver con las casas editoras de libros de texto matemático, las cuales no han valorado la posibilidad de incluir en los contenidos y actividades propuestos en sus publicaciones, elementos históricos relacionados con éstos; de manera que el estudiante tenga a su

alcance un texto interesante y diferente con el cual logre contextualizar su conocimiento, y no un simple conglomerado de contenidos que en ocasiones promueve la apatía hacia la Matemática.

Resulta aún más preocupante el hecho de que el Ministerio de Educación Pública no se ha preocupado por exigir la inclusión de diferentes elementos históricos relativos a la Matemática en los libros de texto matemático que adopta, cuando en la sección de sugerencias metodológicas para la enseñanza de la Matemática para el tercer ciclo en su programa de estudios de 1995, señala que “al ubicar al estudiante en la realidad histórica y su proceso evolutivo, se evidencia la importancia de la contribución de la Matemática al desarrollo de la humanidad, lo cual resulta altamente motivador y extraordinariamente formador.”

Lo anterior comprueba el hecho de que se ha desaprovechado la historia de la Matemática como un recurso metodológico al servicio del docente y de los estudiantes, que puede cumplir un papel más protagónico en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la educación matemática. Particularmente, no se ha explotado la riqueza histórica de la geometría como un recurso facilitador para su enseñanza y para establecer un vínculo con otras ramas de la Matemática.

#### **5.2.5. La Historia de la Matemática en la Formación de Docentes.**

De los resultados obtenidos se desprenden implicaciones relativas a programas de formación docente en el campo de la historia de la Matemática.

Una de las implicaciones va dirigida a las instituciones de educación superior, las cuales no consideran la historia de la Matemática como un eje

transversal para abordar la mayoría de sus cursos. Tampoco ha sido valorada como una técnica metodológica innovadora que promueva en dichos cursos la historia de la Matemática, como una herramienta metodológica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en secundaria.

Por otra parte, las instituciones de educación superior no han promovido en el país reuniones, conferencias, simposios o capacitaciones donde se le proporcione a los futuros docentes de Matemática y a los docentes en ejercicio la información necesaria para considerar la historia de la Matemática como una técnica metodológica efectiva e innovadora.

### **5.3 Recomendaciones.**

Los resultados obtenidos sugieren algunas recomendaciones que pueden fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática a nivel nacional y que van dirigidas a todos los actores que intervienen en estos procesos.

Para lograr lo anterior, las recomendaciones se presentan siguiendo el esquema utilizado en los apartados anteriores. Así, se incluyen recomendaciones de carácter curricular, relativas al papel del docente, de índole metodológica y concernientes a programas de formación docente.

**5.3.1.** En cuanto a aspectos curriculares se recomienda que el Ministerio de Educación Pública:

- a) Incorpore la historia de la Matemática en los programas de estudio de Matemática en el I, II, III y IV ciclo de la educación costarricense, como un

comprender conceptos y contenidos que en muchas ocasiones se consideran aburridos y de poca utilidad.

- c) Con la ayuda del Estado, y a través de diferentes instituciones como el Ministerio de Cultura Juventud y Deportes y de las universidades públicas y privadas del país, fomenta y apoya la creación de centros de documentación y exposición de elementos históricos relacionados con la Matemática, de manera que la educación Matemática costarricense cuente con recursos de carácter didáctico que faciliten la contextualización de conocimientos abstractos en situaciones reales y concretas.

**5.3.2.** Se recomienda que el docente de Matemática de secundaria:

- a) Aplique, modifique y amplíe en otras áreas de la Matemática y otros niveles educativos la propuesta denominada experimento de enseñanza que se presenta en esta investigación, de manera que esta técnica metodológica, de carácter motivador para el estudiante, que fortalece sus conocimientos, y que contribuye a la humanización de procesos de aprendizaje de la Matemática, se constituya en un complemento curricular de la educación matemática costarricense.
- b) Propicie una participación más activa en el estudiante, utilizando para ello técnicas afines al enfoque constructivista, en combinación con la inclusión de elementos históricos relacionados con la Matemática. Por ejemplo, el uso de materiales concretos, el "redescubrimiento" de un concepto o resultado matemático a través de su contextualización o la exposición de un vídeo relativo a esta temática y su correspondiente discusión.

Investigue mediante herramientas tecnológicas modernas como INTERNET, con el fin de conocer las teorías más recientes en cuanto al uso de métodos de enseñanza que permitan implementar la historia de la Matemática en el desarrollo de sus lecciones, de aumentar su conocimiento en relación con los diferentes elementos históricos vinculados al quehacer matemático desde la antigüedad hasta los tiempos actuales y de fortalecer su planeamiento didáctico.

Valore la riqueza histórica intrínseca de la geometría tanto para su enseñanza como para hacer de ella un "terreno fértil" en el cual puedan germinar nuevas formas de incorporar la geometría en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las otras ramas de la Matemática.

3. En relación con los libros de texto matemático considerados como un curso metodológico se recomienda que:

Las casas editoras incluyan la historia de la Matemática como nueva alternativa en el diseño de sus libros de texto matemático. Es decir, que la edición de libros de texto de Matemática gire en función de las necesidades de la educación matemática y no en función de un listado de contenidos por desarrollar. De esta forma se podrá aprovechar al máximo el variado contenido presente en un libro de texto, desde una perspectiva más dinámica, innovadora y atractiva para los estudiantes.

Con respecto a la formación del docente y su educación permanente se recomienda que:

- a) Las instituciones de educación superior reestructuren el plan de estudios de la carrera de Enseñanza de la Matemática de manera que la historia de la Matemática constituya una parte integral de la mayoría de los cursos que forman parte del plan de estudios de futuros docentes de Matemática. Esto es, establecer la historia de la Matemática como un eje transversal a lo largo de la carrera, constituyéndose así en un complemento metodológico de enseñanza alternativo y efectivo para ser aplicado posteriormente en el desarrollo de los diferentes temas que se incluyen en el currículo de Matemática de secundaria.
- b) Particularmente, se propone a la Universidad Nacional el fortalecimiento del proyecto del museo y centro de documentación "Juan Félix Martínez" de la Escuela de Matemática, incluyendo su respectiva divulgación en centros educativos para que el aprovechamiento del mismo sea efectivo.
- c) Las instituciones de educación superior promuevan en los docentes de Matemática la investigación permanente relacionada con hechos o acontecimientos históricos que le permitan tener a su alcance una herramienta útil, como la historia de la Matemática, para la elaboración y ejecución del planeamiento didáctico.
- d) El Ministerio de Educación Pública, en conjunto con las instituciones de educación superior y la colaboración de otras instituciones afines, promuevan y organicen la realización de congresos, simposios, foros, reuniones, capacitaciones y jornadas de reflexión tanto a nivel nacional como a nivel regional, circuital e institucional, donde se introduzca a los

docentes en ejercicio y a los futuros docentes la historia de la Matemática como una herramienta metodológica innovadora e interesante para los estudiantes, que facilite en ellos la aprehensión y comprensión de los contenidos que se incluyen en el currículo de Matemática de secundaria propuesto por el Ministerio de Educación Pública.

# ANEXOS

## Anexo 1

### Cuestionario aplicado a estudiantes de sétimo año.

#### UNIVERSIDAD NACIONAL

Campus Omar Dengo

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Escuela de Matemática

El siguiente cuestionario forma parte de un trabajo de investigación que realizan estudiantes de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional y tiene como propósito recolectar información para determinar los conocimientos sobre Historia de la Matemática, específicamente en el área de la Geometría.

La información que usted brinde será muy valiosa y totalmente confidencial.

De antemano se agradece su atención y colaboración en esta investigación.

#### INSTRUCCIONES

- Utilice únicamente bolígrafo (lapicero) con tinta azul o negra.
- En las primeras 11 preguntas seleccione la o las opciones (según se le indiquen) que usted considere ciertas, según sus experiencias o conocimientos en Geometría.
- En las preguntas 12, 13 y 14 responda en forma breve y clara según sus experiencias o conocimientos en Geometría.

**DATOS PERSONALES**

(1) Edad:

1 ( ) 12 años

2 ( ) 13 años

3 ( ) 14 años

4 ( ) Más de 14 años

(2) Sexo:

1 ( ) Femenino

2 ( ) Masculino

(3) Es usted estudiante:

1 ( ) Nuevo

2 ( ) Repitente

**CONOCIMIENTOS SOBRE GEOMETRIA**

(4) De los siguientes temas, cuáles recibió usted en la escuela: (puede escoger más de una opción)

1 ( ) Angulos

2 ( ) Triángulos

3 ( ) Cuadriláteros (cuadrado, rombo, rectángulo, romboide, trapecio, trapezoide)

4 ( ) Círculo y circunferencia

5 ( ) Polígonos (pentágono, hexágono, ...)

6 ( ) Sólidos (prisma, pirámide, cilindro, cono, esfera, cubo)

7 ( ) Otros: \_\_\_\_\_



**(8)** De los personajes que usted seleccionó en la pregunta 7, seleccione la rama de la Geometría en la que hicieron sus aportes

- 1  Angulos
- 2  Triángulos
- 3  Cuadriláteros (cuadrado, rombo, rectángulo, romboide, trapecio, trapezoide)
- 4  Círculo y circunferencia
- 5  Polígonos (pentágono, hexágono, ...)
- 5  Sólidos (prisma, pirámide, cilindro, cono, esfera, cubo)
- 7  Otros: \_\_\_\_\_
- 8  No responde

**9)** Le gustaría conocer acerca de la Historia de la Matemática:

- Sí                      2  No (Pase a la pregunta 12)

**10)** De los siguientes temas relacionados con la Historia de la Matemática, en cuáles estaría interesado conocer (puede marcar más de una opción)

- Origen de un concepto geométrico
- Aportes hechos por matemáticos antiguos
- Anécdotas sobre personajes o temas específicos
- Biografías de matemáticos antiguos
- Utilidad que se da a algún concepto matemático en la Antigüedad
- Instrumentos de medición utilizados en el pasado
- Civilizaciones antiguas (egipcia, babilónica, griega, entre otras) que se destacaron por sus aportes a la matemática

8 ( ) Problemas matemáticos que aún no se han logrado resolver

9 ( ) Ninguno (pase a la pregunta 12)

10 ( ) Otros \_\_\_\_\_

**(11)** De los temas seleccionados en la pregunta anterior, cómo le gustaría que fueran desarrollados en clase: (puede marcar más de una opción)

1 ( ) Exposición oral por parte del profesor

2 ( ) Láminas ilustrativas

3 ( ) Asignaciones de investigación para los estudiantes y posterior exposición al resto del grupo

4 ( ) Análisis y comentario de lecturas

5 ( ) Videos

6 ( ) Visita a centros de información (Bibliotecas, exposiciones, museos, entre otros)

7 ( ) Conferencias o charlas impartidas por conocedores del tema

8 ( ) Otros \_\_\_\_\_

**(12)** ¿Le gusta la Historia de la Matemática? ¿Porqué?

---

---

---

**(13)** ¿Cree usted que sería importante incluir aspectos históricos en el desarrollo de los temas de geometría? ¿Porqué?

---

---

**(14)** Cuente una anécdota que conozca de un matemático (Si no conoce ninguna menciónelo)

---

---

---

---

## Anexo 2

### Cuestionario aplicado a docentes de matemática de secundaria.

UNIVERSIDAD NACIONAL

**Campus Omar Dengo**

**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**

**Escuela de Matemática**

El siguiente cuestionario forma parte de un trabajo de investigación que realizan estudiantes de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional y tiene como propósito recolectar información para determinar los conocimientos sobre Historia de la Matemática, específicamente en el área de la Geometría.

La información que usted brinde será muy valiosa y totalmente confidencial.

De antemano se agradece su atención y colaboración en esta investigación.

#### **INSTRUCCIONES**

- Utilice únicamente bolígrafo (lapicero) con tinta azul o negra.
- En las primeras 10 preguntas seleccione la o las opciones (según se le indiquen) que usted considere ciertas, según sus experiencias o conocimientos en la enseñanza de la geometría.
- En las preguntas 11, 12 y 13 responda en forma breve y clara según sus experiencias o conocimientos en la enseñanza de la geometría.

**DATOS PERSONALES**

**(1)** Categoría profesional:

1 ( ) MT - 2

2 ( ) MT - 3

3 ( ) MT - 4

4 ( ) MT - 5

**(2)** Sexo:

1 ( ) Femenino                      2 ( ) Masculino

**(3)** Experiencia laboral en educación media:

1 ( ) 1 – 5 años

2 ( ) 6 – 10 años

3 ( ) 11 – 15 años

4 ( ) Más de 15 años

**(4)** Indique la clase de universidad en la cual realiza o realizó sus estudios de educación media:

1 ( ) Pública              2 ( ) Privada              3 ( ) Extranjera

**(5)** Indique el tipo de institución donde usted ha laborado en educación: (puede marcar varias opciones)

1 ( ) Colegio público

2 ( ) Colegio privado

3 ( ) Colegio semiprivado

4 ( ) Universidad pública

5 ( ) Universidad privada

5 ( ) Instituto parauniversitario

7 ( ) Otros. Especifique \_\_\_\_\_

### ENSEÑANZA DE LA GEOMETRIA EN SETIMO AÑO

6) De los siguientes métodos de enseñanza, cuál (es) utiliza con mayor frecuencia para el desarrollo de temas en Geometría en sétimo año? (puede marcar varias opciones)

1 ( ) Método expositivo

2 ( ) Método interrogativo

3 ( ) Método de los 4 pasos

4 ( ) Método heurístico (el alumno construye su propio conocimiento)

5 ( ) Método investigativo

6 ( ) Método inductivo

7 ( ) Método deductivo

8 ( ) Resolución de problemas

9 ( ) Otro. Especifique \_\_\_\_\_

7) Al comenzar el desarrollo de los temas de geometría en sétimo año, realiza una introducción histórica al tema?

1 ( ) Sí

2 ( ) No (pase a la pregunta 9)

8)Cuál (es) de las siguientes actividades utiliza usted para dar una introducción histórica: (puede escoger más de una opción)

1 ( ) Una anécdota

2 ( ) Parte de la historia de la vida de algún matemático de la antigüedad

3 ( ) Láminas ilustrativas de la historia del tema

6 ( ) Instituto parauniversitario

7 ( ) Otros. Especifique \_\_\_\_\_

### **ENSEÑANZA DE LA GEOMETRIA EN SETIMO AÑO**

**(6)** De los siguientes métodos de enseñanza, cuál (es) utiliza con mayor frecuencia para el desarrollo de temas en Geometría en sétimo año? (puede marcar varias opciones)

1 ( ) Método expositivo

2 ( ) Método interrogativo

3 ( ) Método de los 4 pasos

4 ( ) Método heurístico (el alumno construye su propio conocimiento)

5 ( ) Método investigativo

6 ( ) Método inductivo

7 ( ) Método deductivo

8 ( ) Resolución de problemas

9 ( ) Otro. Especifique \_\_\_\_\_

**(7)** Al comenzar el desarrollo de los temas de geometría en sétimo año, realiza una introducción histórica al tema?

1 ( ) Sí

2 ( ) No (pase a la pregunta 9)

**(8)**Cuál (es) de las siguientes actividades utiliza usted para dar una introducción histórica: (puede escoger más de una opción)

1 ( ) Una anécdota

2 ( ) Parte de la historia de la vida de algún matemático de la antigüedad

3 ( ) Láminas ilustrativas de la historia del tema



8 ( ) Otro: \_\_\_\_\_

(11) ¿Le gusta la Historia de la Matemática? ¿Porqué?

---

---

---

(12) ¿Cree usted que sería importante incluir aspectos históricos en el desarrollo de los temas de geometría en sétimo año? ¿Porqué?

---

---

---

(13) De los métodos indicados en la pregunta 6 mencione 5, en orden de prioridad, con los que usted se siente más a gusto a la hora de introducir y/o desarrollar los temas de geometría en sétimo año.

---

---

---

---

### Anexo 3

#### Entrevista realizada a docentes de matemática de secundaria.

**OBJETIVO # 1:** Describir el enfoque metodológico que tradicionalmente emplean los profesores para desarrollar el tema de Geometría a nivel de sétimo año.

1. Cómo introduce usted la unidad de Geometría a nivel de sétimo año?
2. En qué forma desarrolla el objetivo con que inicia la unidad de Geometría en el programa de estudios del MEP para sétimo año?
3. Utiliza usted la historia de la matemática en el desarrollo de contenidos de Geometría en sétimo año? Si es así, cómo la utiliza?
4. Con qué frecuencia utiliza usted la historia de la matemática en el desarrollo de contenidos de Geometría en sétimo año? Porqué?
5. Actualmente la historia de la matemática no ha sido considerada como una herramienta metodológica que facilite el desarrollo de los contenidos de Geometría a nivel de sétimo año. Qué factores considera usted han influido en esta decisión?

**OBJETIVO #2:** Determinar el criterio que tienen algunos docentes de matemática sobre cuál debe ser el papel de la historia de la matemática en la enseñanza de la Geometría, particularmente en sétimo año.

6. Considera usted que la historia de la matemática es una herramienta útil para desarrollar temas de Geometría de sétimo año? Porqué?
7. Cree usted que se debería implementar la historia de la matemática en el desarrollo de temas de Geometría de sétimo año? Porqué?

8. Considera usted que al estudiante le interese conocer acerca de la historia de la matemática, específicamente en Geometría, como por ejemplo, biografías, anécdotas, aportes de algún matemático, entre otros? Porqué?
9. Si se implementara la historia de la matemática en los programas de estudio para desarrollar los temas de Geometría en sétimo año, considera usted que se debería hacer referencia sólo a aspectos propios de cada tema (origen de un símbolo o concepto, aportes, aplicaciones) o también a factores externos (contexto histórico-social, ideologías, personalidad, entre otros) que influyeron en la forma de pensar de los matemáticos antiguos? Porqué?
10. Si se implementara la historia de la matemática en los programas de estudio para desarrollar los temas de Geometría en sétimo año, que sugerencias daría usted de manera que se convierta en una herramienta útil y permita fortalecer el nivel de aprendizaje de parte de los estudiantes?

#### Anexo 4

##### Entrevista realizada a profesores de matemática de educación superior.

**OBJETIVO:** Determinar el criterio que tienen algunos profesores de matemática de educación superior sobre cuál debe ser el papel de la historia de la matemática en la enseñanza de la Geometría, particularmente en sétimo año.

1. Considera usted que la historia de la matemática es una herramienta útil para desarrollar temas de Geometría de sétimo año? Porqué?
2. Cree usted que se debería implementar la historia de la matemática en el desarrollo de temas de Geometría de sétimo año? Porqué?
3. Considera usted que al estudiante le interese conocer acerca de la historia de la matemática, específicamente en Geometría, como por ejemplo, biografías, anécdotas, aportes de algún matemático, entre otros? Porqué?
4. Si se implementara la historia de la matemática en los programas de estudio para desarrollar los temas de Geometría en sétimo año, considera usted que se debería hacer referencia sólo a aspectos propios de cada tema (origen de un símbolo o concepto, aportes, aplicaciones) o también a factores externos (contexto histórico-social, ideologías, personalidad, entre otros) que influyeron en la forma de pensar de los matemáticos antiguos? Porqué?
5. Si se implementara la historia de la matemática en los programas de estudio para desarrollar los temas de Geometría en sétimo año, que sugerencias daría usted de manera que se convierta en una herramienta útil y permita fortalecer el nivel de aprendizaje de parte de los estudiantes?

## Anexo 5

### Entrevista realizada a asesores regionales y nacionales de matemática del Ministerio de Educación Pública.

**OBJETIVO:** Determinar el criterio que tienen algunos asesores nacionales de matemática sobre cuál debe ser el papel de la historia de la matemática en la enseñanza de la Geometría, particularmente en sétimo año.

1. Considera usted que la historia de la matemática es una herramienta útil para desarrollar temas de Geometría de sétimo año? Porqué?
2. Cree usted que se debería implementar la historia de la matemática en el desarrollo de temas de Geometría de sétimo año? Porqué?
3. Considera usted que al estudiante le interese conocer acerca de la historia de la matemática, específicamente en Geometría, como por ejemplo, biografías, anécdotas, aportes de algún matemático, entre otros? Porqué?
4. Si se implementara la historia de la matemática en los programas de estudio para desarrollar los temas de Geometría en sétimo año, considera usted que se debería hacer referencia sólo a aspectos propios de cada tema (origen de un símbolo o concepto, aportes, aplicaciones) o también a factores externos (contexto histórico-social, ideologías, personalidad, entre otros) que influyeron en la forma de pensar de los matemáticos antiguos? Porqué?
5. Si se implementara la historia de la matemática en los programas de estudio para desarrollar los temas de Geometría en sétimo año, que sugerencias daría usted de manera que se convierta en una herramienta útil y permita fortalecer el nivel de aprendizaje de parte de los estudiantes?

## Anexo 6

### Planeamiento didáctico para la elaboración y ejecución del Experimento de Enseñanza.

#### PLANEAMIENTO DIDÁCTICO

Nivel: Séptimo año.

Tema: Cuadriláteros.

Objetivo General: Desarrollar el tema de cuadriláteros con ayuda de elementos históricos alusivos al tema.

| <u>OBJETIVO</u>  | <u>CONTENIDOS</u>                             | <u>PROCEDIMIENTOS</u>   | <u>VALORES Y ACTITUDES</u>                           | <u>EVALUACION</u>                                     | <u>TIEMPO PROBABLE</u> |
|--|---|---|--|---|------------------------|
| El alumno (a) será capaz de:                                     |   |   | El estudiante:                                       | El estudiante:  |                        |
| - Identificar las figuras de los cuadriláteros en las diferentes | - Cuadriláteros. Definición e identificación. | - A partir de una introducción histórica al tema de cuadriláteros y con la definición de este tipo de figuras proporcionada por los | - Valora la utilización de los cuadriláteros no sólo | - Reconoce y caracteriza correctamente los diferentes | - Una lección.         |

|                               |  |   |   |
|-------------------------------|--|---|---|
| construcciones del entorno.   | diversas situaciones concretas que muestren el uso de los cuadriláteros para el bienestar del ser humano en la antigüedad y en tiempos actuales.   | en la actualidad y en la vida cotidiana sino en tiempos antiguos.                         | cuadriláteros que se presentan en situaciones del entorno.                                      |
| - Diferenciar un cuadrilátero | - Con base en los conocimientos previos de los estudiantes y sus paralelogramos y aportes se realizará una clasificación de los cuadriláteros en dos categorías: paralelogramos y no paralelogramos. Luego se establecerán las principales diferencias entre ambas y de esta | - Fortalece su capacidad de observación reconociendo figuras a partir de sus diferencias. | - Identifica y clasifica correctamente los cuadriláteros en paralelogramos y no paralelogramos. |

---

manera reconocer uno u otro.

- Identificar los cuadriláteros. Paralelogramos. paralelogramos.
- Tornando como punto de partida los aportes de los mismos estudiantes y utilizando como apoyo algunos elementos históricos, se discutirá la importancia y relevancia del rectángulo, cuadrado, rombo y romboide para que el hombre lograra satisfacer múltiples necesidades través del tiempo. Además, se determinarán las principales características de estas figuras.
- Reconoce correctamente los paralelogramos a partir de sus características.
- Valora la importancia de los paralelogramos en la resolución de situaciones cotidianas del hombre a lo largo del tiempo.
- Dos lecciones.

---

- Identificar los cuadriláteros no paralelogramos. - Al igual que el tema anterior, con base en los conocimientos previos de los estudiantes y haciendo referencia a ciertos aspectos históricos relacionados a los paralelogramos, se destacarán las principales características y particularidades del trapecio en sus diferentes tipos y del trapecoide.

- Toma conciencia del papel que han desempeñado los no paralelogramos en la satisfacción de algunas necesidades del hombre.

- Identifica correctamente los no paralelogramos lecciones.

---

Anexo 7

Experimento de enseñanza aplicado a un grupo de sétimo año.

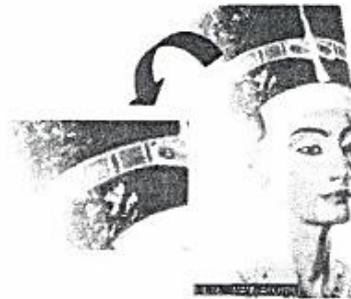






En la segunda sala de la cueva de Las Chimeneas se localizan signos cuadriláteros realizados en trazo lineal negro.

Las construcciones, herramientas, utensilios, armas primitivas, decoraciones en cerámica y los productos trenzados o tejidos pertenecientes a la Prehistoria muestran un alto manejo de las formas y de las propiedades de las figuras geométricas.



Los estudios arqueológicos sobre el antiguo Egipto disponen de una excelente fuente de información gracias al gran número de objetos y documentos que se conservan.

La necesidad de limitar terrenos y calcular sus áreas condujo a la noción de figuras geométricas simples tales como triángulos, cuadrados y rectángulos.

Un punto en común en el origen de la Geometría en cada una de las civilizaciones antiguas: Babilónica, Egipcia, Griega, Hindú, China, fue su afán de medir las tierras, su inclinación por las edificaciones descomunales y su gran debilidad por la astrología.

Uno de los documentos más antiguos, de los que hoy se conocen y que muestra el gran dominio de conocimiento geométrico que poseían estas civilizaciones, en particular, la egipcia, es el llamado Papiro de Rhind (cuyo nombre se debe al primer hombre que lo adquirió), cuya redacción se debe al escriba Ahmes y que se remonta



**Papiro de Rhind**

aproximadamente a 1800 años a. C.

Este papiro contiene 85 problemas resueltos, entre los cuales se encuentra el cálculo del área de un triángulo cuyo método es el mismo que se aplica actualmente y el cálculo del área del círculo.

Al igual que el triángulo, el círculo y otras formas geométricas, en las civilizaciones antiguas, las figuras de cuatro lados jugaron un papel preponderante en el estudio, la aplicación y el desarrollo de diversos conceptos matemáticos que hoy día se reflejan en grandes y bellas construcciones, en famosas obras de arte y en gran cantidad de objetos y documentos que constituyen un valioso legado para la humanidad.

# Cuadriláteros

## DEFINICIÓN:

Recordemos que un polígono es la figura que resulta de la unión de tres o más segmentos de recta en un mismo plano. El término polígono significa "que tiene muchos ángulos". Es transcripción del adjetivo griego *polýgonos* (de *polýs* "muchos", y *gonia* "ángulo").

Los cuadriláteros son los polígonos de cuatro lados.

El término cuadrilátero significa "cuatro lados". Proviene del adjetivo latino *quadriláterus*, compuesto de *quádrī* ("cuatro") y *látus* ("lado"). Aplicado a la figura geométrica significa "de cuatro lados".

## Quadriláterus

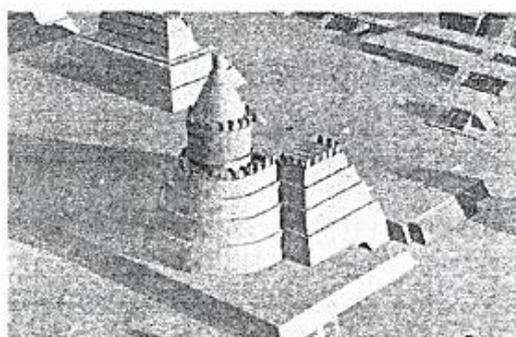
cuatro lado

En griego cuadrilátero se dice *tetrápleuron*, que se podría traducir "tetrapleuro". Desde el punto de vista matemático, no hay impedimento alguno para llamar "tetrapleuro" o "cuadrilátero" o "tetralátero" o "cuadrupleuro" a todo polígono de cuatro lados.

Los cuadriláteros son los polígonos más fáciles de identificar en el entorno, se pueden ver en diferentes objetos. Por ejemplo, en ventanas, paredes, cajas, mesas, puertas, rótulos, libros, terrenos, losas, tableros, entre otros.

En las civilizaciones antiguas el uso de los cuadriláteros fue muy importante. Por ejemplo, los egipcios utilizaban los cuadriláteros en las construcciones de sus templos y edificios fúnebres; los babilonios cubrían el suelo con baldosas cuadradas.

Obsérvese que la utilidad que se le dio a los cuadriláteros en la antigüedad es la misma que se le da hoy en día.



Edificio de planta semicircular dedicado a la 'serpiente emplumada', uno de los mitos religiosos más complejos de México.



En las márgenes del río Brisbane, en la ciudad homónima, capital de Queensland (Australia), se han construido diversos rascacielos.

# Clasificación

Los cuadriláteros convexos se clasifican de acuerdo con propiedades especiales que poseen. Una de estas propiedades es el paralelismo que se presenta entre sus lados. Si se considera esta propiedad se clasifican en: **paralelogramos**, si tienen dos pares de lados paralelos; **trapecios**, si tienen un par de lados paralelos, y **trapezoides**, si no tienen lados paralelos. Estos dos últimos tipos de cuadriláteros se conocen también como **no paralelogramos**.

La noción de paralelismo pudo ser sugerida por la necesidad que tenía el hombre en la antigüedad para construir paredes y viviendas.



Casi todos los conocimientos de los babilonios y egipcios tuvieron carácter práctico y utilitario. Los griegos, atraídos por el escenario mismo de las pirámides y templos, visitaron Egipto donde aprendieron toda su ciencia y la llevaron a su país, a esa Grecia de filósofos, artistas y matemáticos. Tal es el caso de Tales de Mileto, quien es considerado el primer matemático griego.

Uno de los matemáticos antiguos que dedicó parte de su vida al estudio del concepto de paralelismo fue el destacado griego Euclides. A él se debe la recopilación, organización, demostración de los datos geométricos hasta entonces conocidos y la incrementación de ellos.



**EUCLIDES**

No se sabe dónde ni cuándo nació, ni nada sobre su muerte. Algunos indican el periodo de su vida como 365 – 300 a. C., otros 330 – 275 a. C. y otros 365 – 275 a. C. Fundó la gran escuela de matemáticas de Alejandria de la cual fue su primer director; no sólo se dedicó a recopilar sino que le dio unidad a los conocimientos matemáticos de la época.

Fue la primera persona en establecer un método riguroso de demostración geométrica y su aporte permaneció sin modificaciones importantes hasta finales del siglo XIX.

Su obra máxima consistió en un tratado de geometría llamado *Los Elementos*. Este compendio consta de 13 libros o secciones que contienen desde explicaciones fundamentales de conceptos, postulados y axiomas, hasta los principales teoremas sobre geometría del espacio.

---

Esta obra se conservó casi idéntica a la original por más de 2000 años. Es conocida en muchos campos y se ha traducido a los idiomas cultos. Es la base de la llamada geometría euclídea que es la que se estudia en primaria y secundaria actualmente.

# PARALELOGRAMOS

Son los cuadriláteros que tienen dos pares de lados paralelos. Se clasifican en rectángulos, cuadrados, rombos y romboides.

## RECTÁNGULO

El rectángulo fue considerado por los griegos de la Antigüedad como una de las figuras geométricas más hermosamente proporcionada.

Durante siglos los arquitectos han utilizado esta figura en el planeamiento de templos, rascacielos y edificios de todo tipo. Por ejemplo, el Partenón de Atenas construido por los griegos en el siglo V a. C.



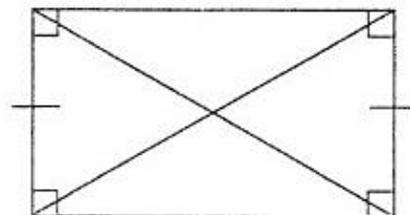
Los restos del Partenón ubicado en Atenas. Templo dórico dedicado a Atenea, diosa de la sabiduría. Construido durante la edad de oro de Atenas (siglo V a.C.) bajo el gobierno del estadista ateniense Pericles. Los griegos usaron el rectángulo áureo en sus construcciones, especialmente El Partenón, cuyas proporciones están relacionadas entre sí por medio de la razón áurea.

### Características que lo definen

- ❑ LOS LADOS OPUESTOS SON CONGRUENTES.
- ❑ TIENE CUATRO ÁNGULOS RECTOS.

### Otras características

- ❑ LAS DIAGONALES SON CONGRUENTES.
- ❑ LAS DIAGONALES SE BISECAN Y NO SON PERPENDICULARES.
- ❑ LAS DIAGONALES NO BISECAN A LOS ÁNGULOS INTERNOS.

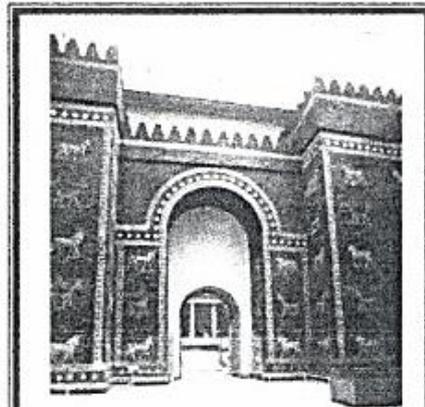


## CUADRADO

El cuadrado ha sido uno de los cuadriláteros más utilizados por la humanidad. Tal es el caso de la Civilización Babilónica, quienes lo utilizaron enormemente para la construcción de baldosas (mosaicos) con las que cubrían el suelo y las paredes de templos y viviendas.



Mosaico en la tapa de una cajita valorada en \$30000.



Ishtar Gate, Babilonia, Babilonia, Babilonia

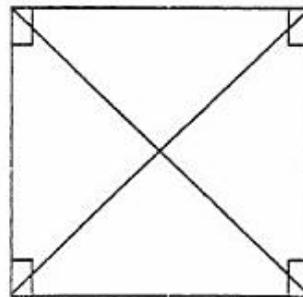
La Puerta de Istar en Babilonia fue, en su origen, parte del templo dedicado a Bel, construido por Nabucodonosor II hacia el 575 a.C. Está revestida con ladrillos cuadrados vidriados que dan forma a las figuras del toro Adad y del dragón Marduk, los cuales aparecen alternados sobre toda la superficie.

Características que lo definen

- SUS CUATRO LADOS SON CONGRUENTES.
- TIENE CUATRO ÁNGULOS RECTOS.

Otras características

- LAS DIAGONALES SON CONGRUENTES.
- LAS DIAGONALES SE BISECAN PERPENDICULARMENTE.
- LAS DIAGONALES BISECAN A LOS ÁNGULOS INTERNOS.



## ROMBO

Literalmente, rombo significa "trompo". Proviene del sustantivo griego *rómbos* que significa "movimiento circular", "acción de hacer girar". Al igual que los anteriores, el rombo como figura geométrica ha tenido gran utilización a través del tiempo.

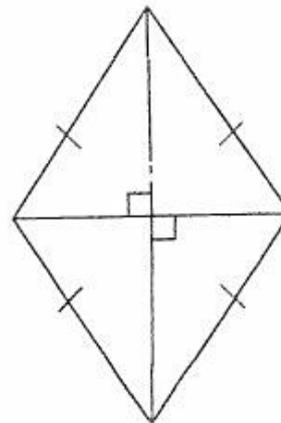


### Características que lo definen

- ❑ SUS CUATRO LADOS SON CONGRUENTES.
- ❑ LOS ÁNGULOS OPUESTOS SON CONGRUENTES.

### Otras características

- ❑ LAS DIAGONALES SE BISECAN PERPENDICULARMENTE.
- ❑ LAS DIAGONALES BISECAN A LOS ÁNGULOS INTERNOS.



## ROMBOIDE

En la antigüedad, figuras de cuatro lados como el romboide eran de gran utilidad en la elaboración de vitrales.



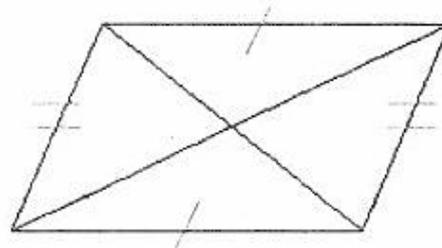
*El joven David de pastorcillo es parte de la vidriera de una fachada este diseñada por Louis Comfort Tiffany para la iglesia de St Cuthbert, Edimburgo, Escocia. Realizada a finales del siglo XIX y principios del XX, la vidriera presenta influencia del Art Nouveau.*

### Características que lo definen

- ❑ LOS LADOS OPUESTOS SON CONGRUENTES.
- ❑ LOS ÁNGULOS OPUESTOS SON CONGRUENTES PERO NO RECTOS.

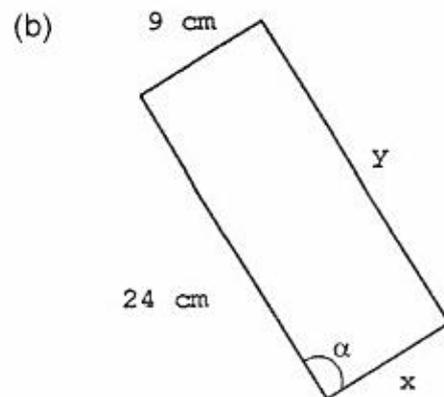
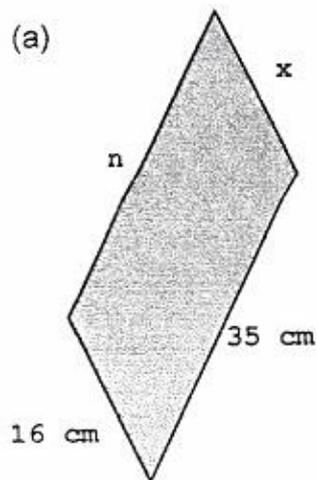
### Otras Características

- ❑ LAS DIAGONALES SE BISECAN.
- ❑ LAS DIAGONALES NO SON CONGRUENTES NI PERPENDICULARES.
- ❑ LAS DIAGONALES BISECAN A LOS ÁNGULOS INTERNOS.



## Ejemplo 1.

Encontrar el dato desconocido en cada uno de los paralelogramos siguientes.



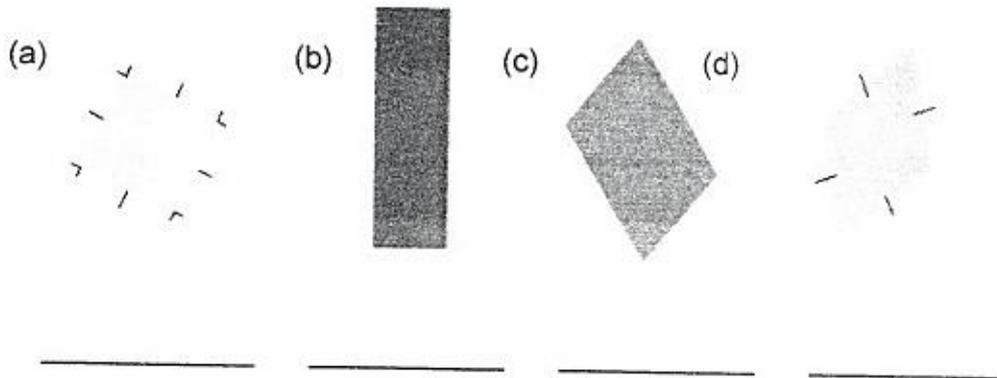
### Solución

Obsérvese que la figura (A) corresponde a un romboide. Según las características del romboide los lados opuestos son congruentes. De esta forma puede determinarse que el valor de  $n$  es 35 cm y el valor de  $x$  es 16 cm.

La figura (B) corresponde a un rectángulo. Esto permite determinar que  $x = 9$  cm,  $y = 24$  cm y que  $\angle \alpha = 90^\circ$ . Recuérdese que en todo rectángulo los lados opuestos son congruentes y que los ángulos internos son rectos.

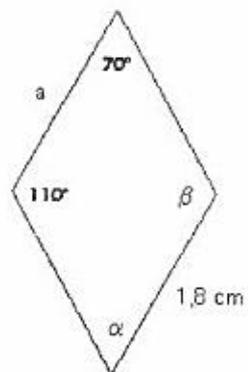
## Práctica 1.

1. Dé el nombre de los siguientes cuadriláteros paralelogramos.



2. Encontrar el dato desconocido en cada uno de los paralelogramos siguientes.

(a)

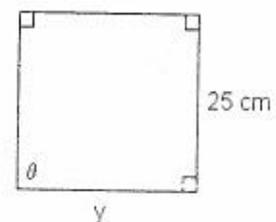


$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\beta = \underline{\hspace{2cm}}$$

(b)



$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\theta = \underline{\hspace{2cm}}$$

## NO PARALELOGRAMOS

Son los cuadriláteros que no tienen dos pares de lados paralelos. Dentro de los no paralelogramos se encuentran los trapecios y los trapezoides.

### TRAPECIOS

Son los cuadriláteros que tienen dos lados paralelos y dos lados no paralelos. Los lados paralelos reciben el nombre de **bases del trapecio** y como no son congruentes a una se le llama **base mayor** y a la otra **base menor**, además, la distancia entre ambas bases se llama **altura del trapecio**.

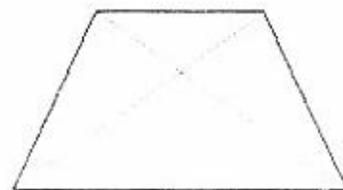
Los trapecios se clasifican en trapecios rectángulos, trapecios isósceles y trapecios escalenos.

Es el trapecio que tiene dos ángulos internos rectos.



## TRAPECIO ISÓSCELES

Es el trapecio que tiene sus lados no paralelos congruentes. Sus diagonales son congruentes y los ángulos de cada base son congruentes.



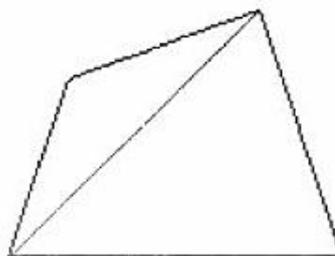
## TRAPECIO ESCALENO

Es el trapecio que no tiene ángulos rectos ni lados congruentes.



## TRAPEZOIDE

Son los cuadriláteros que no tienen lados paralelos



Todas estas figuras tienen gran aplicación en campos como la ingeniería, la arquitectura y el arte. Por ejemplo, un albañil debe estar seguro que los cimientos de un edificio son perfectamente rectangulares.

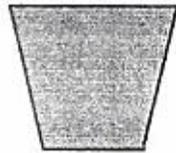
En el medio en que vivimos pueden observarse también trapecios en la forma de los techos de diferentes construcciones.

## Ejemplo 2.

Clasificar las siguientes figuras como paralelogramos, trapecios o trapezoides.

Solución

(a)



trapecio

(b)



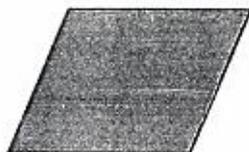
trapecio

(c)



trapezoide

(d)



paralelogramo

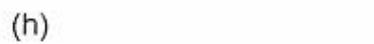
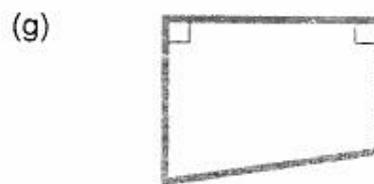
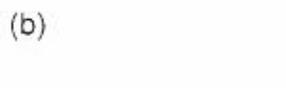
(e)



trapezoide

## Práctica 2.

Clasifique los siguientes cuadriláteros en paralelogramos (CUADRADO, RECTÁNGULO, ROMBO, ROMBOIDE) o no paralelogramos (TRAPECIO RECTÁNGULO, TRAPECIO ISÓSCELES, TRAPECIO ESCALENO, TRAPEZOIDE).



**Anexo 8****Guía de observación para la recolección de información en el desarrollo del Experimento de Enseñanza.****LISTA DE COTEJO****OBSERVACIONES DE AULA****EJECUCION DEL PLAN EXPERIMENTAL**

# de estudiantes observados: \_\_\_\_\_ Hora de inicio: \_\_\_\_\_

# de lecciones observadas: \_\_\_\_\_ Hora de conclusión: \_\_\_\_\_

Tema observado: \_\_\_\_\_

Tiempo efectivo de observación (en min): \_\_\_\_\_

| ASPECTOS A OBSERVAR   | OBSERVACIONES |
|---|---------------|
| 1. Descripción de la disciplina mostrada por los estudiantes durante el desarrollo de la clase. |               |
| 2. Descripción del interés mostrado por los estudiantes durante la clase.                       |               |
| 3. Participación de los estudiantes mediante preguntas.   |               |
| 4. Participación de los estudiantes a través de comentarios, experiencias y otros aportes.      |               |

b) HABILIDADES SOCIALES DE LOS ESTUDIANTES:

---

---

c) INTERACCION PROFESOR – ALUMNO:

---

---

d) INTERACCION ALUMNO – ALUMNO:

---

---

e) INTERACCION ALUMNO – ACTIVIDAD:

---

---

f) INTERACCION ALUMNO – LIBRO DE TEXTO:

---

---

g) PUNTO DE VISTA DEL ESTUDIANTE:

---

---

h) AMBIENTE DE APRENDIZAJE (infraestructura, disposición física de los estudiantes):

---

---

OBSERVACIONES ADICIONALES:

---

---

---

Nombre del observador: \_\_\_\_\_ Firma: \_\_\_\_\_

Anexo 9Lista de cotejo para el análisis de libros de texto matemáticos de secundaria.

**LISTA DE COTEJO PARA EL ANALISIS DE  
TEXTOS MATEMATICOS DE SECUNDARIA  
(SETIMO AÑO)**

Título: \_\_\_\_\_ Año de publicación: \_\_\_\_\_

Autor (es): \_\_\_\_\_ Lugar de edición: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ Nivel: \_\_\_\_\_

| ASPECTOS A ANALIZAR   | SI | NO |
|---|----|----|
| 1. El libro de texto se utiliza actualmente en sétimo año.  |    |    |
| 2. Es recomendado por el MEP en el programa de estudios vigente en la sección de bibliografía para consultar. |    |    |
| 3. Utilización de la Historia de la Matemática en la introducción de la unidad de Geometría.                  |    |    |
| 4. Utilización de la Historia de la Matemática en el desarrollo de cada tema de la unidad de Geometría.       |    |    |
| 5. Hace referencia al trabajo de algunos matemáticos destacados en la Historia de la Matemática.              |    |    |
| 6. Hace referencia a aportes específicos realizados por matemáticos antiguos en el campo de la Geometría.     |    |    |

|   |  |  |
|---|--|--|
| 7. Hace referencia a anécdotas o cuentos relacionados con el tema en desarrollo.  |  |  |
| 8. Presenta figuras o láminas que ilustran acontecimientos históricos relacionados a la Geometría.  |  |  |
| 9. Muestra biografías de matemáticos que influyeron en el desarrollo de la Geometría.   |  |  |
| 10. Hace referencia al origen de un determinado símbolo relacionado a la Geometría.   |  |  |
| 11. El libro incluye en su bibliografía libros de historia de la matemática como material de apoyo y consulta para el docente o estudiante. |  |  |
| 12. El libro, para su uso, sugiere algunas metodologías que involucren elementos históricos de la matemática.                               |  |  |

OBSERVACIONES ADICIONALES:

---



---



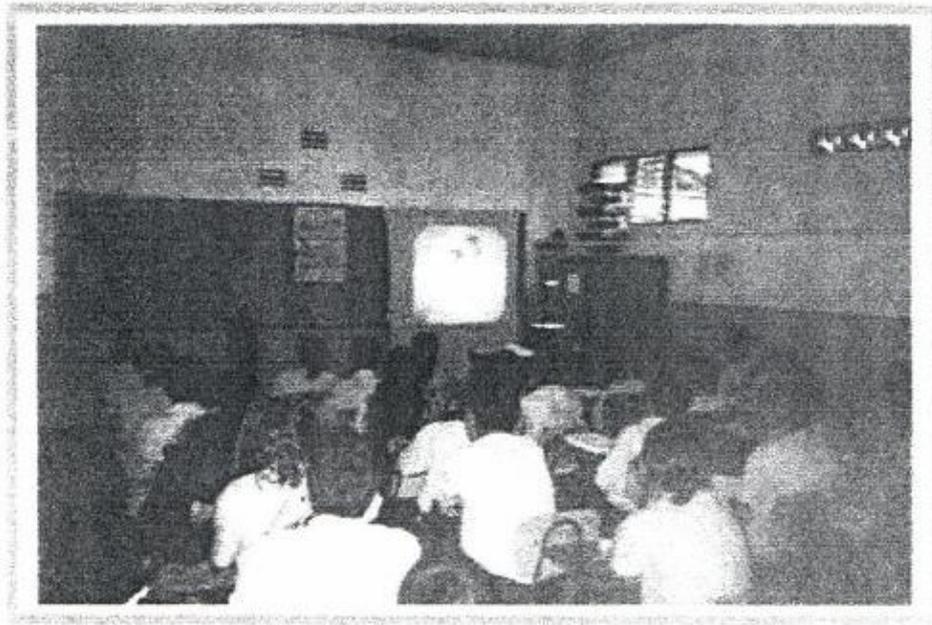
---

Nombre del observador: \_\_\_\_\_

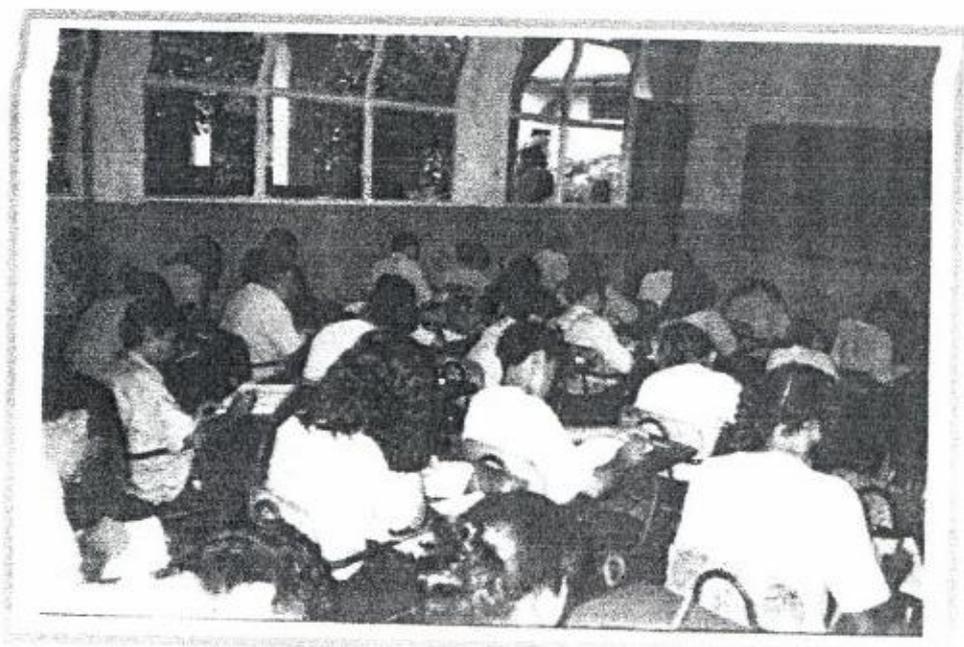
Firma: \_\_\_\_\_

### Anexo 10

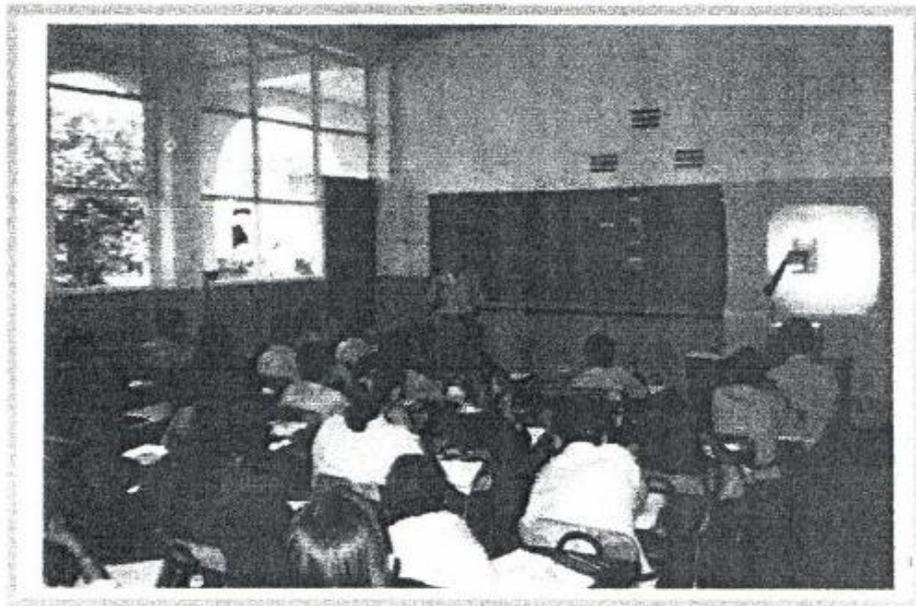
#### Fotografías tomadas durante la ejecución del Experimento de Enseñanza.



**Fotografía #1.** El docente realizó una introducción histórica al tema de cuadriláteros. Para ello, utilizó imágenes y objetos concretos que mostraron, y a la vez evidenciaron, el uso que hacían algunas civilizaciones antiguas de estas figuras geométricas.



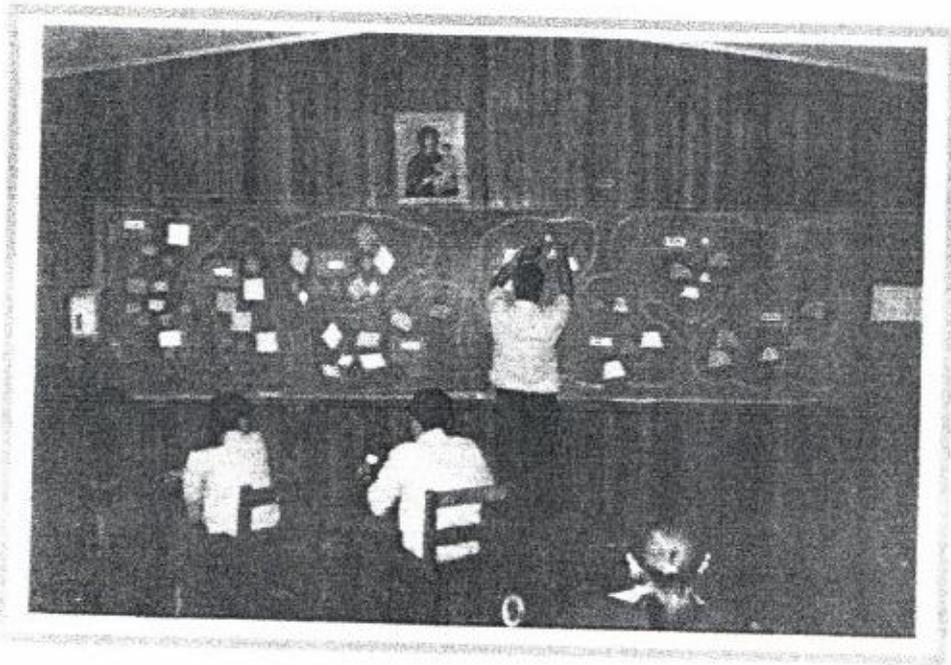
**Fotografía #2.** Gracias a los aportes de los mismos estudiantes se establecieron las características de los cuadriláteros, las cuales luego de ser discutidas fueron escritas en los cuadernos.



**Fotografía #3.** Al momento de detallar las características de cada uno de los cuadriláteros, según su clasificación, voluntariamente un estudiante expuso ante el grupo un ejemplo, previamente elaborado por el docente, de la aplicación de esta figura en edificaciones, artesanías y otras obras realizadas en la Edad Media y en la actualidad.



**Fotografía #4,** Para las actividades de evaluación los estudiantes se reunieron en grupos de tres integrantes. En una de ellas resolvieron una práctica proporcionada por el docente en la que debieron determinar la medida de algunas partes de cuadriláteros según sus características.



**Fotografías #5.** En la segunda actividad de evaluación, se le proporcionó a cada grupo una serie de cuadriláteros de diferentes colores y tamaños elaborados con papel construcción. El propósito era que los estudiantes categorizaran cada figura según la clasificación vista en clase. Posteriormente, un representante por grupo pasó a la pizarra donde ubicó cada figura en la categoría correspondiente.



Anexo 11Comentarios realizados por los estudiantes después de la aplicación del Experimento de Enseñanza.

Estuvo muy bonito y aprendí más rápido, además conocí cosas que no había visto nunca.  
Y me gustaría que lo volvieran hacer para conocer más la historia de la matemática.

"Estuvo muy bonito y aprendí más rápido, además conocí cosas que no había visto nunca.

Y me gustaría que lo volvieran hacer para conocer más la historia de la matemática."

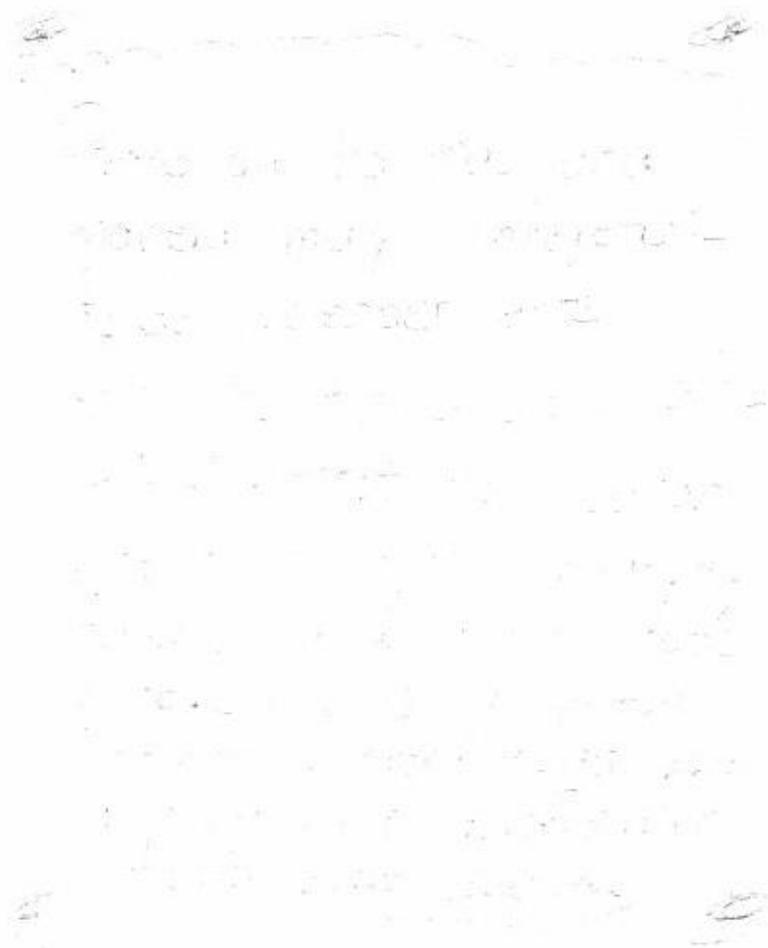
## CUADRILÁTEROS

El tema estuvo muy bien planificado ya que ese método de aprendizaje es mejor. Por medio de láminas se captó mejor el mensaje y yo personalmente me siento satisfecho con lo enseñado.

### "Cuadriláteros

El tema estuvo muy bien planificado ya que ese método de aprendizaje es mejor. Por medio de láminas se captó mejor el mensaje y yo personalmente me siento satisfecho con lo enseñado."

Bueno creo que "la experiencia fue muy bonita para practicar las matemáticas, creo que las clases funcionan así y son muy fáciles me gustaría seguir teniendo esa experiencia ya que esta forma de practicar le ayuda mucho al estudiante y lo motiva a uno más a querer esta materia."



"Pienso que ha sido una manera muy interesante de aprender este fabuloso tema de cuadriláteros. Antes, nos daban este tema y yo me preguntaba de dónde provenía todo esto. Gracias a estas historias y enseñanzas que explicó el profesor evacué todas esas dudas."

Querido profesor,  
 Me felicito por haberme dado cuenta de que este método de enseñanza se sigue implementando en nuestras clases de matemáticas, para así evacuar dudas que antes no nos podían contestar y así entender mejor el tema. Mis felicitaciones al profesor por tener ese excelente don de explicar las cosas.

"Quisiera que este método de enseñanza se siguiera implementando en nuestras clases de matemáticas, para así evacuar dudas que antes no nos podían contestar y así entender mejor el tema. Mis felicitaciones al profesor por tener ese excelente don de explicar las cosas."

## Anexo 12

### Autorización del padre, madre o encargado legal para que su hijo(a) participara en el Experimento de Enseñanza.

San José, 20 de Mayo de 2002

Señores:

**Padres de familia**

Alumnos de la sección 7-7

Estimados padres

Por este medio les saludo y les comunico que a partir del próximo jueves 23 y hasta el jueves 30 de mayo se estará desarrollando el tema de **cuadriláteros** incluyendo la historia de la matemática como una herramienta a través de la cual el estudiante conozca y comprenda el origen y desarrollo de ciertos conceptos que se ven en clase.

Esta nueva forma de desarrollar el tema en mención forma parte de un trabajo de investigación que se realiza para la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional. Esto hará necesaria la aplicación de algunas actividades cuyo objetivo es recolectar información sobre como se ha utilizado la Historia en la educación matemática de su hijo(a) e inclusive se hará necesario la toma de algunas fotografías que ilustren el desarrollo de este trabajo y que

posteriormente se utilizarán en la exposición de dicho trabajo de investigación ante algunas autoridades del centro universitario.

Lo anterior no influirá en la evaluación de su hijo(a) al final del trimestre y la información recolectada será estrictamente confidencial.

De esta forma, la participación de su hijo(a) será de suma importancia en esta investigación, sin olvidar que el desarrollo de este trabajo estará apegado a los lineamientos del programa de estudios vigente propuesto por el Ministerio de Educación Pública.

Agradeciendo de antemano su colaboración e informándole que estoy a su disposición para aclarar cualquier duda al respecto, se despide,

Muy atentamente,

Miguel Picado Alfaro

Profesor de Matemática

Liceo Dr. José María Castro Madriz

cc. archivo

Dirección

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barrantes, R., (1999). Investigación. Un camino al conocimiento. Un enfoque cualitativo y cuantitativo. San José: Editorial UNED.
- Bunge, M., (1972). La ciencia, su método y su filosofía. Buenos Aires: Editorial Siglo Veinte.
- Bunge, M., (1989). La investigación científica. Barcelona: Editorial ARIEL S.A.
- Campos, A., (1981). La educación Geométrica. Volumen I. Bogotá: Editorial Imprenta Nacional.
- Collette, J. P., (1973). Historia de las Matemáticas. Tomo I. México: Editorial Romont S. A.
- De Lorenzo, J. (1977). La matemática y el problema de su historia. Madrid: Editorial TECNOS, S. A.
- Editores ESPASA-CALPE., (1999). Gran Espasa Ilustrado. Diccionario Enciclopédico. España: Editorial ESPASA-CALPE, S. A.
- Editores NORMA., (1992). Diccionario enciclopédico NORMA. Colombia: Grupo Editorial NORMA.
- Eves, H; (1969). Estudio de las geometrías. México: Unión Tipográfica Editorial Hispano-Americana.

Fallas, L; (1980). La Historia en la Escuela Primaria. Revista Educación. San José, 1980, 25 - 31

García, R., (1989). LAROUSSE: Diccionario Básico de la Lengua Española (1ª ed.). México: Grupo Editorial Mexicano S. A.

Gómez, C & Coll, C; (1993). De qué hablamos cuando hablamos de constructivismo? Fotocopia de artículo de revista sin referencia.

González, C., (1999). Al comenzar el curso de Historia de las matemáticas. Manuscrito sin publicar. Escuela de Matemática de la Universidad Nacional de Costa Rica.

Hemmerling, E., (1971). Geometría Elemental. México: Editorial WILEY, S. A.

Hernández, F; (1998). Método de los cuatro pasos. Fotocopia documento sin publicar.

Ministerio de Educación Pública; (1995). Programa de matemática III ciclo. San José: Imprenta Nacional.

Murcia, J & Tamayo, M., (1982). El conocimiento científico. Introducción a la Investigación. Antología, Heredia, 1995, 47 – 50.

Piaget, J; (1978). La enseñanza de la matemática moderna. Madrid: Alianza.

Santos, L; (1996). Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Soto, A., (1961). Desarrollo del programa de geometría para los alumnos de la Escuela Normal de Costa Rica. Manuscrito sin publicar. Escuela Normal de Costa Rica.

Tsijli, T., (1999). Geometría Euclídea I. San José: Editorial UNED.

Toranzos, F; (1959). Enseñanza de la Matemática. Buenos Aires: Editorial KAPELUSZ.

Valdez, E., (1997). El pensamiento geométrico en la educación básica.  
Memoria de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, México, 1997, 35.

Venegas, P., (1998). Algunos Elementos de Investigación. San José: Editorial UNED.

Warusfel, A., (1992). Diccionario razonado de matemáticas: de las matemáticas clásicas a la matemática moderna. Madrid: Editorial TECNOS.